PRÜFUNGSBEISPIELE

HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN

INHALTSVERZEICHNIS

INHALTSVERZEICHNIS

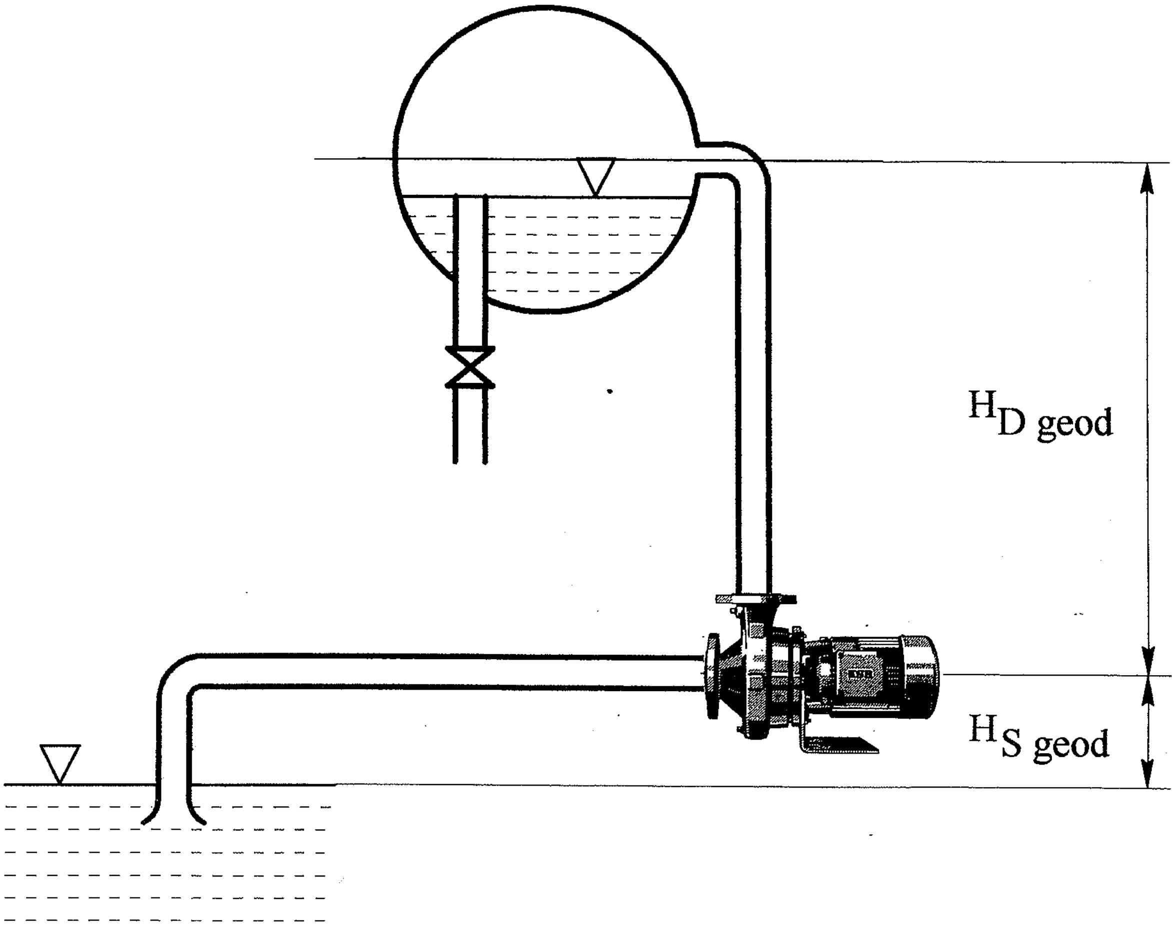
INHALTSVERZEICHNIS

INHALTSVERZEICHNIS

INHALTSVERZEICHNIS

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: Matrikelnummer:

Gegeben ist ein Verbraucher laut Skizze:



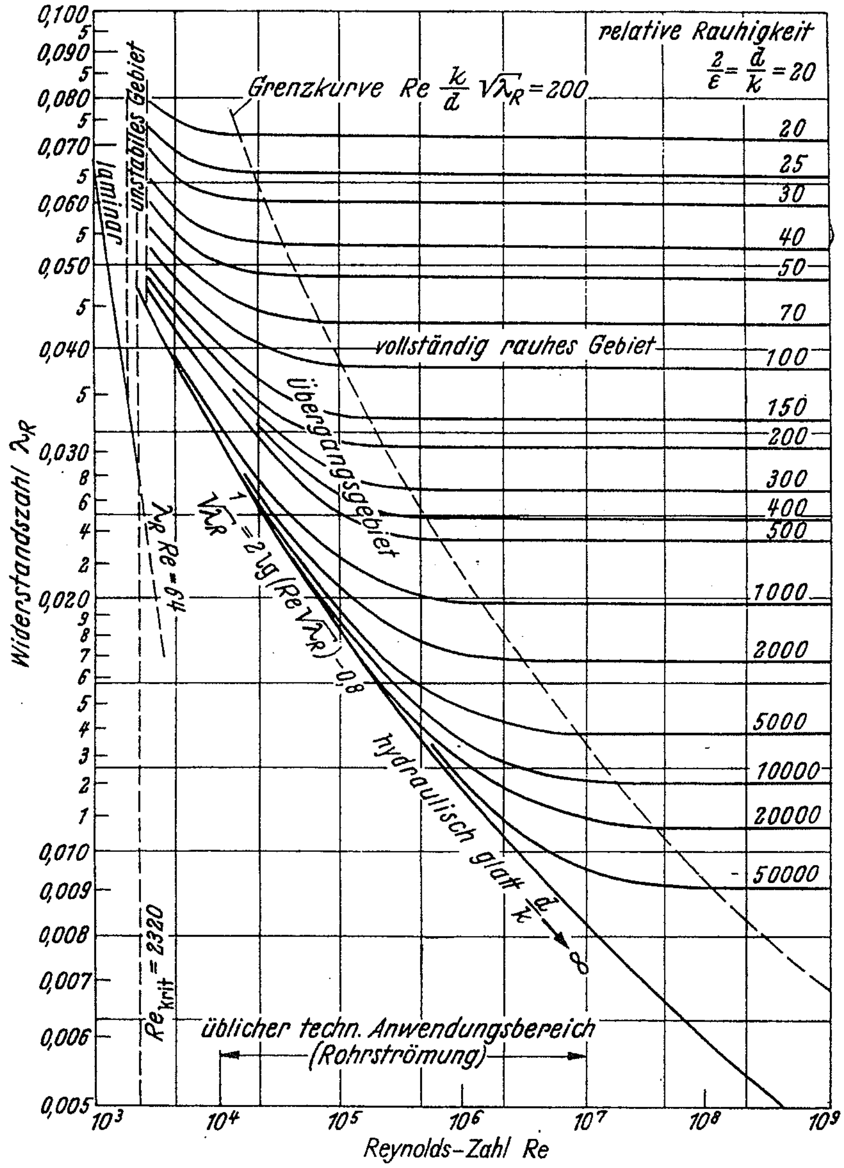
Von einer Flüssigkeit mit der Dichte $\rho = 1000 kg/m^3$ und der kinematischen Zähigkeit $\nu = 1 \cdot 10^{-6} m^2/s$ sind aus einem offenen Becken (Luftdruck = 1bar) stündlich $3250m^3$ in einen Kessel mit einem Innendruck von 7,5bar absolut zu fördern. Der Flüssigkeitsspiegel im Kessel wird über die eingezeichneten Abflußleitung konstant gehalten. Die lichte Weite der Rohrleitung ist d = 500mm, die relative Rauhigkeit d/k = 500. Der Druckverlust der Rohrleitung mit einer Gesamtlänge 139m ist mit Hilfe des beigelegten Diagrammes zu ermitteln.

Die geodätischen Höhen betragen: $H_{D\ geod.} = 27m$; $H_{S\ geod.} = 3m$

Gefragt sind:

1. Die Pumpenförderhöhe in m Flüssigkeitssäule.
2. Die Drehzahl (beliebig) und der Laufraddurchmesser der Pumpe, die den Verbraucher bei η_{opt} versorgt. Die Druckziffer und die Förderziffer der zu verwendeden Radgeometrie beträgt bei η_{opt}:
   $\psi = 0,86$ $\varphi = 0,056$ $\eta opt = 0,75$.
3. Die Antriebsleistung der Pumpe.

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:



<u>Widerstandsformel nach Prantl-Colebrook</u>
(aus Richter, Rohrhydraulik)

Lösung Beispiel 1 :

1.) Pumpenförderhöhe

$H_{geod} = 27 + 3 = 30\ \text{m}$

$H_{v\,a} = \dfrac{c_a^{\,2}}{2 \cdot g}$ → $H_{v\,a} = 1{,}08\ \text{m}$

$H_{v\,e}$ vernachlässigt

$Re = \dfrac{c \cdot d}{\nu}$ → $Re = 2{,}3 \cdot 10^6$

$Re = 2{,}3 \cdot 10^6$, $\dfrac{d}{k} = 500$ → $\lambda = 0{,}023$

$H_{v\,Rohr} = \lambda \cdot \dfrac{L}{d} \cdot \dfrac{c^2}{2 \cdot g}$ → $H_{v\,Rohr} = 6{,}9\ \text{m}$

$H_{Druck} = \dfrac{p}{\rho \cdot g}$ → $H_{Druck} = 66{,}26\ \text{m}$

$H_{ges} = H_{geod} + H_{Druck} + \sum H_v$ → $H_{ges} = 104{,}23\ \text{m}$

2.) Drehzahl, Laufraddurchmesser

$n_q = 157{,}8 \cdot \dfrac{\varphi^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}}$ → $n_q = 41{,}81$

$n = n_q \cdot \dfrac{H^{\frac{3}{4}}}{Q^{\frac{1}{2}}}$ → $n = 1435\ \text{U/min}$

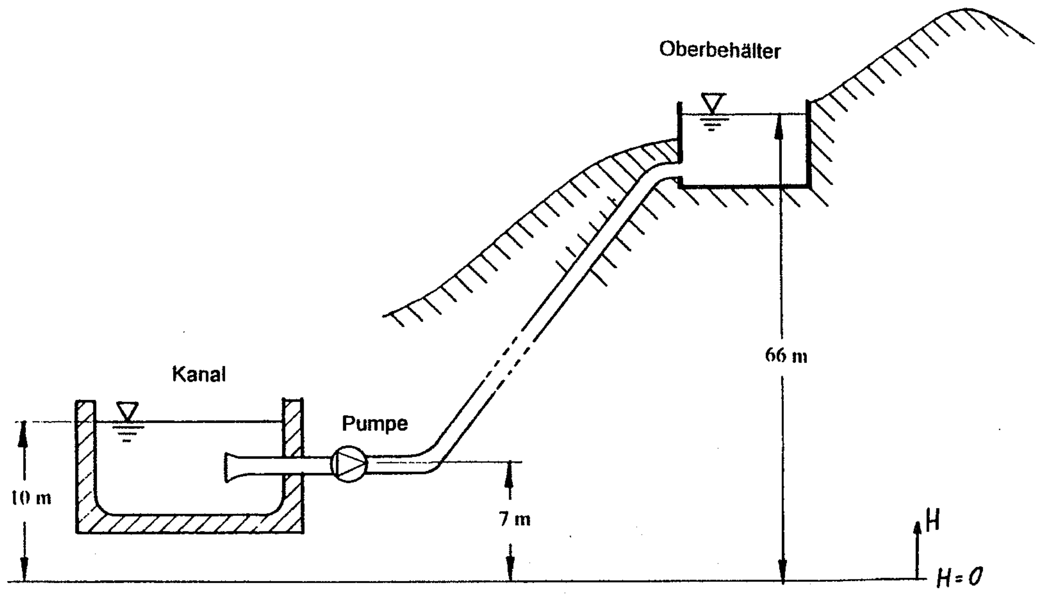
$\psi = \dfrac{2 \cdot g \cdot H}{u^2}$ → $D = 0{,}649\ \text{m}$

3.) Antriebsleistung der Pumpe

$P = \dfrac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta}$ → $P = 1230{,}7\ \text{kW}$

LEHRKANZEL UND INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum:
	Matrikelnr.:

Bewässerungsanlage



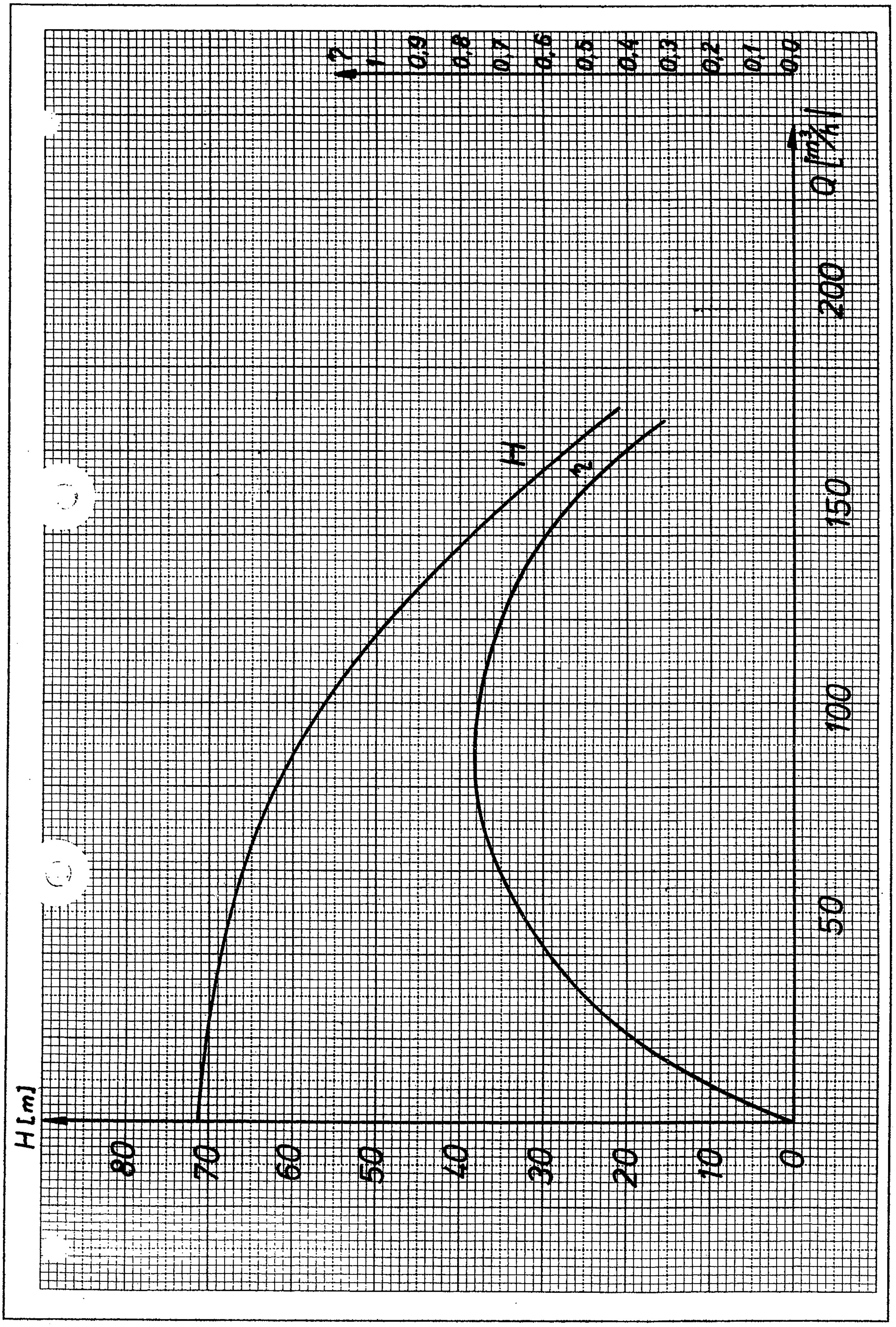
1) Eine Pumpe, deren Kennlinie vorliegt, fördert aus einem Kanal mit konstantem Wasserspiegel in einen Oberbehälter. Dieser Behälter ist ein Teil einer Bewässerungsanlage und liegt in einer Entfernung von 4 km auf einem Hügel, um die Südhänge zu bewässern.

1.1 Gefragt ist die erforderliche Pumpenantriebsleistung und die stündlich in den Oberbehälter beförderte Wassermenge. Saugseitige Verluste sowie Verluste in den Krümmern können vernachlässigt werden!

2) Die Pumpe arbeitet nicht im Optimalpunkt. Zusätzliche Felder sollen bewässert werden. Ein Consulting Team wird hinzugezogen. Aus technischen und wirtschaftlichen Gründen soll mit der gleichen Pumpe und einer zusätzlichen zweiten Rohrleitung, die direkt nach der Pumpe abzweigt, und einem zweiten Behälter weitere, neue Felder bewässert werden. Dieser zweite Oberbehälter soll gleichzeitig zum ersten Oberbehälter gefüllt werden. Die Pumpe soll in ihrem wirtschaftlichsten Punkt arbeiten. Im Parallelbetrieb ist eine geringere Fördermenge für Behälter 1 ausreichend.

2.1 In welcher Höhe kann maximal bei verlustfreier Förderung (nur 2. Leitung verlustfrei) der zweite Behälter liegen? (Das ist eine theoretische Frage)
2.2 Welche Fördermengen werden in Behälter 1 und Behälter 2 stündlich gefördert?
2.3 Welche Pumpenantriebsleistung ist erforderlich?
2.4 Wie weit entfernt (Rohrleitungslänge) kann der 2. Behälter von der Pumpe stehen, wenn der Überlauf auf einer Höhe von 68 m liegen soll (Rohrleitung 1 u. 2 verlustbehaftet)?

Rohrleitung 1:	λ=0.035	D=200mm	L=4km
Rohrleitung 2:	λ=0.035	D=200mm	


H [m]
Q [m³/h]
η
H
0
10
20
30
40
50
60
70
80
50
100
150
200
0,0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1

Lösung Beispiel 2 :

a.) Antriebsleistung der Pumpe, Fördermenge

Verbraucherkennlinie :

$H_{geod} = 56\ m$

$$H_{v\,Rohr} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$$

$$H_{v\,Austr} = \frac{c^2}{2 \cdot g}$$

$H_V = H_{geod} + H_{v\,Rohr} + H_{v\,Austr}$

$L = 4000\ m \quad D = 0{,}2\ m \quad \lambda = 0{,}035$

$\rightarrow \quad H_V = H_{geod} + 28 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2 \qquad Q$ in $\frac{m^3}{h}$ einzusetzen

Q annehmen, H_V berechnen, Verbraucherkennlinie in Diagramm eintragen

$\rightarrow \quad Q = 60\ m^3/h \qquad H = 66{,}08\ m \qquad \eta = 0{,}7$

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} \qquad \rightarrow \qquad P = 15{,}43\ kW$$

b.) H_{max} für Behälter 2 bei $H_{V2} = 0$

$H_{max} = H_{geod2} = 60\ m$

c.) Fördermengen Behälter 1, Behälter 2

aus Diagramm $\rightarrow Q_1 = 37\ m^3/h \qquad Q_2 = 51\ m^3/h$

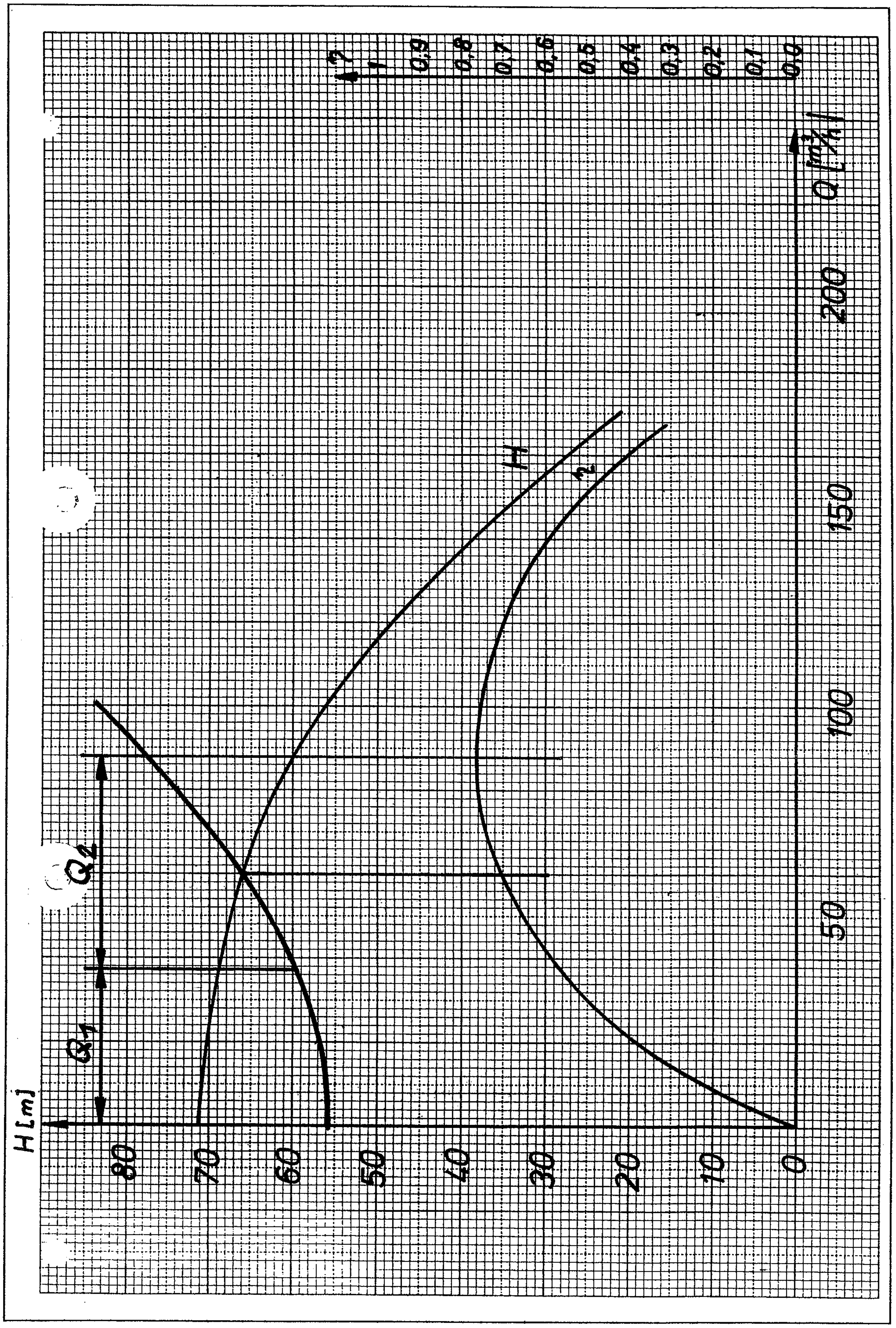
d.) Antriebsleistung der Pumpe

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot (Q_1 + Q_2) \cdot H}{\eta} = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot (37 + 51) \cdot 60}{0{,}76 \cdot 3600} \rightarrow \qquad P = 18{,}93\ kW$$

e.) Länge Rohrleitung 2

$$H_{v\,Rohr2} + H_{v\,Austr2} = \left(\lambda \frac{L_2}{D} + 1\right) \frac{{c_2}^2}{2 \cdot g} = (60 - 58) = 2\ m$$

$$Q_2 = 51\ \frac{m^3}{h} \quad \rightarrow c_2 = 0{,}45\ \frac{m}{s} \qquad \rightarrow L_2 = 1097\ m$$


H [m]
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Q [m³/h]
50
100
150
200
η
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
Q1
Q2
H
η

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 14. März 1997**	Name: Matr. Nr.:

Beispiel 1: Kaplanturbine **Sad**

Der Modellversuch einer Kaplanturbine ergab das beiliegende Muschelkurvendiagramm. Für ein Flußkraftwerk soll eine Großausführung dieses Modells gebaut werden.
Die Turbine soll so ausgelegt werden, daß sie für

$Q = 120\ m^3/s$
$H = 22\ m$

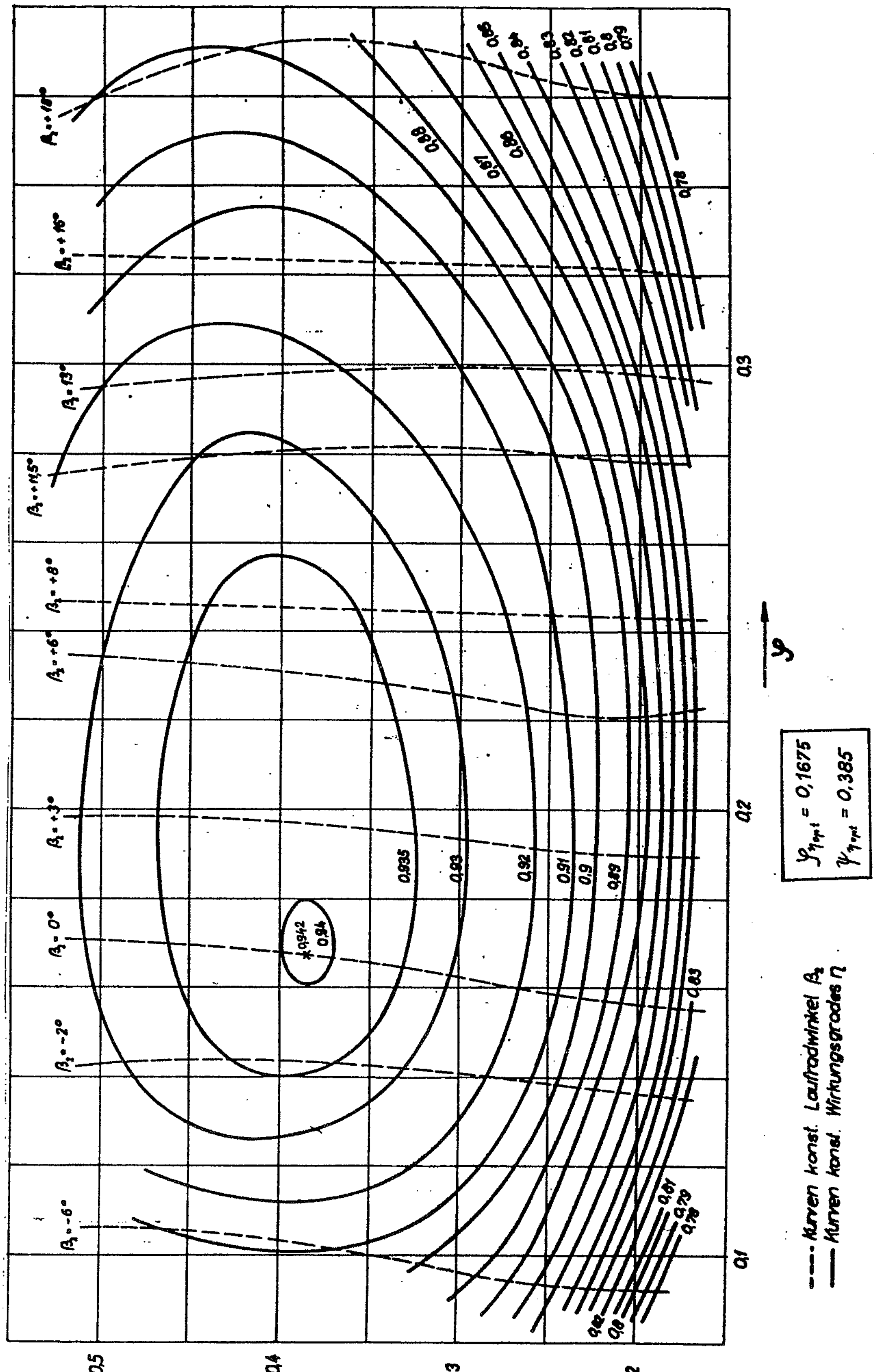
ihren besten Wirkungsgrad erreicht.

1.) Wie groß ist der Durchmesser und die Drehzahl, wenn das Wirkungsgradoptimum erreicht werden soll ? Hinweis: $n_q = 157{,}78*(\varphi^{1/2}/\psi^{3/4})$

2.) Wie groß ist der Durchmesser, die Drehzahl und das Wirkungsgradoptimum bei Verwendung der günstigsten Synchrondrehzahl ?

3.) Wie groß ist der beste Wirkungsgrad und dort die Durchflußmenge, den die entsprechend Punkt 1.) für η_{opt} ausgelegte Maschine bei $H = 2/3*H_{Auslegung}$ erreicht ?

Muscheldiagramm einer Kaplan Modellmaschine



Lösung Beispiel 1 :

1.)

$$\varphi_{opt} = 0{,}1675; \quad \psi_{opt} = 0{,}385 \quad \rightarrow \quad n_q = 132{,}112 = n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \quad \rightarrow \quad n = 122{,}515 \text{ U/min}$$

$$\psi_{Modell} = \psi_{Anlage} \quad \text{bzw.} \quad \varphi_{Modell} = \varphi_{Anlage} \quad \rightarrow \quad D = 5{,}22 \text{ m}$$

2.)

$$n_{syn} = 120 \frac{U}{min} \text{ oder } 125 \frac{U}{min} \quad \rightarrow \quad n_q = 134{,}798 \frac{U}{min} \text{ bzw. } 129{,}406 \frac{U}{min}$$

$$\text{mit} \quad n_q = 157{,}78 \cdot \frac{\varphi^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}} \quad \rightarrow \quad \varphi(\psi) \text{ bzw. } \psi(\varphi)$$

Beide Kurven in das Muscheldiagramm einzeichnen :
→ daß die Synchrondrehzahl 125 U/min einen besseren Wirkungsgrad liefert.
Aus Diagramm abzulesen :

$$\eta_{opt,syn} = 0{,}941$$

$$\psi_{syn} = 0{,}38 \quad \rightarrow \quad D_{syn} = 5{,}15 \text{ m}$$

3.)

$$H = \frac{2}{3} \cdot H_{Auslegung} \quad \rightarrow \quad \psi = \frac{2}{3} \cdot \psi_{Auslegung} \quad \rightarrow \quad \psi = 0{,}257$$

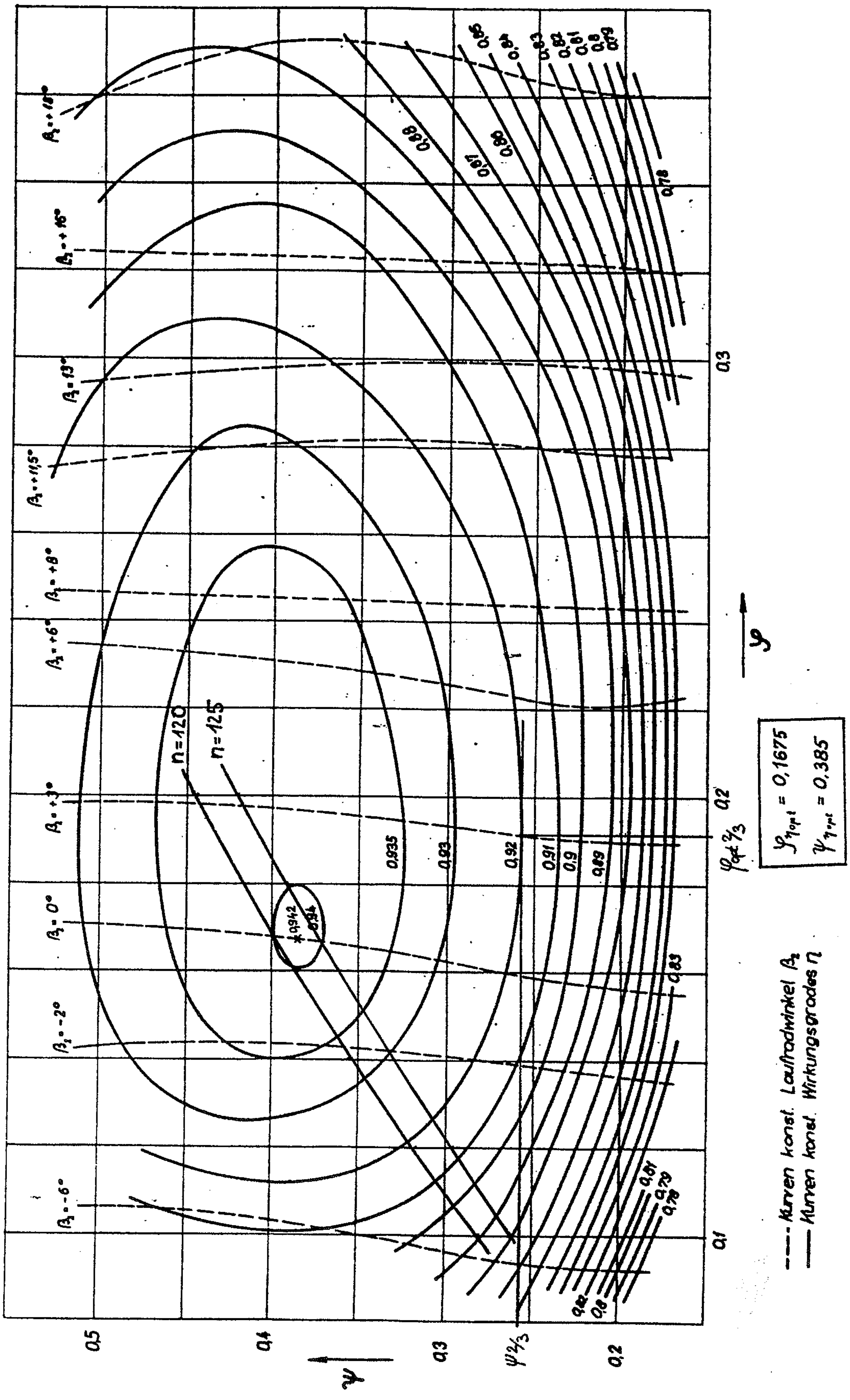
$\psi = 0{,}257$ in das Muscheldiagramm einzeichnen , η und φ ablesen :

$$\eta_{opt,2/3} = 0{,}92$$

$$\varphi_{opt,2/3} = 0{,}191$$

aus $\varphi_{opt,2/3} = \frac{Q}{u \cdot A}$ mit D und n gem. Pkt. 1 $\quad Q = 136{,}858 \frac{m^3}{sec}$

Muscheldiagramm einer Kaplan Modellmaschine



Institut für **Hydraulische Strömungsmaschinen** Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 14. März 1997**	Name: Matr. Nr.:

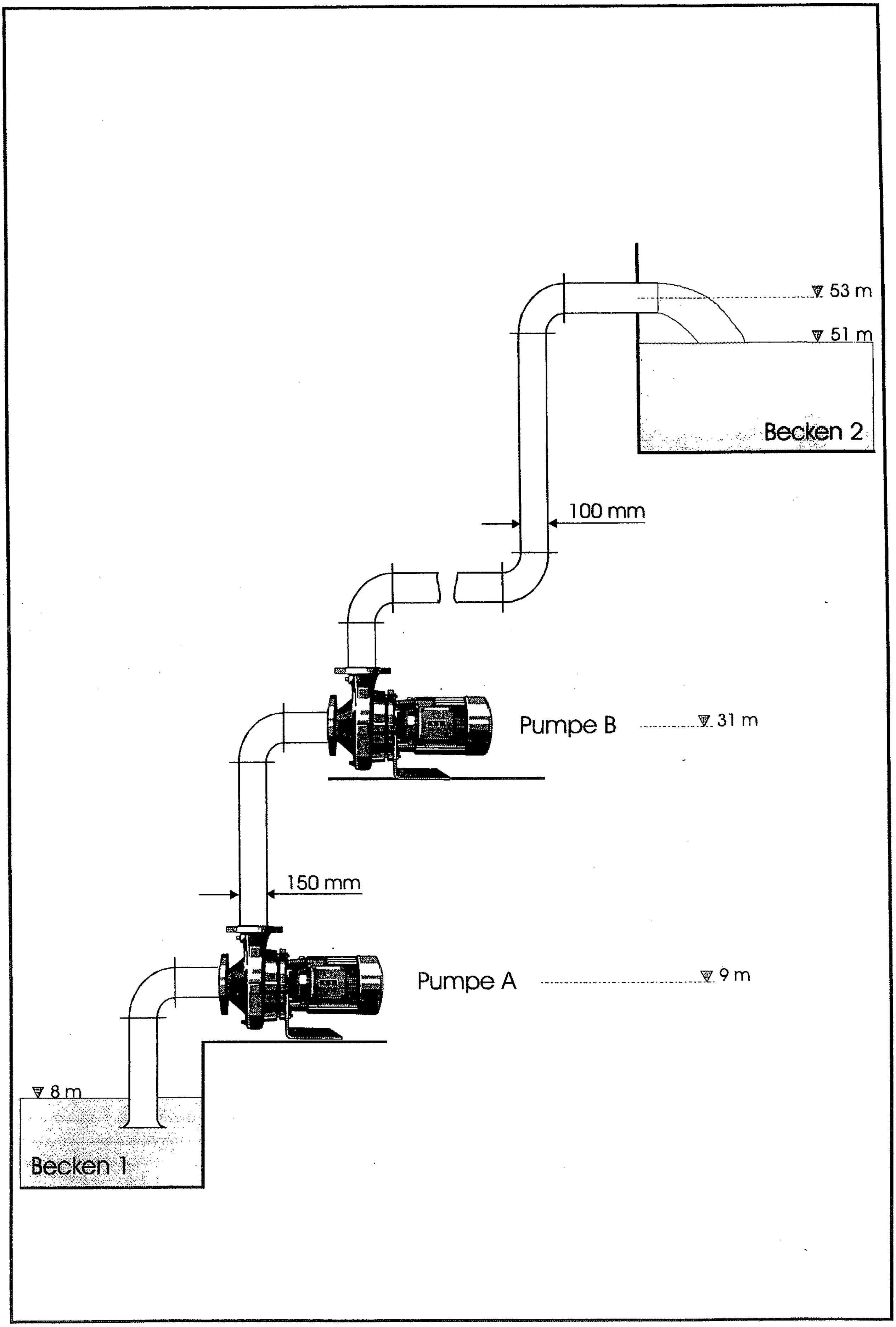
Beispiel 2: **Pumpstation** **Sad**

Die beiden identischen Pumpen A und B fördern aus dem Becken 1 Wasser in das Becken 2. Die Spiegelhöhe in beiden Becken ist konstant. Die erforderlichen Höhenkoten sind in der Skizze zu entnehmen. Es herrscht überall der gleiche Umgebungsdruck.

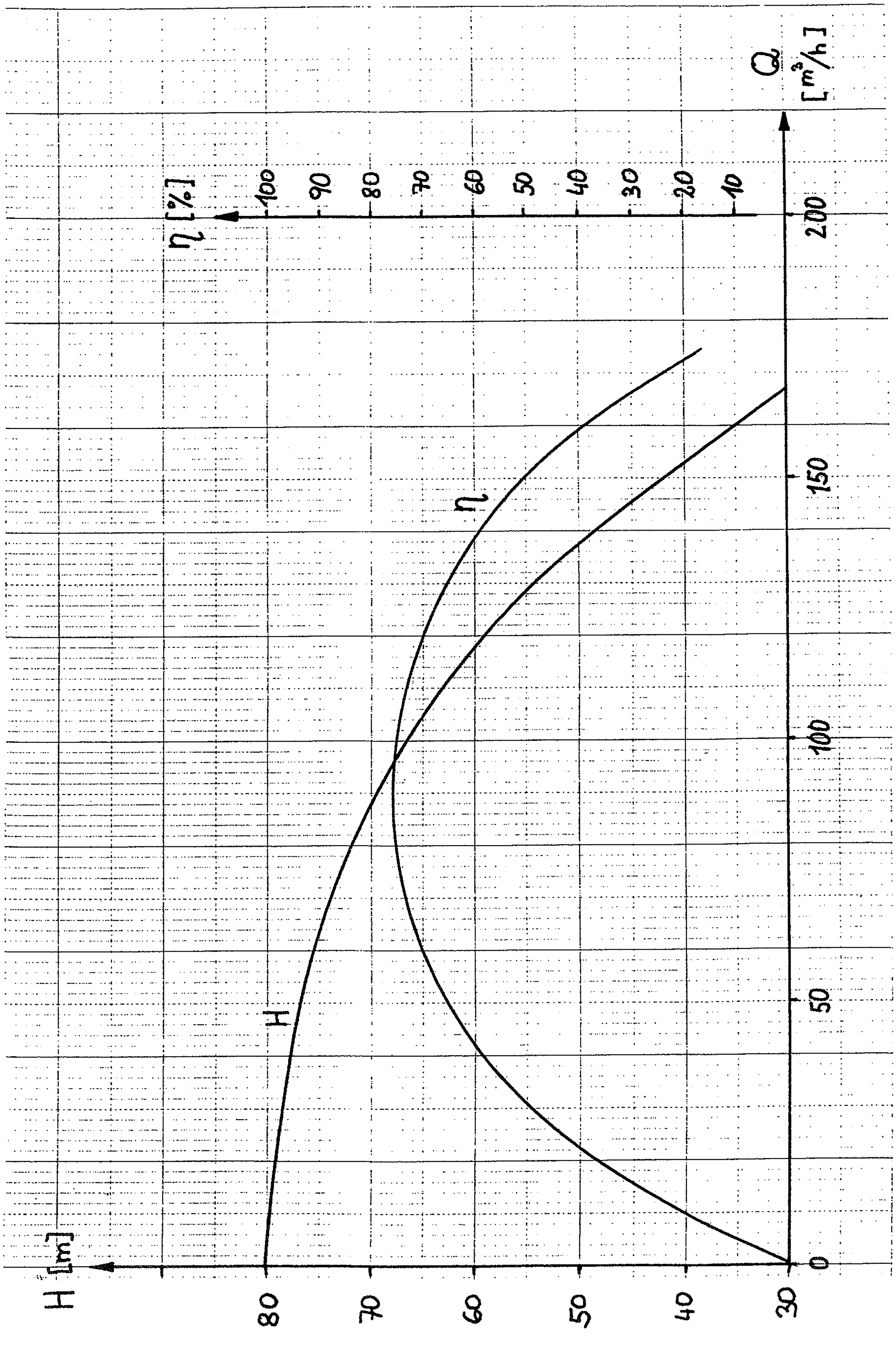
Die Rohrleitung vom Becken 1 bis zum Saugflansch der Pumpe B hat einen Durchmesser von 150 mm, die Rohrleitung vom Druckstutzen der Pumpe B bis zum Becken 2 hat einen Durchmesser von 100 mm. Für die Berechnung der Rohrverluste kann eine Widerstandszahl von λ=0,04 angenommen werden. Die Rohrleitungslängen betragen von der Pumpe A bis zur Pumpe B 900 m, und von der Pumpe B bis zum Auslauf in das Becken 2 180 m.

Folgende Vereinfachungen können bei der Berechnung getroffen werden:
- Die Eintritts- und Reibungsverluste an der Saugleitung der Pumpe A können infolge der günstigen Einlaufform und der kurzen Saugleitung mit 5% der Verlustein der Druckleitung angenommen werden.
- Die Verluste in den Pumpen, Krümmern und Absperrorganen können vernachlässigt werden.

Unter Zugrundelegung obiger Vereinfachungen ist die *Fördermenge Q [m³/h]* in das Becken 2 bei Betrieb beider Pumpen zu ermitteln. Die Kennlinie einer Pumpe ist der Angabe beiliegt. Weiters ist die hierbei aufgenommene *Leistung P [kW]* beider Pumpen zu berechnen, sowie der Verlauf der *Totalenergiehöhe H_{tot} [m]* in der Rohrleitung als Funktion der Rohrleitungslänge anzugeben (graphisch mit Zahlenwerten für H_{tot}).


53 m
51 m
Becken 2
100 mm
Pumpe B
31 m
150 mm
Pumpe A
9 m
8 m
Becken 1

Pumpenkennlinie



Lösung Beispiel 2:

Ermittlung der Verbraucherkennlinie:

$$H = h_{geod.} + (h_{vAB} + h_{vB2} + h_{vAustritt}) \cdot 1{,}05$$

hgeod. = 45 m

$$h_{vAB} = \lambda \cdot \frac{l_{AB}}{d_1} \cdot \frac{c_1^{\,2}}{2 \cdot g} = \lambda \cdot \frac{8 \cdot l_1}{d_1^{\,5} \cdot \pi^2 \cdot g} \cdot Q^2 \qquad \rightarrow \quad \mathbf{h_{vAB} = 39171{,}25\ Q^2\ m}$$

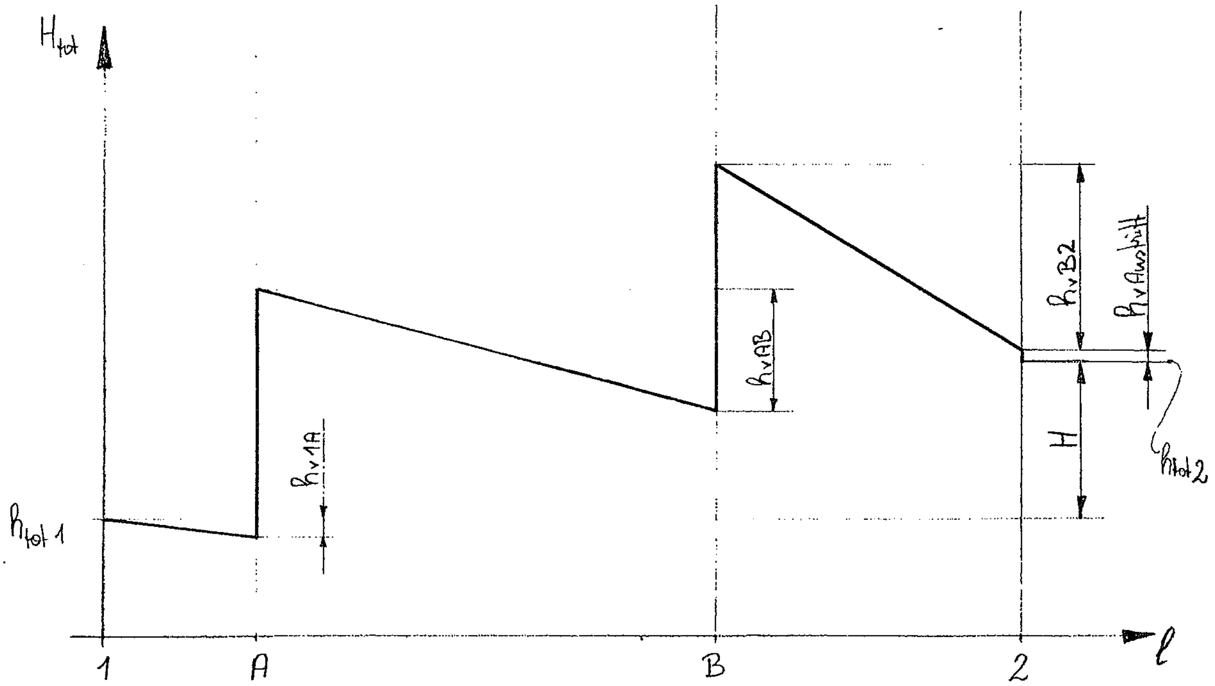
h_{vB2} analog $\qquad \rightarrow$ **$h_{vB2} = 59491{,}34\ Q^2$ m**

$$h_{vAustritt} = \frac{c^2}{2 \cdot g} \qquad \rightarrow \quad \mathbf{h_{vAustritt} = 826{,}27\ Q^2\ m}$$

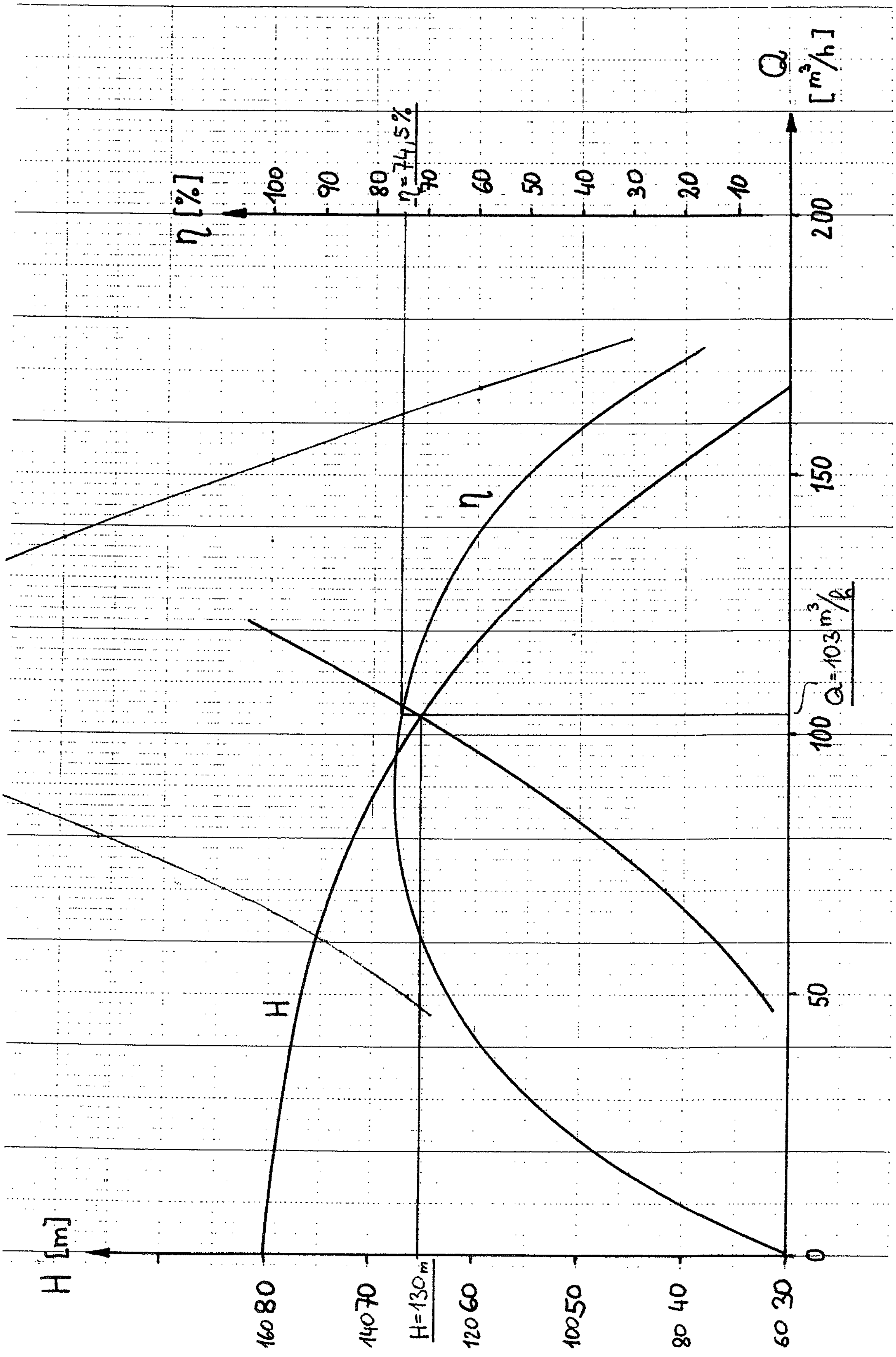
Verbraucherkennlinie H = f(Q) in das H-Q-Diagramm einzeichnen und mit der Summenpumenkennlinie schneiden.

→ Betriebspunkt: **$Q = 103\ \frac{m^3}{h}$**
H = 130 m
$\eta = 74{,}5$ %

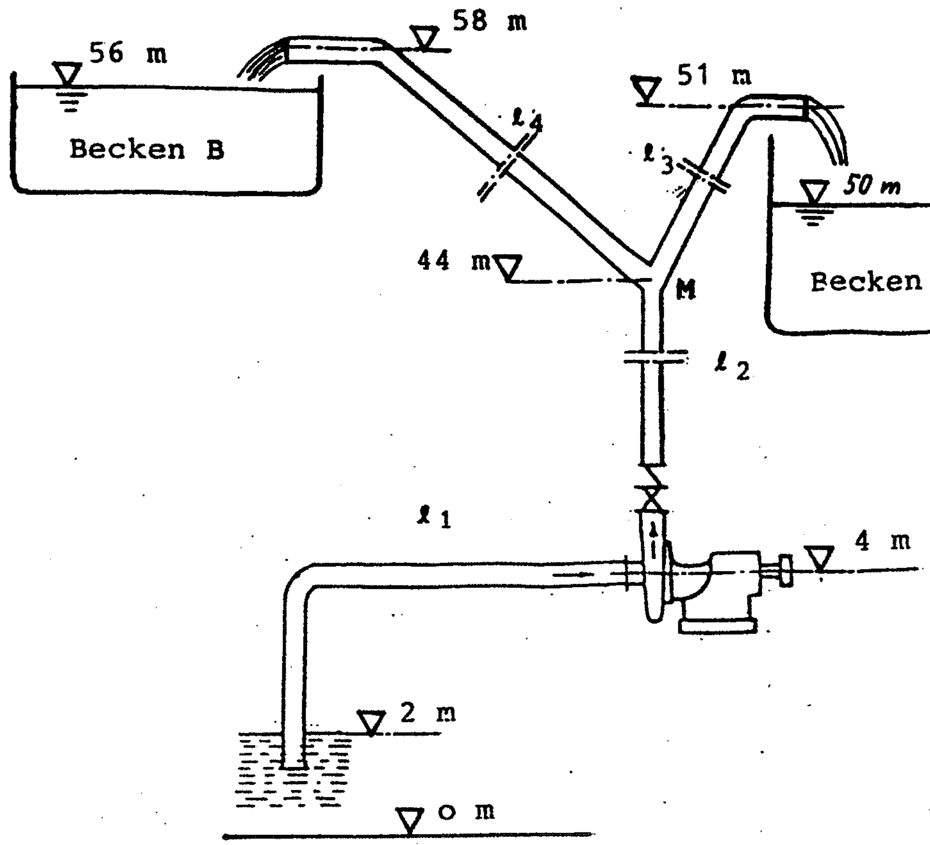
Leistung: $P = \frac{Q \cdot \rho \cdot g \cdot H}{3600} \cdot \frac{1}{\eta}$ → **P = 48,98 kW**



Pumpenkennlinie



Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Name:
Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg	Matr. Nr.:
Schriftliche Prüfung 16. Mai 1997	



Eine Pumpe fördert aus einem Becken mit konstantem Spiegel Wasser in die beiden höher gelegenen Becken A und B. Sämtliche Höhenkoten sind aus der Skizze ersichtlich.

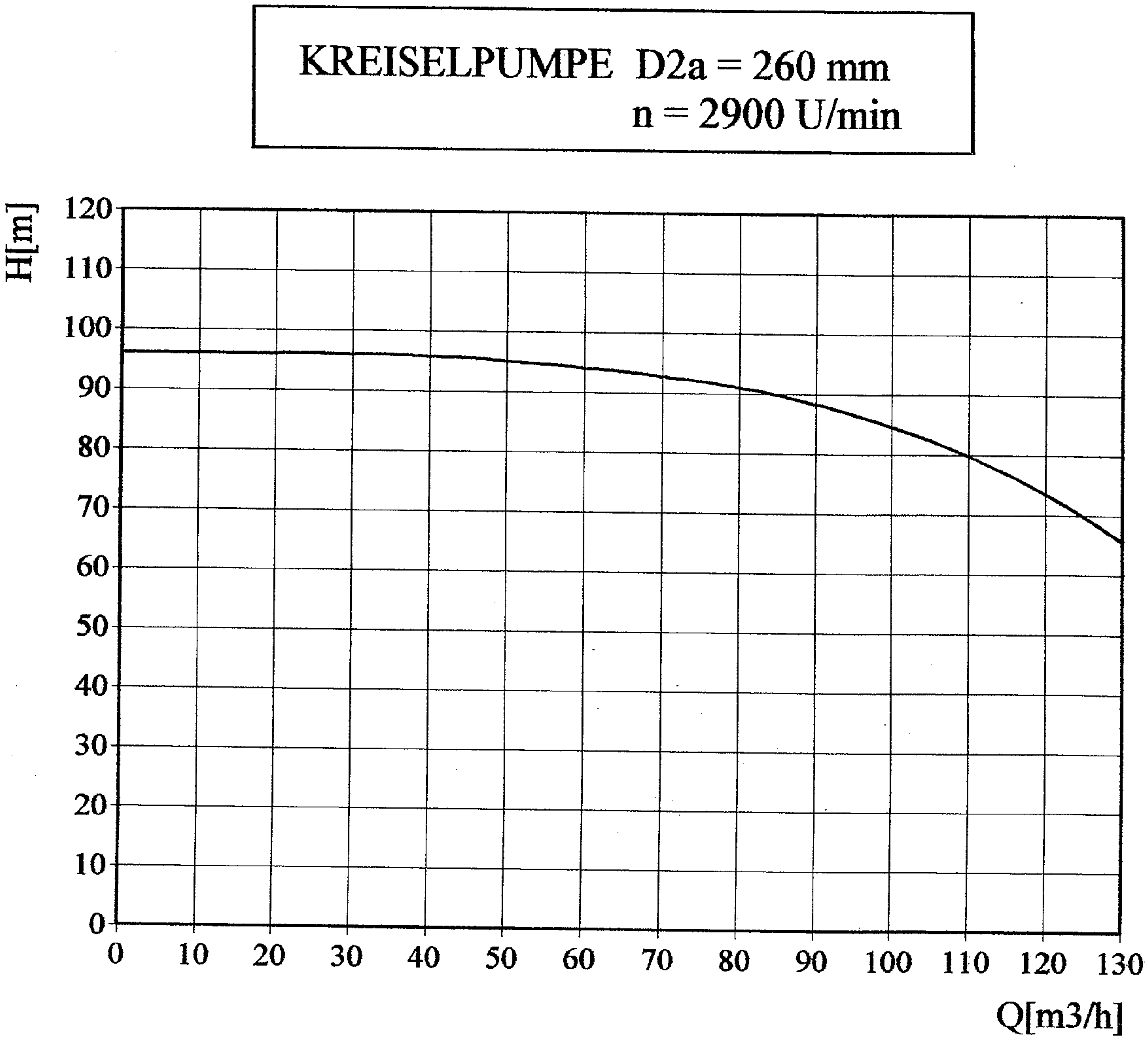
Rohrleitungslängen und Durchmesser:

Unterwasser bis Pumpe	$l_1 = 11$ m	$d = 0.13$ m
Pumpe bis Mischpunkt M	$l_2 = 26$ m	$d = 0.13$ m
Mischpunkt M bis Becken A	$l_3 = 15$ m	$d = 0.05$ m
Mischpunkt M bis Becken B	$l_4 = 18$ m	$d = 0.05$ m

Für die Berechnung der Rohrreibungsverluste kann ein $\lambda = 0.032$ angenommen werden. Die an der Verzweigung und in den Krümmern und Absperrorganen auftretenden Verluste können vernachlässigt werden.

Gefragt ist die stündlich in jedes der beiden Becken fließende Wassermenge Q_A und Q_B.

Beilage: Pumpenkennlinie


KREISELPUMPE D2a = 260 mm
n = 2900 U/min
H[m]
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
Q[m3/h]

Lösung Beispiel 1 :

Verbraucher :

UW $\rightarrow$ M $\quad h_{v1,2} = 42 + 0{,}032 \cdot \frac{37}{0{,}13} \cdot \frac{Q^2 \cdot 16}{3600^2 \cdot 0{,}13^4 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot g}$

$$h_{v1,2} = 42 + 2{,}033 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2$$

M $\rightarrow$ A $\quad h_{v3} = 7 + \left(0{,}032 \cdot \frac{15}{0{,}05} + 1\right) \cdot \frac{Q^2 \cdot 16}{3600^2 \cdot 0{,}05^4 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot g}$

$$h_{v3} = 7 + 1{,}08 \cdot 10^{-2} \cdot Q^2$$

M $\rightarrow$ B $\quad h_{v4} = 14 + \left(0{,}032 \cdot \frac{18}{0{,}05} + 1\right) \cdot \frac{Q^2 \cdot 16}{3600^2 \cdot 0{,}05^4 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot g}$

$$h_{v4} = 14 + 1{,}28 \cdot 10^{-2} \cdot Q^2$$

Punktweises Ermitteln der Verbraucherkennlinien (Q annehmen, h_v berechnen)

Weiterer Lösungsweg :

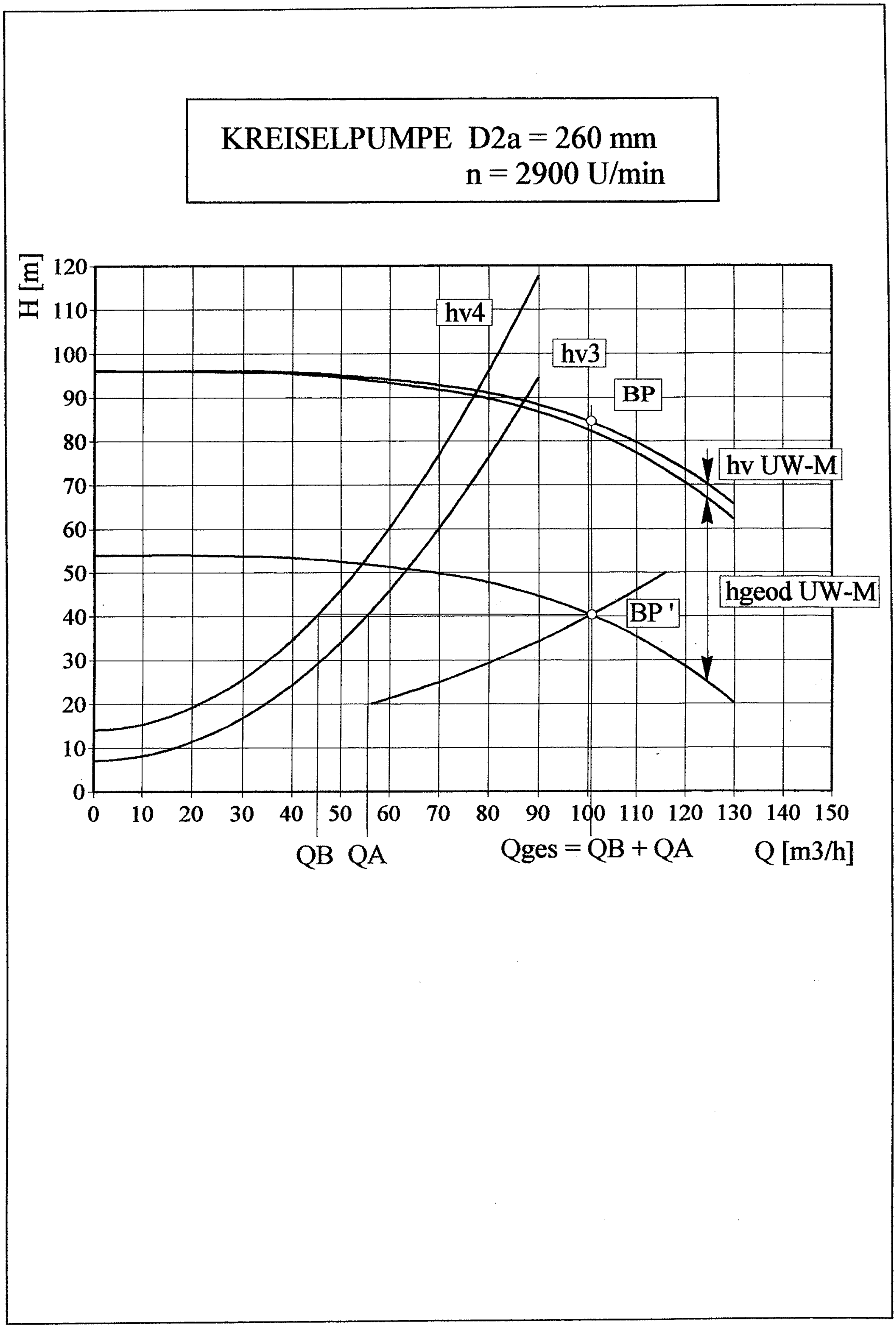
1.) Durch Betrachtung der Wirkung der Pumpe im Mischpunkt M wird die Aufgabe auf das einfache Grundproblem
‘ Pumpe mit 2 parallelen Verbrauchern ‘ reduziert.

$$H_{\text{pumpe in M}} = H_{pu} - 42 - 2{,}033.10^{-4} \,.\, Q^2$$

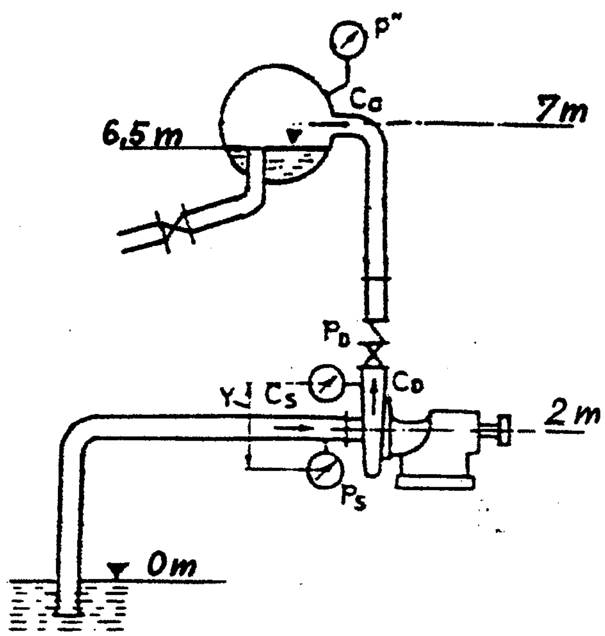
2.) Parallelschalten der Verbraucher M $\rightarrow$ A und M $\rightarrow$ B

3.) Schnitt ‘Verbraucher mit reduzierter Pumpenkennlinie ‘ liefert den Betriebspunkt BP’.
Die Pumpe arbeitet tatsächlich im Betriebspunkt BP.

4.) Bei $H_{BP'}$ kann auf den Einzelkennlinien M$\rightarrow$A und M$\rightarrow$B die Teilmenge Q_A sowie die Teilmenge Q_B abgegriffen werden.


KREISELPUMPE D2a = 260 mm
n = 2900 U/min
H [m]
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
hv4
hv3
BP
hv UW-M
hgeod UW-M
BP '
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
QB
QA
Qges = QB + QA
Q [m3/h]

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 16. Mai 1997**	Name: Matr. Nr.:



In der dargestellten Anlage sollen stündlich 400 m^3 gefördert werden. Dichte und kinematische Zähigkeit des Fördermediums sind ρ =800 kg/m^3 und ν = $1.9*10^{-6}$ m^2/sec. Der Druck im Oberwasserkessel wird auf p" = 1 bar Überdruck gegen die Umgebung konstant gehalten. Eine Abflußleitung sorgt für konstanten Oberwasserspiegel. Höhenkoten sind aus der Skizze ersichtlich. Die Rohrleitungsverluste sind für einen Leitungsdurchmesser d = 175 mm und eine relative Rauhigkeit d/k = 100 aus dem beiliegenden Diagramm zu ermitteln.

Die Rohrleitungslänge L_{Saug} = 1 m, L_{Druck} = 8 m.

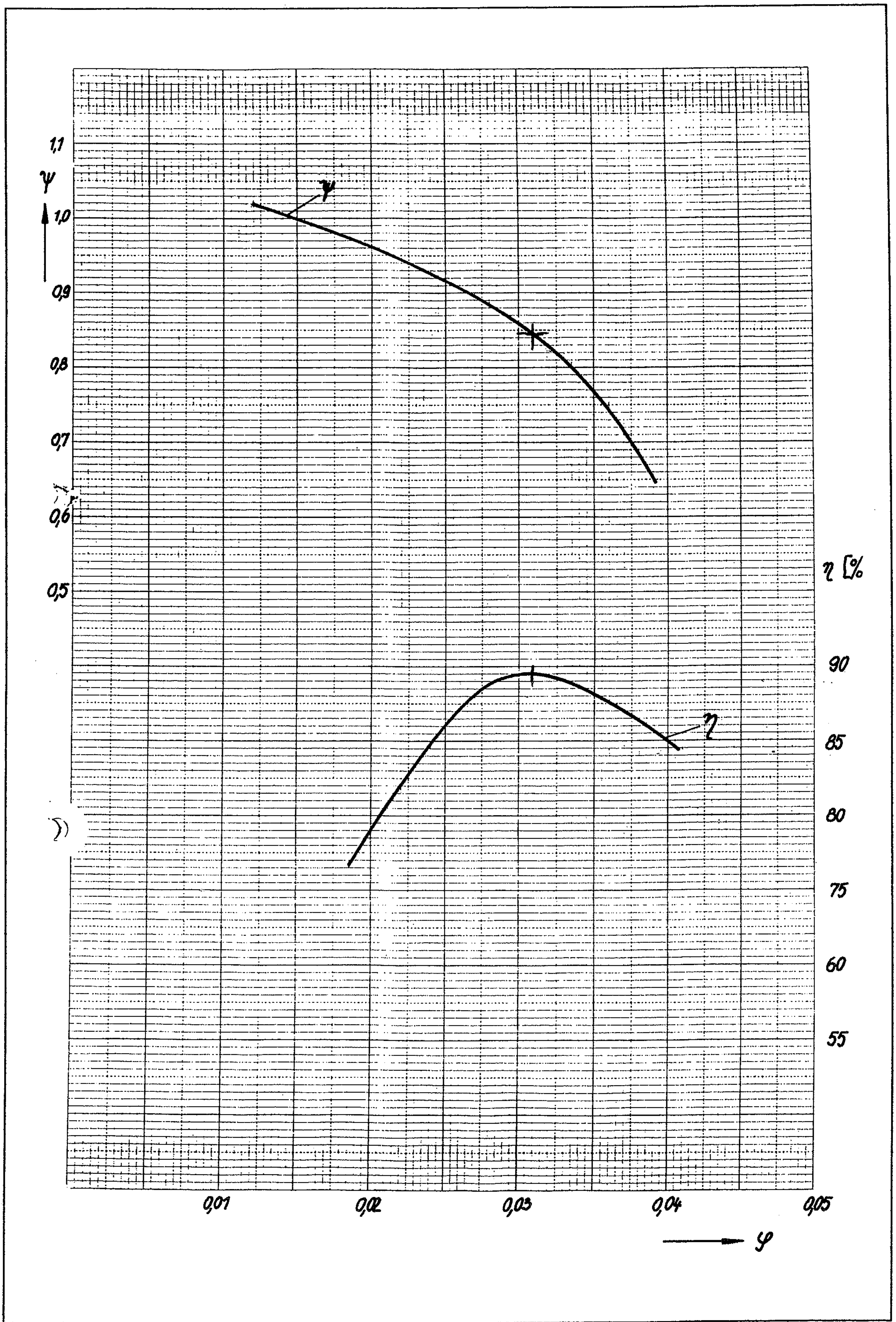
Eintrittsverlust in die Saugleitung : $h_{ve} = 0.1 * c_e^2/2g$

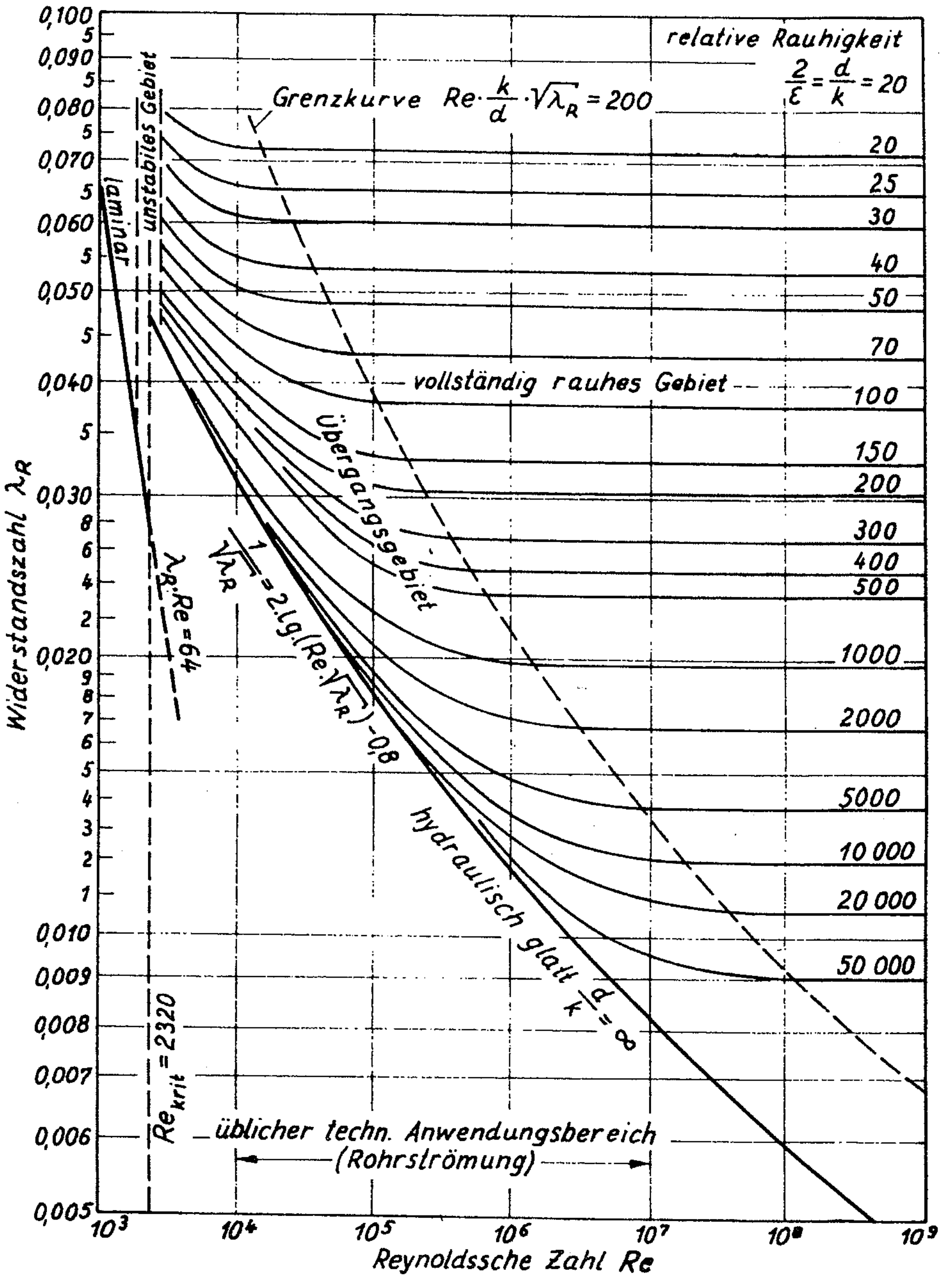
Gesucht ist:

1.) Die Pumpenförderhöhe in m Flüssigkeitssäule

2.) Drehzahl und Durchmesser der Pumpe für besten Wirkungsgrad.

3.) Die Antriebsleistung der Pumpe.


1,1
ψ
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
η [%
90
85
80
75
60
55
0,01
0,02
0,03
0,04
0,05
φ
ψ
η



Widerstandsformel nach Prantl - Colebrook

(aus Richter, Rohrhydraulik)

Lösung Beispiel 2 :

1.) Pumpenförderhöhe

$H_{PU} = h_{geod} + h_{Druck} + h_{v,e} + h_{v,a} + h_{v,Rohr}$

$h_{geod} = 7$ mFS

$$h_{Druck} = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{1 \cdot 10^5}{800 \cdot 9{,}81} = 12{,}74 \text{ mFS}$$

$$h_{v,e} = 0{,}1 \cdot \frac{c_e^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad c_e = 4{,}62 \text{ m / sec} \qquad \rightarrow \qquad h_{v,e} = 0{,}11 \text{ mFS}$$

$$h_{v,a} = \frac{c_a^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad c_a = 4{,}62 \text{ m / sec} \qquad \rightarrow \qquad h_{v,a} = 1{,}09 \text{ mFS}$$

$$Re = \frac{c \cdot d}{\nu} = \frac{4{,}62 \cdot 0{,}175}{1{,}9 \cdot 10^{-6}} = 4{,}25 \cdot 10^5 \qquad \frac{d}{k} = 100 \qquad \rightarrow \qquad \lambda = 0{,}037$$

$$h_{v,Rohr} = \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = 0{,}037 \cdot \frac{9}{0{,}175} \cdot \frac{4{,}62^2}{2 \cdot 9{,}81} \qquad \rightarrow \qquad h_{v,Rohr} = 2{,}07 \text{ mFS}$$

$H_{PU} = 7 + 12{,}74 + 0{,}11 + 1{,}09 + 2{,}07 = 23{,}01$ mFS

2.) Drehzahl, Durchmesser für η_{opt}

$$n_q = \frac{30}{\sqrt{\pi}} \cdot (2 \cdot g)^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{\varphi^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}} = 157{,}8 \cdot \frac{0{,}031^{\frac{1}{2}}}{0{,}845^{\frac{3}{4}}} \qquad \rightarrow \qquad n_q = 31{,}52$$

$$n = n_q \cdot \frac{H^{\frac{3}{4}}}{Q^{\frac{1}{2}}} = 31{,}52 \cdot \frac{23{,}01^{0{,}75}}{\left(\frac{400}{3600}\right)^{0{,}5}} \qquad \rightarrow \qquad n = 993{,}45 \text{ U / min}$$

$$\psi = 0{,}845 = \frac{2 \cdot g \cdot H}{u^2} \qquad u = \frac{D \cdot \pi \cdot n}{60} \qquad \rightarrow \qquad D = 0{,}444 \text{ m}$$

3.) Antriebsleistung

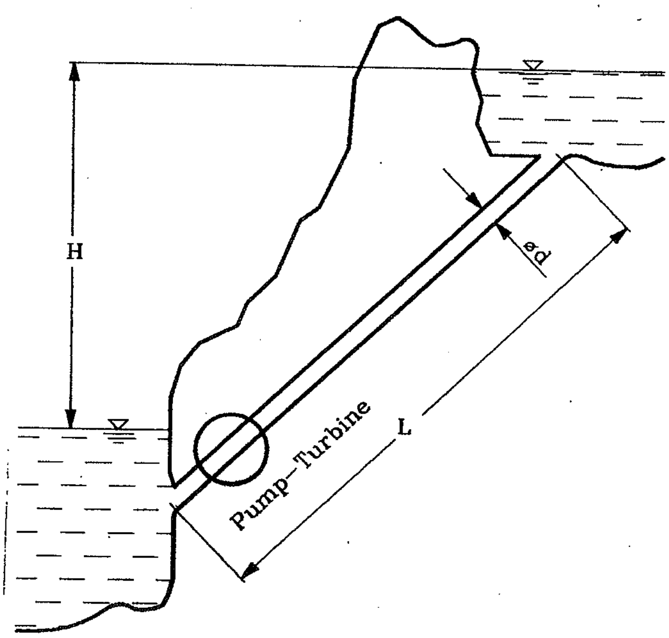
$$P_{erf} = \frac{\rho \cdot Q \cdot g \cdot H}{\eta} \qquad \rightarrow \qquad P = 22{,}42 \text{ kW}$$

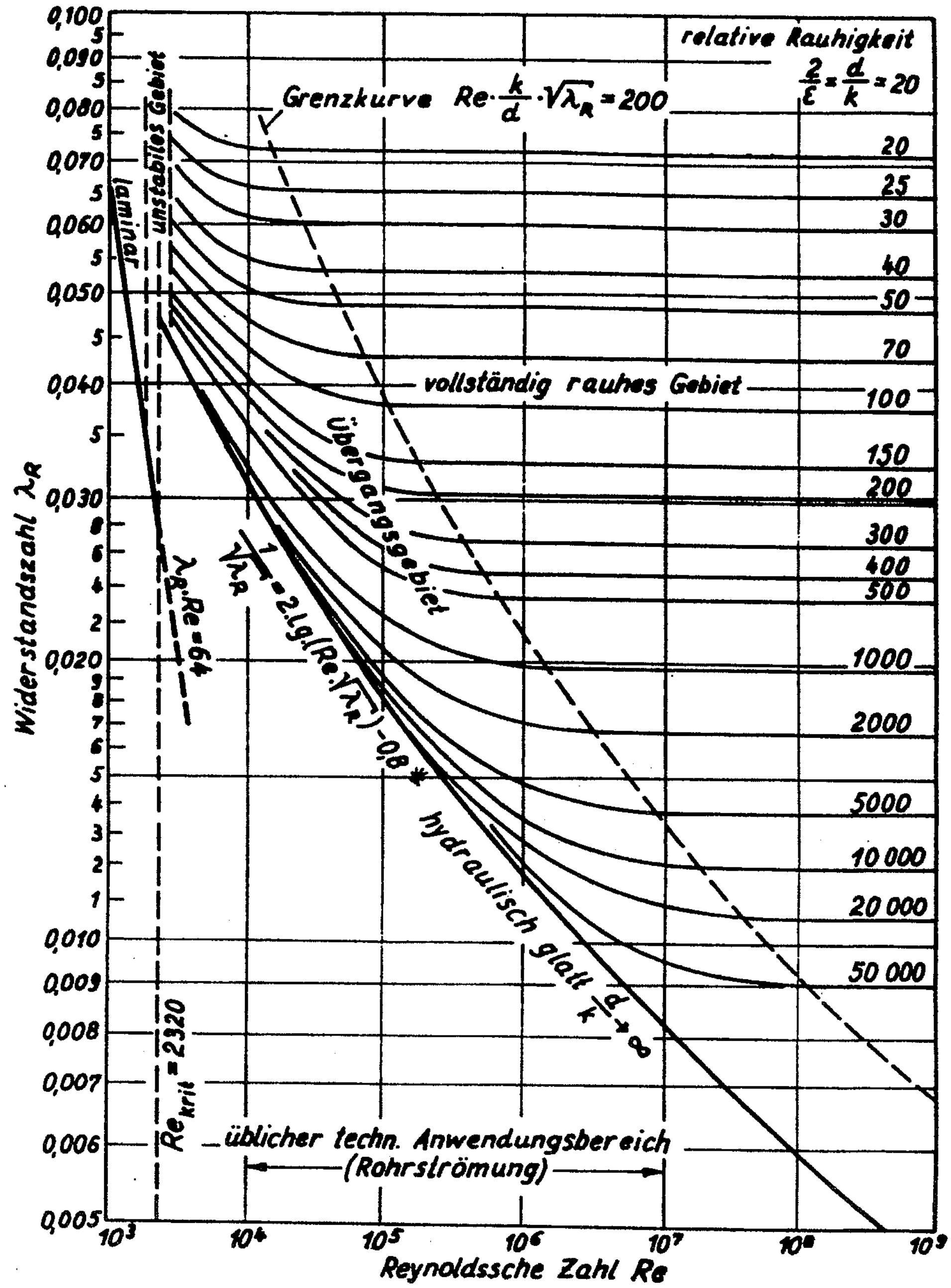
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum: 06. Juni 1997
	Matrikelnummer:

PUMP-TURBINEN-ANLAGE

Die Skizze zeigt eine Pump-Turbinen-Anlage, bestehend aus einem Unterwasser, einem Oberwasser, dessen Wasserspiegel um H = 250m höher liegt, einer Rohrleitung (Länge L = 350m, Durchmesser d = 0,5m, Rauhigkeit k/d = 0,0002) und einer Pump-Turbine, die im Pumpbetrieb einen Wirkungsgrad von η_{Pu} = 0,8 und im Turbinenbetrieb von η_{Tu} = 0,9 hat.
In Zeiten geringen Strombedarfs wird das Wasser (Dichte ρ = 1000kg/m^3, kinematische Viskosität ν = 10^{-6}m^2/s) aus dem unteren Gewässer in den Stausee hinaufgepumpt. Der Volumenstrombedarf dabei ist Q_{Pu} = 0,393m^3/s.
In Zeiten hohen Energiebedarfs wird die Strömungsrichtung umgekehrt und die Pump-Turbine arbeitet als Turbine. Der Volumenstrom im Turbinenbetrieb ist 1,4-mal so hoch wie im Pumpbetrieb, also Q_{Tu} =1,4 Q_{pu} = 0,55m^3/s.

a) Wie groß sind die Verluste bei beiden Betriebsarten?
b) Welche Leistung muß der Flüssigkeit im Pumpbetrieb zugeführt werden und wie groß ist die von der Maschine benötigte Leistung?
c) Welche Leistung gibt die Flüssigkeit im Turbinenbetrieb ab und welche Leistung kann dabei von der Turbinenwelle abgenommen werden?
d) Wie groß ist der hydraulische Wirkungsgrad der Anlage, d. h. das Verhältnis von abgegebener Turbinen-Energie zu aufgenommener Pump-Energie?





Widerstandsformel nach Prandtl-Colebrook

(aus Richter, Rohrhydraulik)

Abb. IV. 1

* Formel nach Colebrook;

Ähnlich, aber einfacher für numerische Rechnung :

$\lambda = 0{,}32 \cdot (Re)^{-0{,}25}$ nach Blasius .

Die Blasius Formel ist umso ungenauer, je höher Re wird.

Lösung Beispiel 1 :

a.) Verluste :

$Q_{PU} = 0{,}393\ m^3/s \quad \rightarrow \quad c_{PU} = 2\ m/s \quad \rightarrow \quad Re_{PU} = 1 \cdot 10^6$

$Q_{TU} = 0{,}55\ m^3/s \quad \rightarrow \quad c_{TU} = 2{,}8\ m/s \quad \rightarrow \quad Re_{TU} = 1{,}4 \cdot 10^6$

$$\Delta p_{VR} = \rho \cdot \frac{c^2}{2} \cdot \frac{L}{D} \cdot \lambda \qquad \text{(Rohrleitung)}$$

mit $k/d = 0{,}0002 \quad \rightarrow \quad \lambda_{PU} = 0{,}0147,\ \lambda_{TU} = 0{,}0142$

$\rightarrow \quad \Delta p_{VR\,PU} = 0{,}206\ bar\ ,\ \Delta p_{VR\,TU} = 0{,}39\ bar$

Austrittsverlust : $\Delta p_{VA\,PU} = 0{,}02\ bar, \qquad \Delta p_{VA\,TU} = 0{,}039\ bar$

$\Sigma \Delta p_{V\,PU} = 0{,}226\ bar$

$\Sigma \Delta p_{V\,TU} = 0{,}429\ bar$

b.) Leistung PUMPBETRIEB :

Der Flüssigkeit zugeführte Leistung : $P = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H_{Anl}$

$H_{Anl} = H_{geod} + \Sigma \Delta p_{V\,PU} / \rho \cdot g \quad \rightarrow \quad H_{Anl} = 252{,}30\ mWS$

$P = 973\ kW$

$P_{el} = P/\eta_{PU} = 1216\ kW$

c.) Leistung TURBINENBETRIEB :

Flüssigkeit gibt ab : $P = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H_{Anl}$

$H_{Anl} = H_{geod} - \Sigma \Delta p_{V\,TU} / \rho \cdot g \quad \rightarrow \quad H_{Anl} = 245{,}63\ mWS$

$P = 1325\ kW$

$P_{el} = P \cdot \eta_{TU} = 1193\ kW$

d.) Hydraulischer Wirkungsgrad der Anlage :

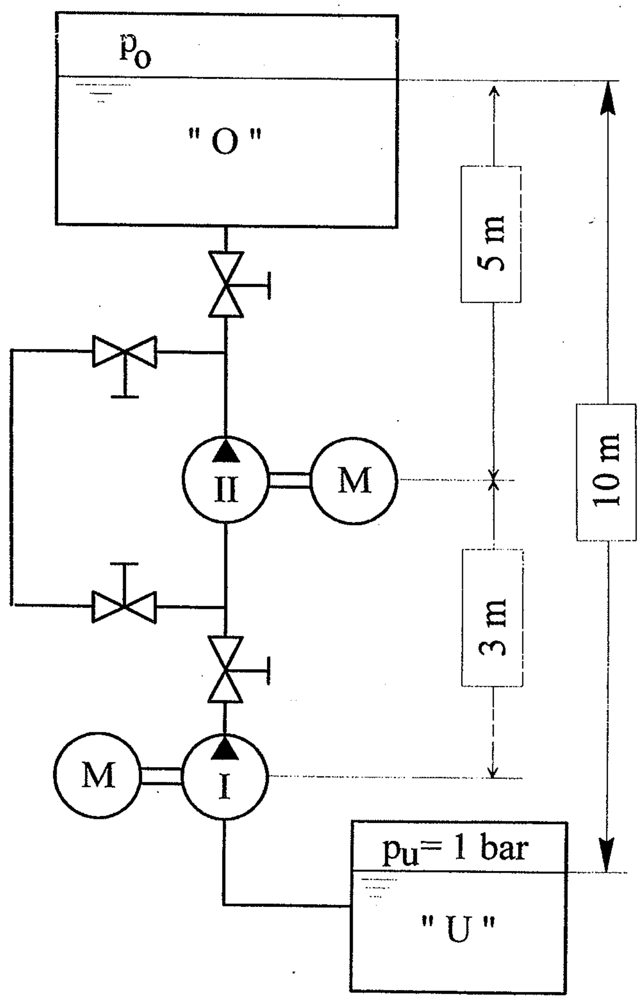
$$\eta_{hydr} = \frac{P_{el\,TU}}{1{,}4 \cdot P_{el\,PU}} = 0{,}70$$

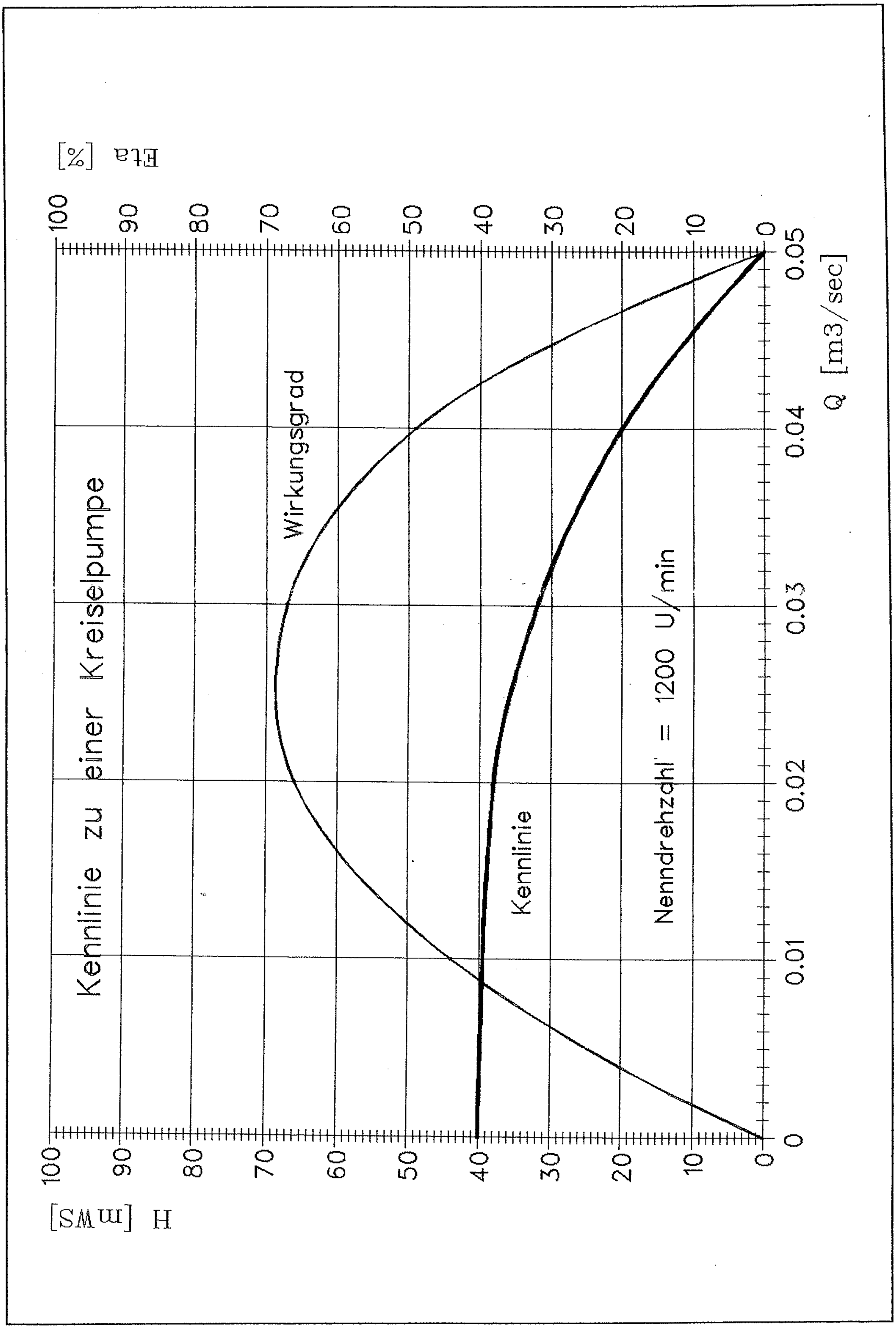
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum: **06. Juni 1997**
	Matrikelnummer:

PUMPEN IN ÜBERDRUCKBEHÄLTER

In der skizzierten Anlage pumpte ursprünglich Pumpe I allein Wasser vom Überdruckbehälter 'U' (Überdruck gegenüber Umgebung = 1bar) nach Behälter 'O', wobei der Druck p_o in dem oberen Behälter variiert werden kann. Um zukünftig Behälter 'O' auch bei höheren Drücken als bisher zu versorgen, wurde eine zweite baugleiche Pumpe II installiert, welche über einen annähernd verlustfreien Bypass überbrückt werden kann. (s. Skizze)
Alle Verluste in der Rohrleitung (incl. Einlauf- und Auslaufverluste) können mit Hilfe des auf die Geschwindigkeitshöhe bezogenen Verlustfaktor $\zeta_v = 30$ berechnet werden. Der Rohrdurchmesser beträgt an allen Stellen im System 100mm. Die Dichte des Wassers wird mit $\rho = 1000 kg/m^3$, die Erdbeschleunigung mit $g = 10 m/s^2$ angenommen.

a) Zeichnen Sie die bei Betrieb von Pumpe I und Pumpe II resultierenden Maschinenkennlinie bei Nenndrehzahl $n_N = 1200$ 1/min in das beiliegende Diagramm ein.
b) Geben Sie die Betriebspunkte im 1. Quadranten für Pumpe I und II zusammen und für Pumpe I alleine für $p_o = 3bar$ und $p_o = 5bar$ an (bei Nenndrehzahl).
c) Der Antriebsmotor der zusätzlichen Pumpe ist drehzahlregelbar, während Pumpe I nur bei Nenndrehzahl betrieben werden kann. Welche Drehzahl ist bei Pumpe II mindestens einzustellen, wenn ein Rückfluß in der Anlage bei einem Behälterüberdruck von 5bar gerade noch verhindert werden soll?
d) Berechnen Sie die den Unterschied in der aufgenommenen elektrischen Leistung der Antriebsmotoren der Pumpe I und II für die Fälle $p_o = 3bar$ und $p_o = 5bar$.




Kennlinie zu einer Kreiselpumpe
Wirkungsgrad
Kennlinie
Nenndrehzahl = 1200 U/min
Eta [%]
H [mWS]
Q [m3/sec]
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
0 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05

Lösung Beispiel 2 :

a.) resultierende Pumpenkennlinie :

Bei Q = konst. H verdoppeln

b.) Betriebspunkte :

$$H_{Anl} = \frac{p_O - p_U}{\rho \cdot g} + z_O - z_U + H_{v\,ges}$$

$$H_{v\,ges} = \varsigma \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$$

mit $\varsigma = 30,\ d = 0{,}1\ m$ $\quad \rightarrow \quad H_{v\,ges} = 24317 \cdot Q^2$

wobei Q in $\frac{m^3}{sec}$ einzusetzen ist.

mit $\frac{p_U}{\rho \cdot g} = 10$ mWS und $(z_O - z_U) = 10$ m $\rightarrow \quad H_{Anl} = \frac{p_O}{\rho \cdot g} + 24317 \cdot Q^2$

Q annehmen, H_{Anl} für p_O = 5 bar, bzw. 3 bar berechnen, siehe Diagramm S. 7

c.) Drehzahl Pumpe II :

Drehzahlregelung : $Q \sim n \qquad H \sim n^2 \qquad P \sim n^3$

kein Rückfluß $\Rightarrow Q \geq 0$

keine Förderung $\Rightarrow Q \leq 0$

$\Rightarrow Q = 0$

$\rightarrow$ H aus Verbraucherkennlinie p = 5 bar $\rightarrow$ Betriebspunkt : Q = 0 , H = 50 mWS

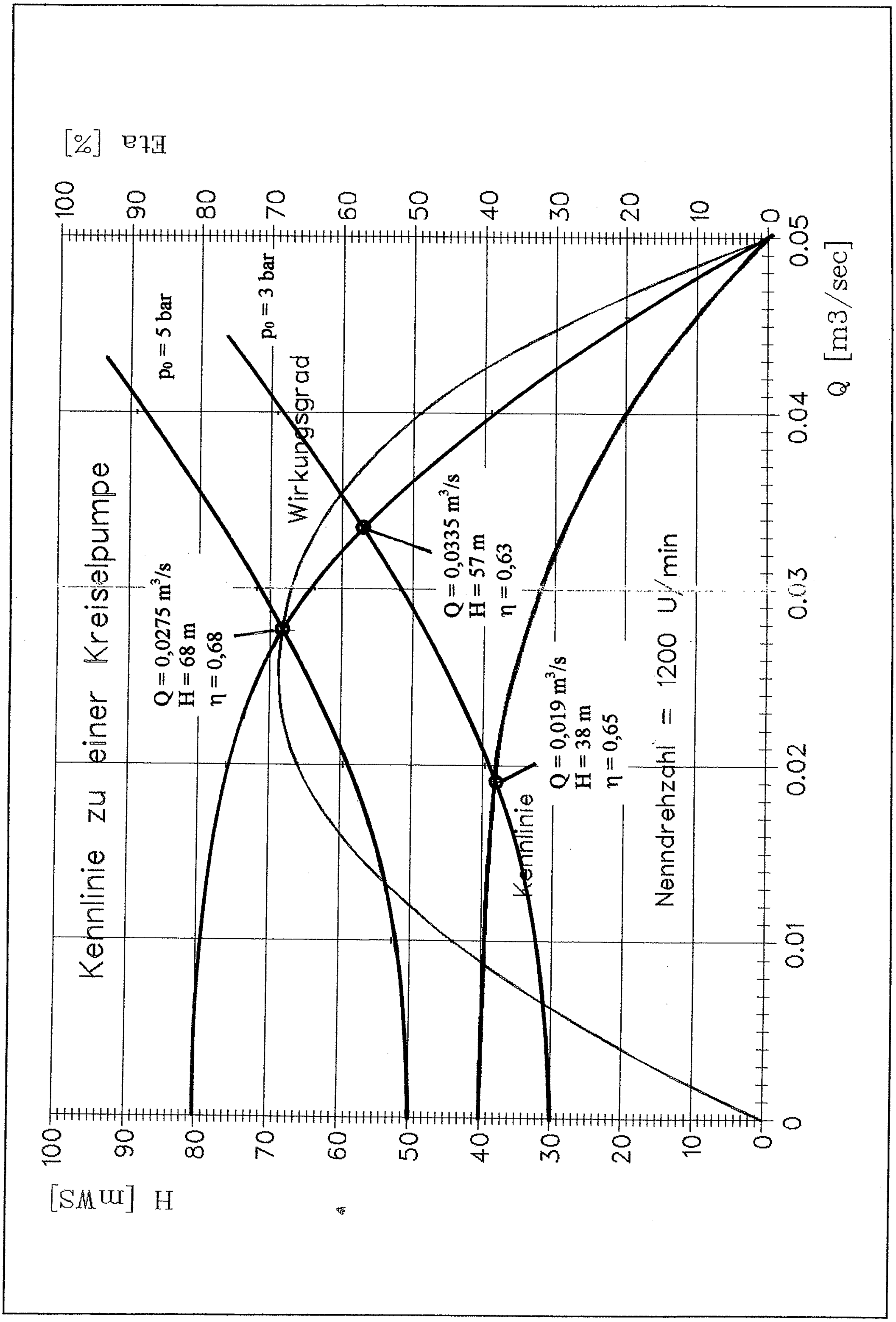
PUMPE I	Drehzahl 1200 U/min,	H = 40 m
PUMPE II	Drehzahl beliebig	H = 10 m

$$H \sim n^2 \quad \rightarrow \quad \frac{n_{II}^2}{1200^2} = \frac{10}{40} \quad \rightarrow \quad n_{II} = 600\ U/min$$

d.) Antriebsleistung :

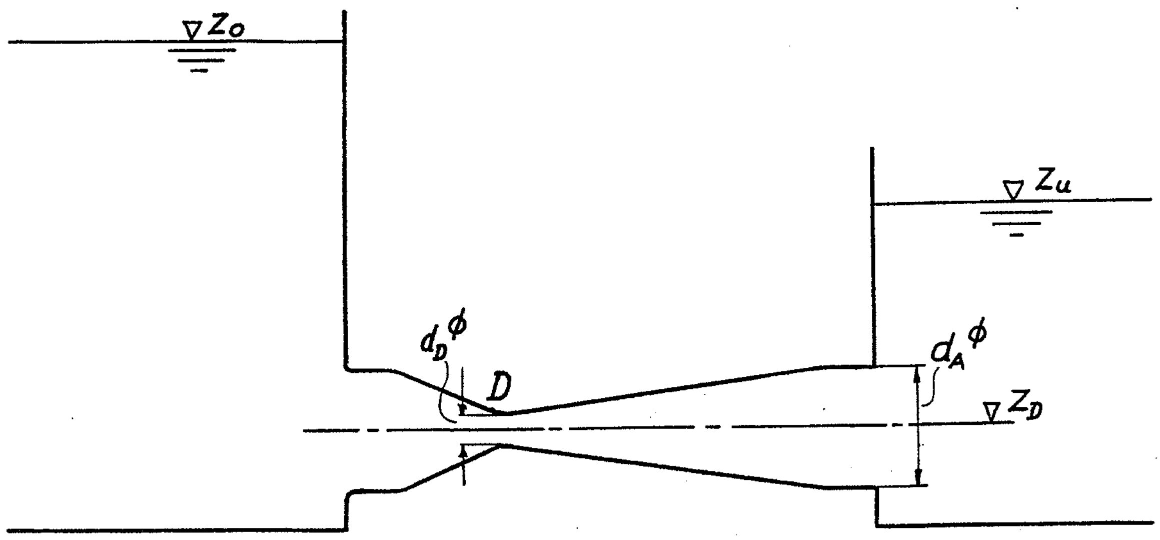
$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} \quad \rightarrow \quad \Delta P = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{0{,}0335 \cdot 57}{0{,}63} - \frac{0{,}0275 \cdot 68}{0{,}68} \right)$$

$$\rightarrow \quad \Delta P = 2{,}8\ kW$$


Kennlinie zu einer Kreiselpumpe
H [mWS]
Eta [%]
Q [m3/sec]
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
p_0 = 5 bar
p_0 = 3 bar
Wirkungsgrad
Kennlinie
Q = 0,0275 m³/s
H = 68 m
η = 0,68
Q = 0,0335 m³/s
H = 57 m
η = 0,63
Q = 0,019 m³/s
H = 38 m
η = 0,65
Nenndrehzahl = 1200 U/min

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 3. Juli 1997**	Name: Matr. Nr.:

1. Beispiel



In der Anlage lt. Skizze, die sich auf Meeresniveau befindet, strömt Wasser aus dem Becken 'O' (Spiegelhöhe z_O = konst.) durch die Düse D in das Becken 'U'.

Gesucht ist der Grenzwert der Spiegelhöhe z_u, bei dem in D gerade Kavitation auftritt.

Bis zur Stelle D kann die Strömung als verlustfrei angenommen werden.

Folgende Daten sind als bekannt vorauszusetzen:

η_D
z_O
z_D
d_D
d_A

Geben Sie die Dampfdruckhöhe in mWS an!

Lösung Beispiel 1 :

Bernoulli O → D

$$\frac{p_O}{\rho \cdot g} + \frac{c_O^2}{2 \cdot g} + z_O = \frac{p_D}{\rho \cdot g} + \frac{c_D^2}{2 \cdot g} + z_D$$

$$c_O = 0 \quad \frac{p_O}{\rho \cdot g} = h_{at} = 10\,\text{mWS} \quad \frac{p_D}{\rho \cdot g} = h_{Dampf} = 0{,}2\,\text{mWS} \quad (\text{Kavitationsbeginn})$$

$$c_D^2 = 2 \cdot g \cdot \left(\frac{p_O}{\rho \cdot g} - \frac{p_D}{\rho \cdot g} + z_O - z_D \right) = 2 \cdot g \cdot (9{,}8 + z_O - z_D)$$

$$c_A = c_D \cdot \frac{d_D^2}{d_A^2}$$

Bernoulli D →U :

$$\frac{p_D}{\rho \cdot g} + \frac{c_D^2}{2 \cdot g} + z_D = \frac{p_U}{\rho \cdot g} + \frac{c_U^2}{2 \cdot g} + z_U + h_{VD\text{-}U}$$

$$h_{VD\text{-}U} = (1 - \eta_D) \cdot \frac{c_D^2 - c_A^2}{2 \cdot g} + \frac{c_A^2}{2 \cdot g}$$

eingesetzt, wobei $\frac{p_U}{\rho \cdot g} = h_{at} = 10\,\text{mWS}$

$$z_U = -9{,}8 + z_D + \eta_D \cdot \frac{c_D^2 - c_A^2}{2 \cdot g}$$

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 3. Juli 1997**	Name: Matr. Nr.:

2. Beispiel: Axialpumpe

Betrachtet wird ein Modell für eine Axialwasserpumpe, welches im Luftversuch laufen soll. (ρ= 1.15kg/m^3)

Bei einer Drehzahl von n = 1440 Upm wird ein Durchsatz von Q = 3,5m^3/s sowie eine Förderhöhe von H = 30 mWS gefordert.
Damit diese Pumpe in das vorhandene Produktspektrum paßt, muß sie folgender Geometrie genügen:

D_a = 590 mm;
D_i = 300 mm

Der Einfachheit halber wird nicht auf mehreren Stromfäden sondern nur auf dem Durchmesser D_x = 400 mm gerechnet.

Weitere Annahmen für den Laufradauslegungspunkt:
η_u = 0.93,
zylindrische Rotationsflutflächen;
cm = konst. im gesamten Strömungsraum;
gleiches hu auf allen Stromlinien;

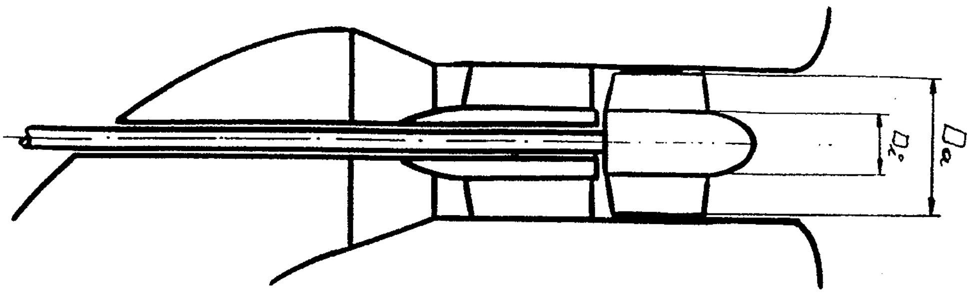
a) Berechnen Sie sämtliche Daten der Geschwindigkeitsdreiecke, welche sich auf dem Durchmesser D_x im Laufradauslegungspunkt ergeben und zeichnen Sie diese (1 m/s = 0.5 cm)

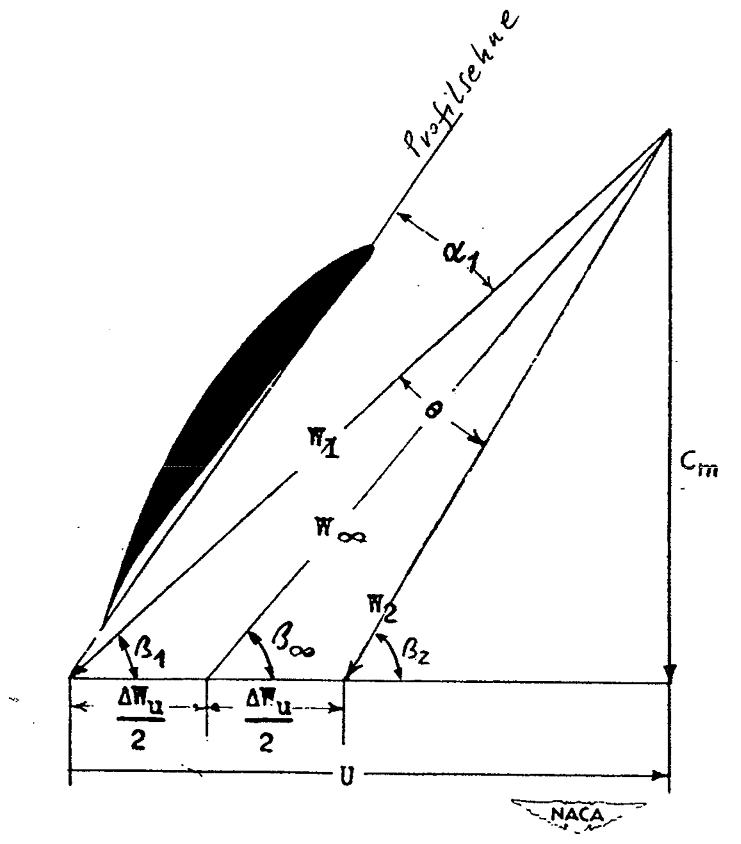
b) Berechnen Sie Förderziffer, Druckziffer und Nutzleistung der Pumpe im Laufradauslegungspunkt. Wie groß ist die spezifische Drehzahl?

c) Der in Punkt a) ermittelte Abströmwinkel β_2 wird von dem angegebenen Laufschaufelprofil mit einem Anstellwinkel von α_1 = 12.6° erzeugt.
Wie aus der Vorlesung bekannt, ist die „Winkelabweichung“ als Differenz der Winkel zwischen Tangente an die Skelettlinie am Austritt und tatsächlicher Abströmrichtung definiert. Wie groß ist die Winkelabweichung im Laufradauslegungspunkt am Durchmesser D_x? Welche Pumpennutzleistung ergibt sich bei Vernachlässigung der „Winkelabweichung“, wenn man voraussetzt, daß der Umfangswirkungsgrad konstant bleibt?

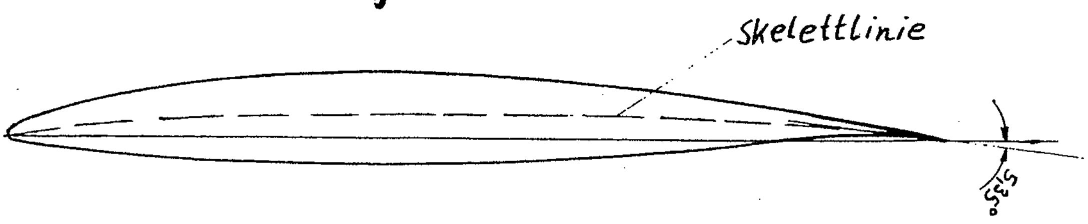
Anlage: Längsschnitt Pumpe, Laufschaufelprofil

Beilage 1 zum Prüfungsbeispiel **EZ**
"Längsschnitt-Pumpe, Profil"





Profil XY



Lösung Beispiel 2 :

a.) Geschwindigkeitsdreiecke

Annahme : Eintritt drallfrei

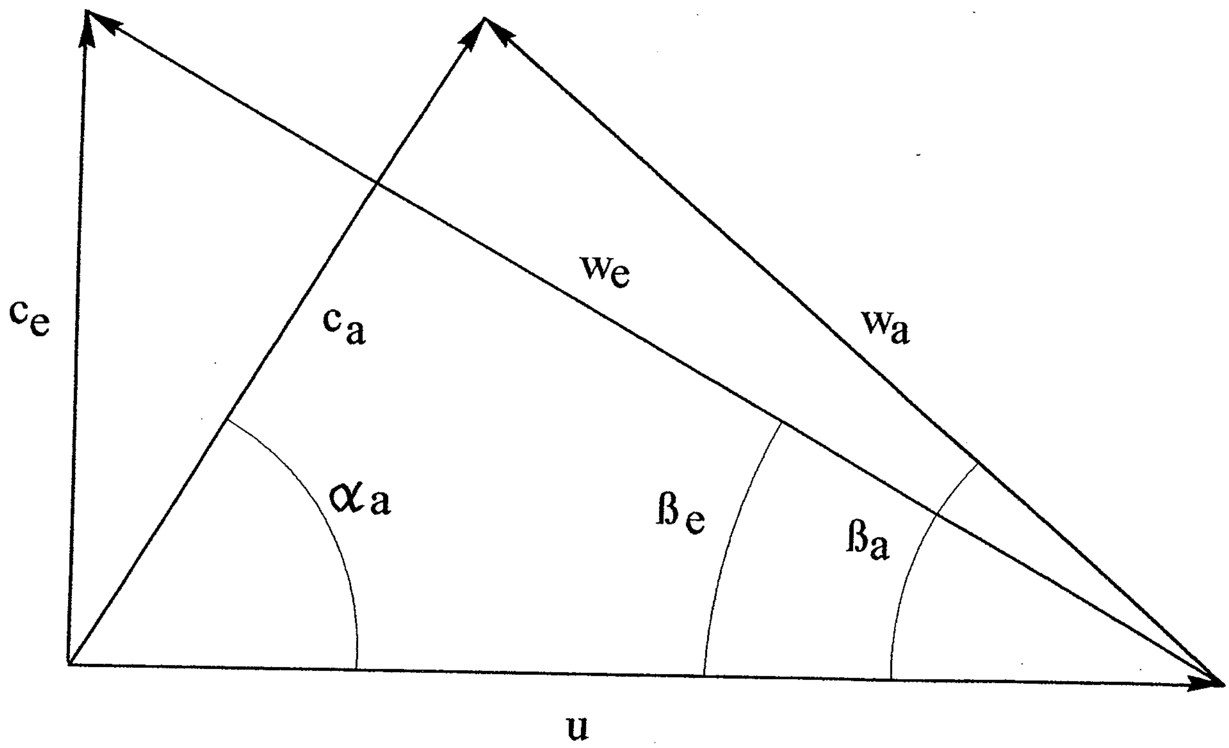
$$u = \frac{D_x \cdot \pi \cdot n}{60} = 30{,}159\ m/s$$

$$h_u = \frac{H}{\eta_u} = \frac{1}{g}\left(u_a \cdot c_{ua} - u_e \cdot c_{ue}\right) \qquad \rightarrow \qquad c_{ua} = 10{,}493\ m/s$$

$$c_m = c_e = \frac{4 \cdot Q}{\left(D_a^2 - D_i^2\right) \cdot \pi} \qquad \rightarrow \qquad c_m = 17{,}266\ m/s$$

aus Trigonometrie :

$\alpha_a = 58{,}712\ °$	$c_a = 20{,}204\ m/s$	$w_{ua} = 19{,}666\ m/s$
$\beta_a = 41{,}282\ °$	$\beta_e = 29{,}791\ °$	$w_e = 34{,}752\ m/s$
$\theta = 11{,}491\ °$	$w_a = 26{,}162\ m/s$	



b.) Förderziffer, Druckziffer

Bezugsdurchmesser : $D_{Bez} = D_a = 590$ mm

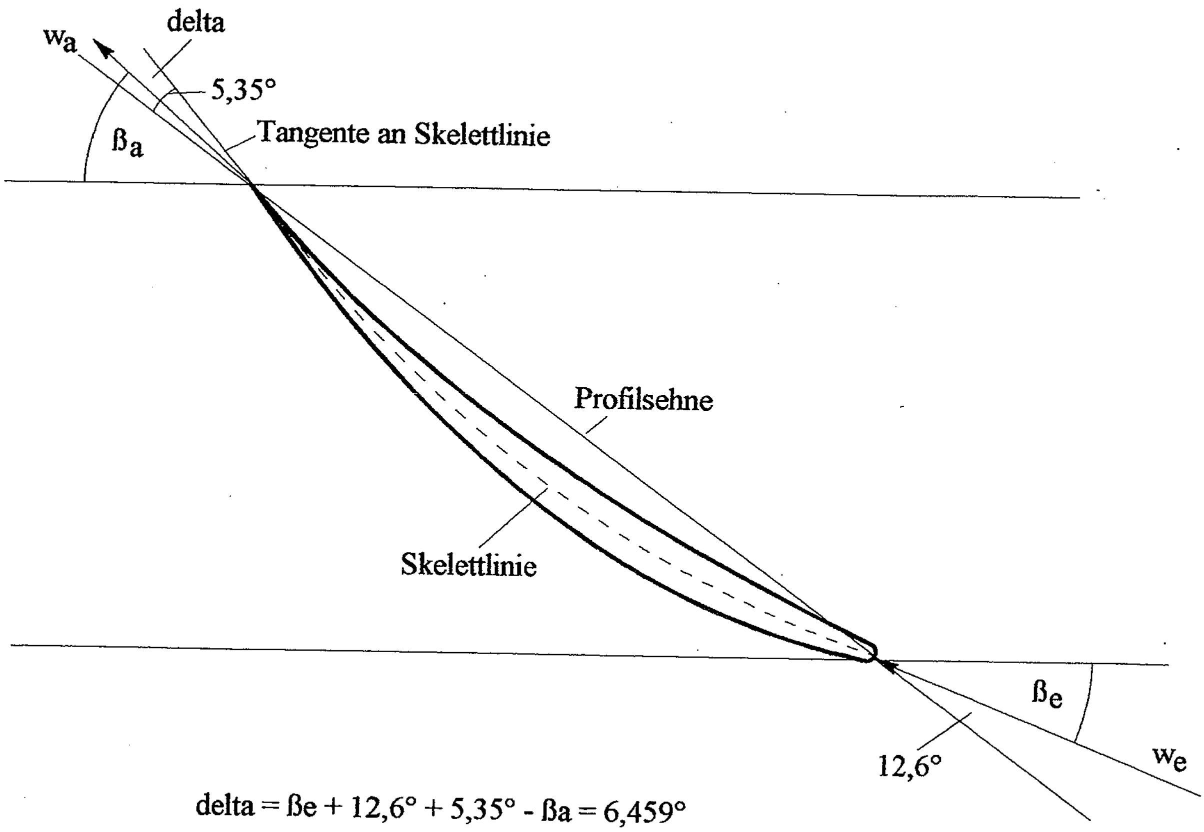
$$\varphi = \frac{Q \cdot 4}{u_{Bez} \cdot D_{Bez}^{\ 2} \cdot \pi} \qquad \rightarrow \varphi = 0{,}288$$

$$\psi = \frac{2 \cdot g \cdot H}{u_{Bez}^{\ 2}} \qquad \rightarrow \psi = 0{,}297$$

$$P_N = \rho \cdot Q \cdot g \cdot H \qquad \rightarrow P_N = 1{,}1846 \text{ kW}$$

$$n_q \equiv n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \qquad \rightarrow n_q \equiv 210{,}163$$

c.) Winkelabweichung



delta = ße + 12,6° + 5,35° - ßa = 6,459°

ohne Winkelabweichung :

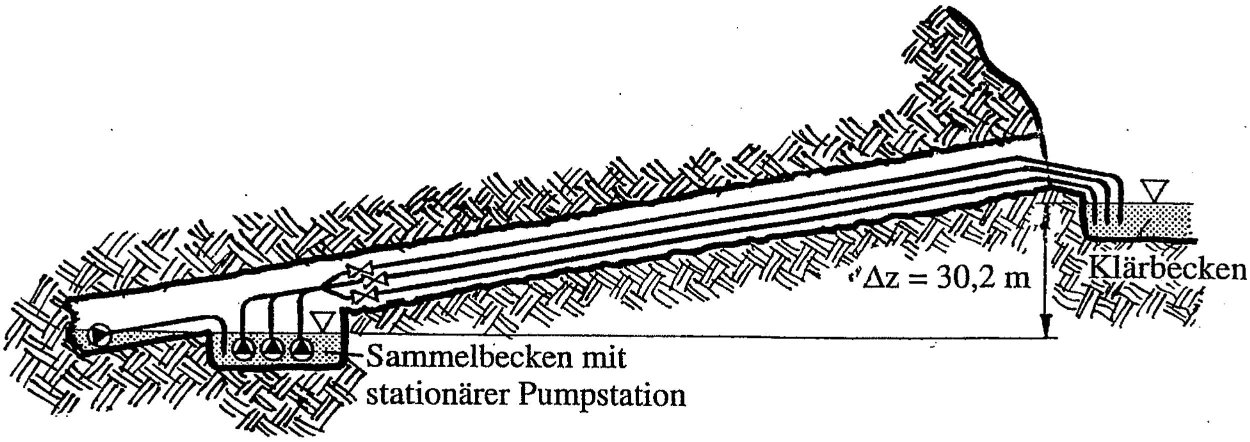
$$\tan(\beta_a + \text{delta}) = \frac{c_m}{w_{ua}} \qquad \rightarrow \qquad w_{ua} = 15{,}688 \text{ m/s}$$

$$c_{ua} = 14{,}471 \text{ m/s}$$

$$H = \frac{1}{g} \cdot \eta_u \cdot (u_a \cdot c_{ua}) = 41{,}374 \text{ mWS} \qquad \rightarrow \qquad P_N = 1{,}634 \text{ kW}$$

Beispiel: PUMPANLAGE ZUR TUNNELENTWÄSSERUNG

Beim Bohren eines Tunnels fallen an der Vortriebsstelle zeitweise größere Gebirgswassermengen an. Um den Vortrieb zu sichern, muß das austretende Gebirgswasser abgeleitet werden. Wegen des geodätisch, in Vortriebsrichtung fallenden Längsprofiles sind dazu Rohrleitungen und Pumpen erforderlich, die das Wasser in Gegenrichtung aus dem Stollen fördern. Von der Vortriebsstelle wird das anfallende Wasser mit Hilfe einer mobilen Pumpstation in das Sammelbecken gefördert. Von dort speisen drei identische Tauchmotorpumpen in eine Verteilleitung, an die drei Rohrleitungen unterschiedlichen Durchmessers angeschlossen sind. Die drei Rohre leiten das abgepumpte Wasser in ein Klärbecken vor dem Portal des Tunnels. Im Förderwasser sind Bohrabrieb und Schwebstoffe enthalten. Zur Verhinderung von Ablagerungen und Verstopfungen der Rohrleitungen soll eine Mindestgeschwindigkeit von 1 m/s nicht unterschritten werden. Für kleine Fördermengen ist dazu eine Rohrleitung mit geringem Querschnitt und eine kleine Pumpleistung erforderlich. Andererseits sollen größere Wassereinbrüche beherrscht werden, wozu ein großer Rohrquerschnitt und eine große Förderleistung benötigt wird. Um diese Forderungen erfüllen zu können, ist die Pumpanlage mit drei identischen, drehzahlregelbaren Pumpen und drei Rohrleitungen unterschiedlichen Durchmessers ausgestattet. Je nach Wasseranfall kann die geeignetste Kombination von Pumpen und Rohrleitungen gewählt und betrieben werden. Die Drehzahlregelung ermöglicht beliebige Pumpendrehzahlen bis 1450 U/min.



Die Verluste vom Druckstutzen der Pumpe(n) durch die Verteilleitung bis zum Beginn der Förderleitungen sind vernachlässigbar. In den Rohrleitungen ist der gesamte Verlust durch den Rohrreibungsbeiwert λ und die Summe der Verlustbeiwerte $\Sigma\zeta$ (Armaturen, Formstücke, Austrittsverlust) gegeben.

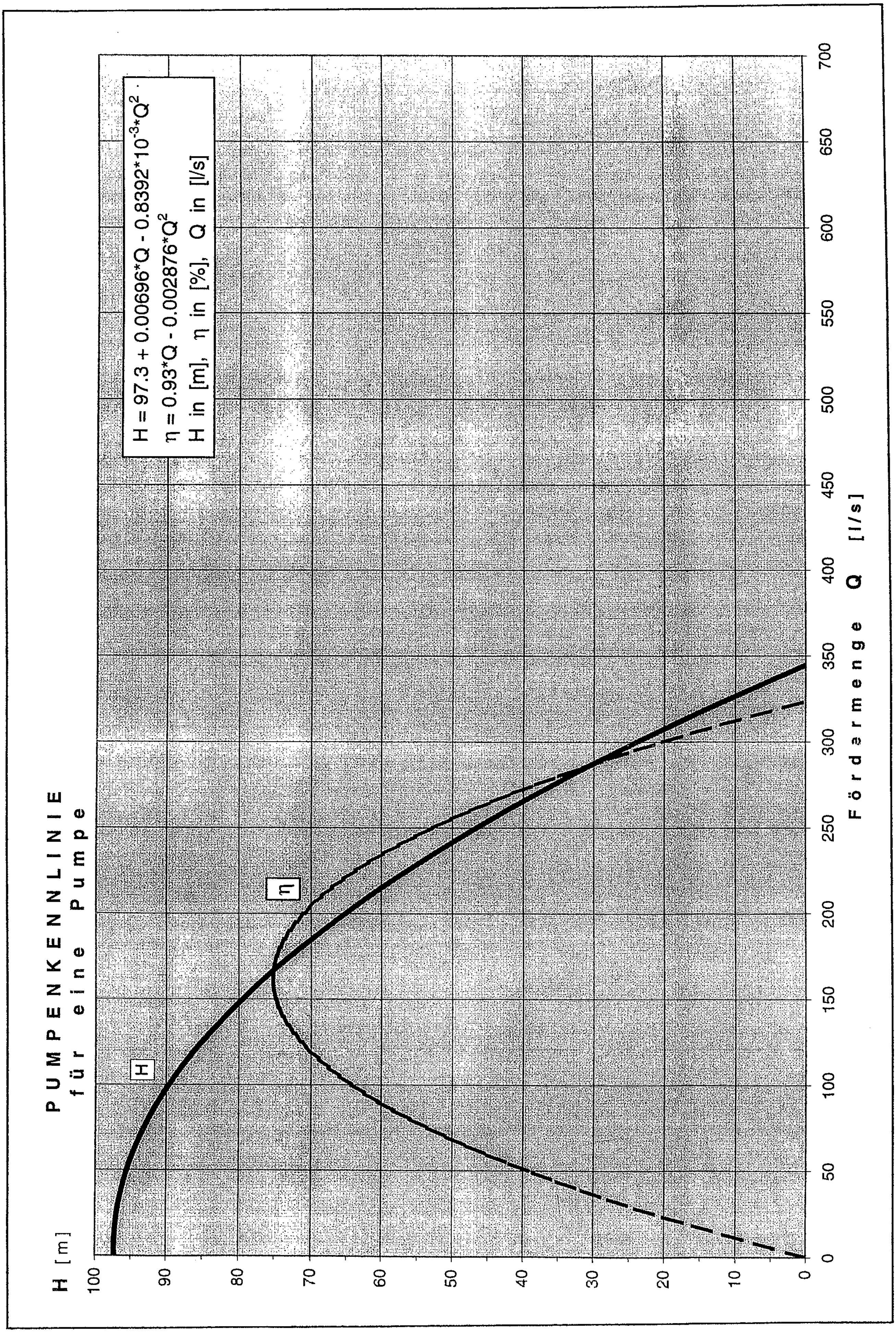
Gegeben: Pumpenkennlinien einer Pumpe :
H-Q, η-Q für die max. Drehzahl
n = 1450 U/min, auf Seite 2/2.

Rohrleitungen :

Ltg.Nr.	D_i [mm]	Länge [m]	λ	$\Sigma\zeta$
1	253	2500	0.013	15.7
2	285	2500	0.013	15.7
3	395	2500	0.011	13

Gesucht: **1.** Die maximale Förderfähigkeit der stationären Pumpanlage.

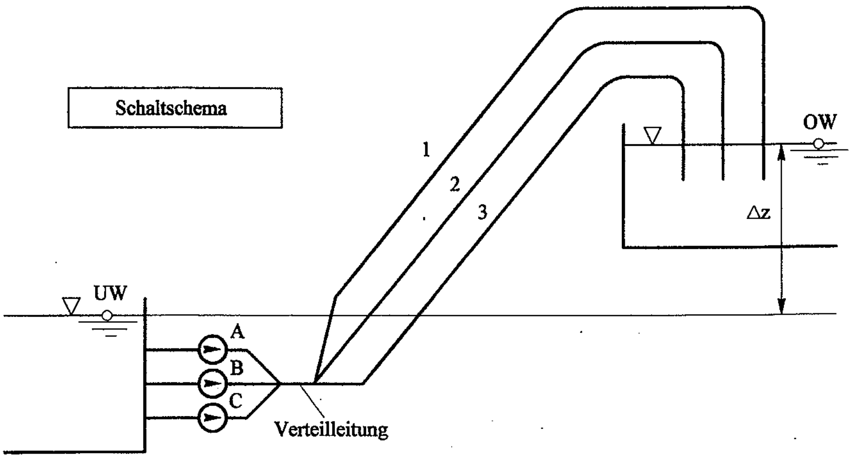
2. Pumpen- und Leitungswahl sowie die Pumpendrehzahl für die minimal mögliche Fördermenge unter Einhaltung der Mindestgeschwindigkeit von 1 m/s in der gewählten Rohrleitung.


PUMPENKENNLINIE
für eine Pumpe
H = 97.3 + 0.00696*Q - 0.8392*10^-3*Q^2
η = 0.93*Q - 0.002876*Q^2
H in [m], η in [%], Q in [l/s]
H
η
H [m]
Fördermenge Q [l/s]
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
550
600
650
700

Lösung Beispiel 1 :

1.) Maximale Förderfähigkeit der Anlage

Der größte Durchfluß bei gegebenem geodätischen Höhenunterschied der Spiegel in den Becken wird erreicht, wenn von den Pumpen her möglichst viel Energie ins Fördermedium übertragen und von der Anlage her möglichst wenig Energie ‘ verbraucht ‘ (d.h. in Reibung und Wärme umgewandelt) wird. Dies wird bei Betrieb aller drei Pumpen mit maximaler Drehzahl (1450 U/min) und Zuschalten der drei Leitungen erreicht.



Energiebilanz vom Unterwasser bis zum Oberwasserspiegel

$$\frac{p_{UW}}{\rho \cdot g} + \frac{c_{UW}^2}{2 \cdot g} + z_{UW} + H_{PU} = \frac{p_{OW}}{\rho \cdot g} + \frac{c_{OW}^2}{2 \cdot g} + z_{OW} + \sum hv_{UW-OW}$$

$$p_{UW} = p_{OW} = p_{at} \qquad c_{UW} = c_{OW} = 0 \qquad z_{OW} - z_{UW} = \Delta z$$

$$H_{PU} = \Delta z + \sum hv_{UW-OW} = H_{VERBRAUCHER}$$

Pumpenkennlinie :

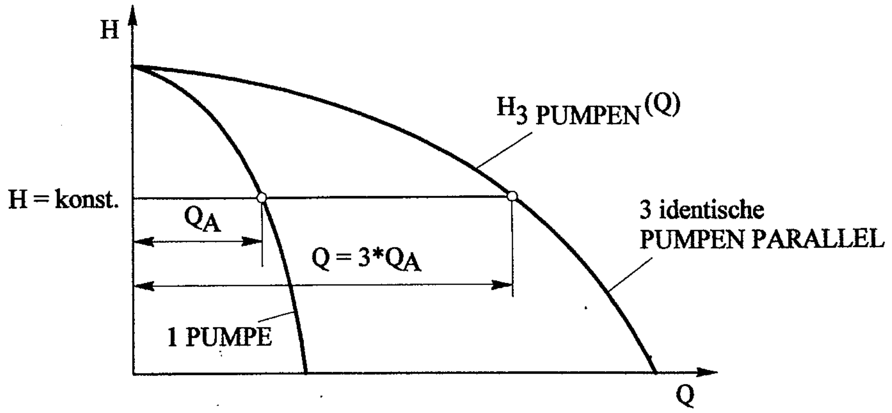
Die drei identischen Pumpen speisen parallel in die Verteilleitung. Das bedeutet, bei jeder Förderhöhe ergibt sich die gesamte Fördermenge als Summe der drei Pumpenfördermengen:

H = konst. , beliebig

$$Q_{(H)} = Q_{A(H)} + Q_{B(H)} + Q_{C(H)} \quad ; \quad \text{da } Q_{A(H)} = Q_{B(H)} = Q_{C(H)}$$

$$Q_{(H)} = 3 \cdot Q_{A(H)}$$

Für die graphische Darstellung der Summenpumpenkennlinie sind bei H = konst. die Summenfördermengen $Q = 3 \cdot Q_A$ horizontal aufzutragen.



Verbraucherkennlinien

Da die Tauchmotorpumpen keine Saugleitung besitzen und die Verluste in den Druckstutzen der Pumpen und in der Verteilleitung vernachlässigbar sind, ist der Verbraucher eine reine Parallelschaltung der drei verschiedenen Rohrleitungen mit identisch geodätischer Förderhöhe :

$$H_{V1} = \Delta z + \left(\lambda_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} + \sum \zeta_1\right) \cdot \frac{c_1^{\,2}}{2 \cdot g} \quad \rightarrow \quad H_{V1} = 30{,}2 + 2907 \cdot Q_1^{\,2}$$

$$H_{V2} = \Delta z + \left(\lambda_2 \cdot \frac{L_2}{D_2} + \sum \zeta_2\right) \cdot \frac{c_2^{\,2}}{2 \cdot g} \quad \rightarrow \quad H_{V2} = 30{,}2 + 1625 \cdot Q_2^{\,2}$$

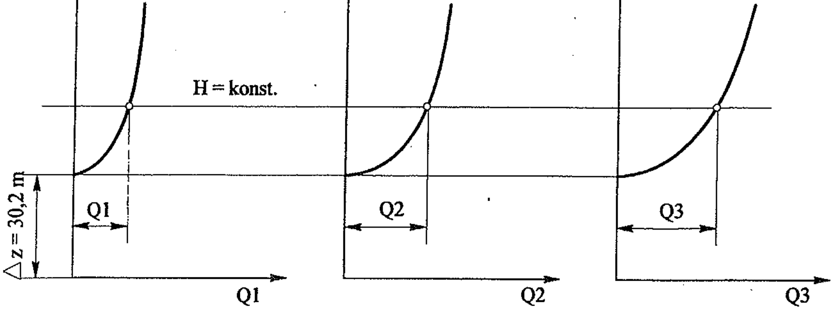
$$H_{V3} = \Delta z + \left(\lambda_3 \cdot \frac{L_3}{D_3} + \sum \zeta_3\right) \cdot \frac{c_3^{\,2}}{2 \cdot g} \quad \rightarrow \quad H_{V3} = 30{,}2 + 280{,}4 \cdot Q_3^{\,2}$$

Q in [m³/sec]

Q - Werte annehmen, $H_{V1,2,3}$ berechnen, einzeichnen der Verbraucherkennlinien in das H - Q Diagramm.

Summenverbraucherkennlinie

Bei vorgegebener Eintrittsenergie am Beginn jeder Rohrleitung (H = konst.) strömt entsprechend der jeweiligen Verbraucherkennlinie jene Menge, die sich aus dem Schnitt der horizontalen Geraden H = konst. und der Verbraucherkennlinie ergibt :



Da die 3 Verbraucher (Rohrleitungen) parallel angeordnet sind, ergibt sich der Gesamtdurchfluß im Verbraucher als Summe der Teildurchflüsse bei H = konst.

$$H = \text{konst.}: \quad Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Betriebspunkt der Pumpanlage :

Nachdem die Pumpenkennlinie für die drei parallelgeschalteten Pumpen und die Verbraucherkennlinie für die drei parallelgeschalteten Rohrleitungen ermittelt wurden, kann jetzt der Betriebspunkt ermittelt werden.
Stationärer Betrieb ist nur dort möglich, wo zugeführte und ' verbrauchte ' Energie übereinstimmen.

$$H_{3PU} = H_{VERBRAUCHER}$$

D.h.: Pumpenkennlinie H_{3PU} und Verbraucherkennlinie $H_{VERBRAUCHER}$ zum Schnitt bringen.
Im Schnittpunkt ist : $H_{3PU} = H_{VERBRAUCHER}$
Der sich dabei ergebende Durchfluß Q_{max} ist die gesuchte maximale Förderfähigkeit der Anlage. Aus dem Q - H Diagramm ergibt sich

$$Q_{max} = 605 \text{ l/s}$$

2.) Minimal mögliche Fördermenge für $c_{Rohr} = 1$ m/sec ;

$c_{Rohr\,min} = 1$ m/s
Der kleinste Durchfluß wird mit jener Leitung die den kleinsten Querschnitt besitzt, erreicht ; Ltg.1 , DN 250
$Q_{min} = c_{Rohr,\,min} \cdot A_{rohr,\,min} = 50{,}3$ l/s
Damit ergibt sich die Verbraucherhöhe für Leitung 1 :

$$H_{V1} = 30{,}2 + 2907 \cdot Q_{min}^{\;2} \qquad \rightarrow H_{V1} = 37{,}5 \text{ m}$$

Um diesen Anlagebetriebspunkt (Q_{min} , H_{V1}) zu erreichen, müssen die Leitungen 2 und 3 gesperrt werden. Für die Förderung reicht der Betrieb einer Pumpe aus.
Um die Fördermenge $Q_{min} = 50{,}3$ l/s bei $H_{V1} = 37{,}5$ m exakt einzustellen, ist die Drehzahl der Pumpe von 1450 U/min zu reduzieren.
Mit Hilfe der Ähnlichkeitsparabel wird der zu $Q_{min} = 50{,}3$ l/s und $H_{V1} = 37{,}5$ m ähnliche Betriebspunkt auf der Pumpenkennlinie für 1450 U/min aufgesucht.
Aus den Ähnlichkeitsbeziehungen zwischen diesen beiden Punkten kann die einzustellende Drehzahl berechnet werden.

Ähnlicher Betriebspunkt auf der Pumpenkennlinie (n = 1450 U/min) :

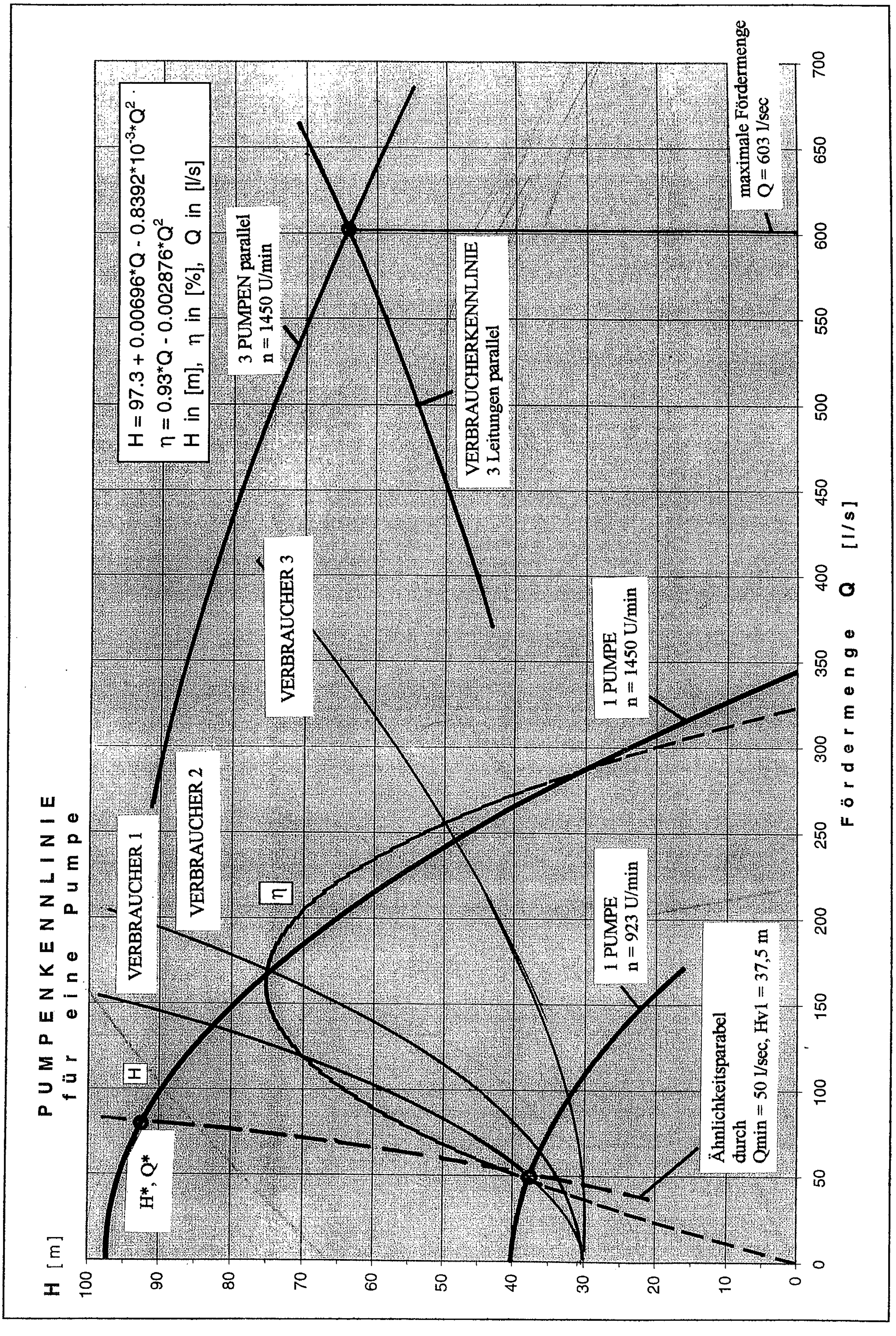
$$H = k \cdot Q^2 \qquad k = \frac{H}{Q^2} = \frac{37{,}5}{50{,}3^2} = 0{,}01484$$

$$H = 0{,}01484 \cdot Q^2 \qquad \text{Gleichung Ähnlichkeitsparabel}$$

Schnittpunkt Ähnlichkeitsparabel mit Pumpenkennlinie n = 1450 U/min :

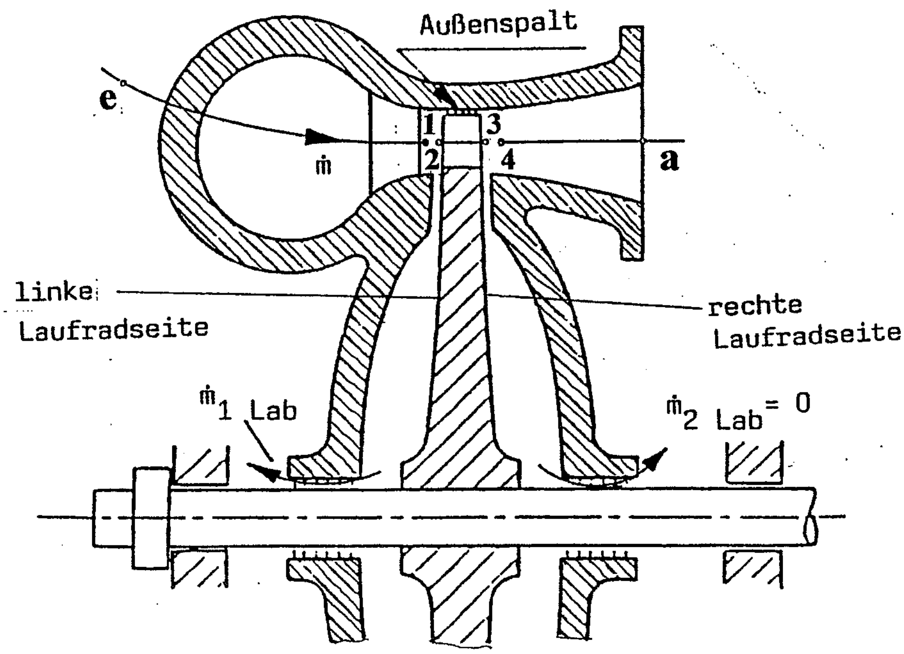
$$Q^* = 79{,}0 \text{ l/s} \qquad H^* = 92{,}5 \text{ m} \qquad n^* = 1450 \text{ U/min}$$

$$\frac{Q_{min}}{Q^*} = \frac{n_{min}}{n^*} \qquad \rightarrow \qquad n_{min} = n^* \cdot \frac{Q_{min}}{Q^*} = 923{,}2 \text{ U / min}$$


P U M P E N K E N N L I N I E
f ü r e i n e P u m p e
H = 97.3 + 0.00696*Q - 0.8392*10^-3*Q^2
η = 0.93*Q - 0.002876*Q^2
H in [m], η in [%], Q in [l/s]
3 PUMPEN parallel
n = 1450 U/min
VERBRAUCHERKENNLINIE
3 Leitungen parallel
maximale Fördermenge
Q = 603 l/sec
VERBRAUCHER 3
VERBRAUCHER 2
VERBRAUCHER 1
1 PUMPE
n = 1450 U/min
1 PUMPE
n = 923 U/min
Ähnlichkeitsparabel
durch
Qmin = 50 l/sec, Hv1 = 37,5 m
H*, Q*
H
η
H [m]
F ö r d e r m e n g e Q [l/s]
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
550
600
650
700

Beispiel: EINSTUFIGE INDUSTRIE-DAMPFTURBINE

In einer einstufigen Turbine strömt Wasserdampf vom Eintritt e bis zum Austritt a. Von außen wird Wärme weder zu- noch abgeführt. Zwischen Leit- und Laufrad zweigt ein kleiner Spaltstrom $\dot{m}_{1,Lab}$ ab und verläßt die Turbine durch die linke Wellen-Labyrinthdichtung ohne Arbeit zu leisten. Der Dampfzustand in den Punkten 1 und 2 wird dadurch nicht beeinflußt Die Verlustmenge am Außenspalt ist ein volumetrischer Verlust, kann aber vom Kanalreibungsverlust im Laufrad meßtechnisch nicht getrennt werden. Der gemeinsame Verlusteffekt infolge Kanalreibung im Laufrad sowie Verwirbelung und Vermischung der Verlustmenge des Außenspaltes mit dem Hauptstrom wird durch den isentropen Laufradwirkungsgrad berücksichtigt. An der rechten Wellen-Labyrinthdichtung ist die Druckdifferenz klein. Daher wird angenommen, daß keine Spaltverluste auftreten: $\dot{m}_{2,Lab} = 0$. Die Bremsverluste an der rotierenden rechten Laufradseite heizen den dort befindlichen Dampf auf. Es wird Vermischung dieses Dampfes mit dem Hauptstrom auf dem Weg von 3 nach 4 angenommen.



Gegeben: $h_e = 3400$ kJ/kg; $p_e = 10$ bar, $c_e = 200$ m/s; $p_1 = p_2 = 5$ bar, $c_1 = c_2$; $p_3 = p_4 = 3$ bar, $c_3 = c_4 = 500$ m/s; $p_a = 4$ bar

Isentrope Wirkungsgrade:

Leiteinrichtungen : $\eta''_{e-1,is} = 0.9$ (Enthalpie ohne kinet. Energie)

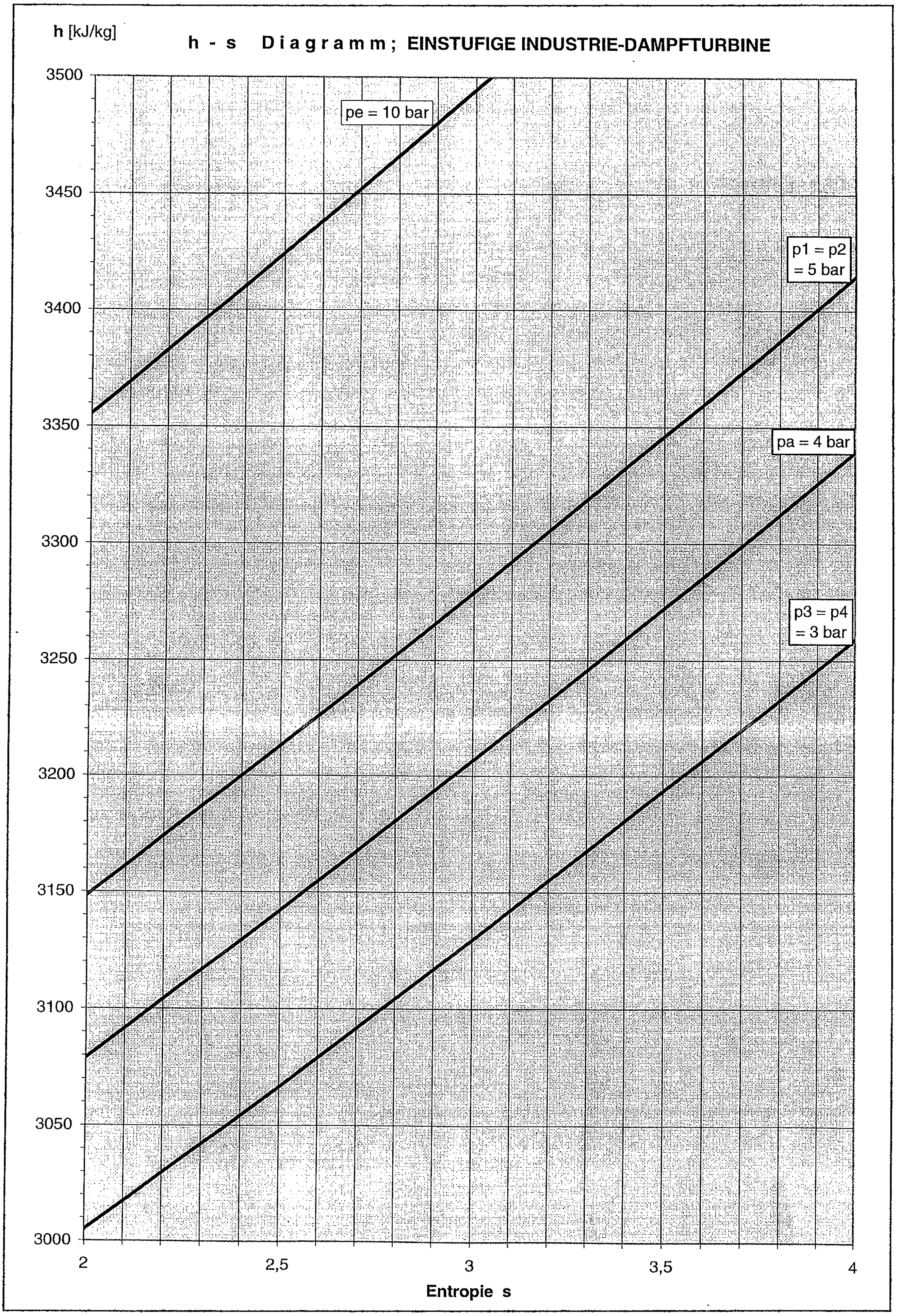
im Laufrad : $\eta_{2-3,is} = 0.8$ (Totalenthalpie)

Verluste: Scheibenreibung rechts : $w_{V,3-4} = 50$ kJ/kg

Diffusor : $w_{V,4-a} = 20$ kJ/kg

Gesucht:

1. Enthalpien, Geschwindigkeiten, kinetische Energien und Verluste auf dem Weg eines Dampfteilchens von e nach a.: h, h^*, c, w_V
2. h – s Diagramm
3. Laufradarbeit w_U und innere Wellenarbeit w_i


h [kJ/kg]
h - s Diagramm; EINSTUFIGE INDUSTRIE-DAMPFTURBINE
3500
3450
3400
3350
3300
3250
3200
3150
3100
3050
3000
2
2,5
3
3,5
4
Entropie s
pe = 10 bar
p1 = p2 = 5 bar
pa = 4 bar
p3 = p4 = 3 bar

Lösung Beispiel 2 :

Eintritt e : $h_e^* = \quad h_e + c_e^2/2 \quad\rightarrow\quad h_e^* = 3420$ kJ/kg

Leiteinrichtungen e → 1 :
Umwandlung von Druck - in Geschwindigkeitsenergie. Keine Arbeitszu - bzw. - abfuhr. Kein Wärmetausch zwischen Medium und Kanalwänden .

$h_e^* = h_1^* \quad\rightarrow\quad h_1^* = 3420$ kJ/kg

a) Ideal, verlustfrei : isentrope Zustandsänderung

Vertikale Linie im h-s Diagramm vom Punkt e,(e^*) → 1_{is}, der auf der Isobaren $p_1 = 5$ bar liegt.

h-s Diagramm → $h_{1is} = 3191$ kJ/kg
$h_{1is}^* = 3420$ kJ/kg

b) Verlustbehaftet : isentroper Wirkungsgrad

$$\eta''_{e-1,is} = \frac{h_e - h_1}{h_e - h_{1is}} \quad\rightarrow\quad h_1 = 3211{,}9 \text{ kJ / kg}$$

$$h_1^* = h_1 + \frac{c_1^2}{2} \quad\rightarrow\quad c_1 = 645{,}1 \text{ m / s}$$

1 - 2 :
Leckmenge geht ab, aber keine Zustandsänderung
$p_2 = p_1$, $c_2 = c_1$, $h_2 = h_1$, $h_2^* = h_1^* = h_e^*$

Laufrad 2 - 3 :
Arbeitsabfuhr durch das Laufrad : w_u

a) Ideal, verlustfrei : isentrope Zustandsänderung

Vertikale Linie im h-s Diagramm vom Punkt 2 → 3_{is}, der auf der Isobaren $p_3 = 3$ bar liegt.
Schnittpunkt Isentrope durch 2 mit der Isobaren p_3 ergibt im h-s Diagramm den Punkt 3_{is}. → $h_{3is} = 3065$ kJ/kg

$$h^*_{3,is} = h_{3,is} + \frac{c_3^2}{2} = 3190 \text{ kJ / kg}$$

b) Verlustbehaftet : isentroper Wirkungsgrad

$$\eta_{2-3,is} = \frac{h_2^* - h_3^*}{h_2^* - h^*_{3,is}} \quad\rightarrow\quad h_3^* = 3236 \text{ kJ / kg}$$

$$h_3 = h_3^* - \frac{c_3^2}{2} \quad\rightarrow\quad h_3 = 3111 \text{ kJ / kg}$$

3 - 4 : $p_3 = p_4$ kein Druckverlust
Vermischung des Dampfes aus dem rechten Radseitenraum mit dem Hauptstrom, daher Wärmezufuhr durch die Scheibenreibung rechts

$h_4 = h_3 + w_{SchR3\text{-}4} \quad\rightarrow\quad h_4 = 3161$ kJ/kg
$h_4^* = h_4 + c_4^2 / 2 \quad\rightarrow\quad h_4^* = 3286$ kJ/kg

4 - a :

Im Diffusor wird Geschwindigkeitsenergie in Druckenergie umgewandelt.

a) Verlustfreier Diffusor : isentrope Zustandsänderung von $4 \rightarrow a_{is}$.
Vertikale Linie im h-s Diagramm durch den Punkt 4. Schnittpunkt mit der Isobaren des Austrittsdruckes liefert a_{is}.
Aus dem h-s Diagramm $\rightarrow$ $h_{ais} = 3239$ kJ/kg

b) Diffusor mit Verlust :

$h_a = h_{ais} + w_{VDiff}$ $\rightarrow$ $h_a = 3259$ kJ/kg
$h_a^* = h_4^* = 3286$ kJ/kg (keine Arbeits bezw. Wärmezu-/-abfuhr)

$$h_a^* = h_a + \frac{c_a^2}{2} \quad \rightarrow \quad c_a = 232{,}4 \text{ m/s}$$

Laufradarbeit w_u

Ist die Arbeit je kg Medium, die im Laufrad vom Medium an die Laufschaufeln abgegeben wird :

$w_u = h_2^* - h_3^*$ $\rightarrow$ $w_u = 184$ kJ/kg

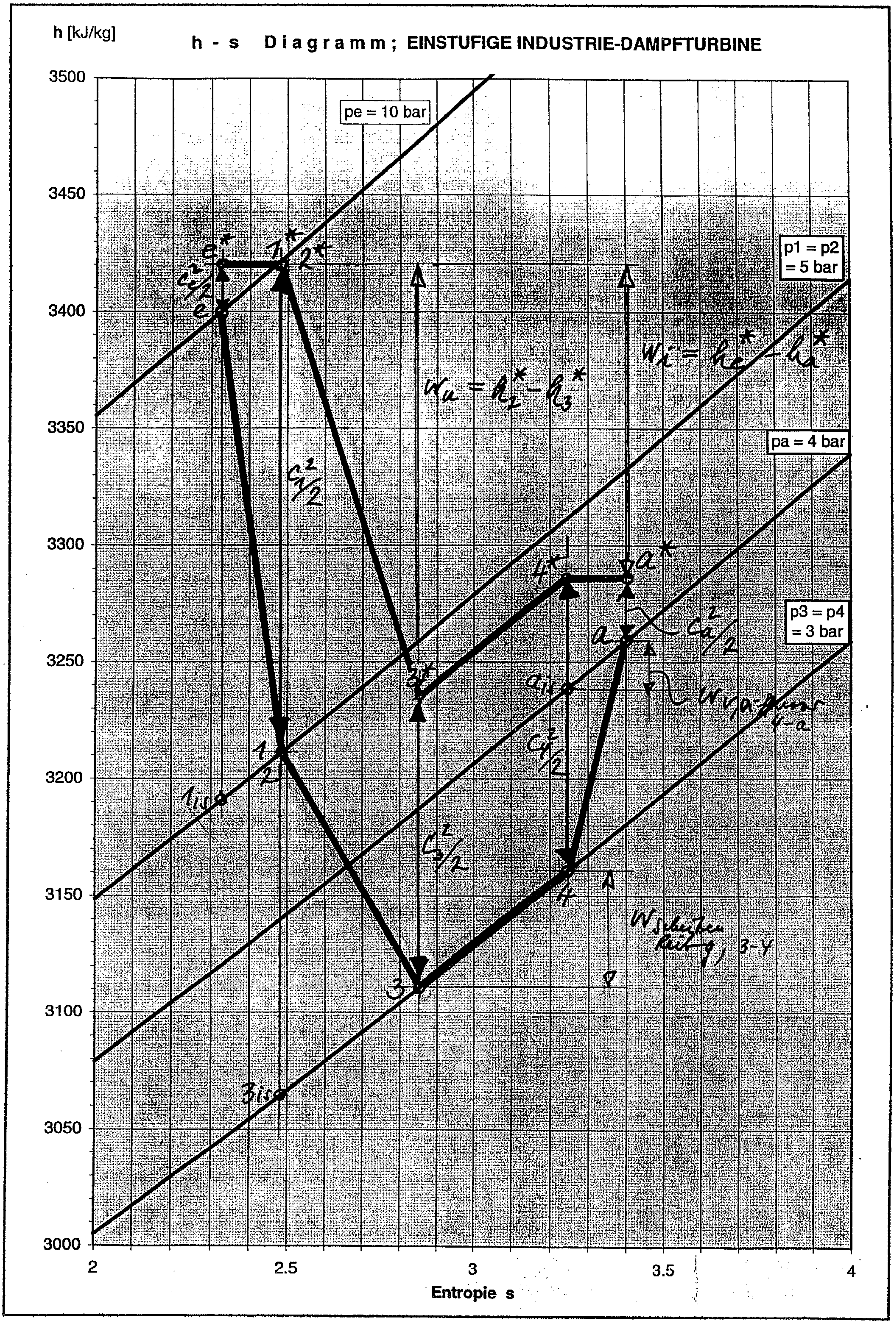
Innere Wellenarbeit w_i :

Ist jene Arbeit je kg Medium, die effektiv vom Medium an das Laufrad abgegeben wird :

$w_i = h_e^* - h_a^*$ $\rightarrow$ $w_i = 152$ kJ/kg

Bis zur Wellenkupplung hin treten noch folgende Verluste auf, die bei der Ermittlung der Wellenleistung abzuziehen sind :

a) Scheibenreibung links
b) Spaltverlust links
c) Mechanische Bremsverluste (Labyrinthe, Lager, Hilfsaggregate)

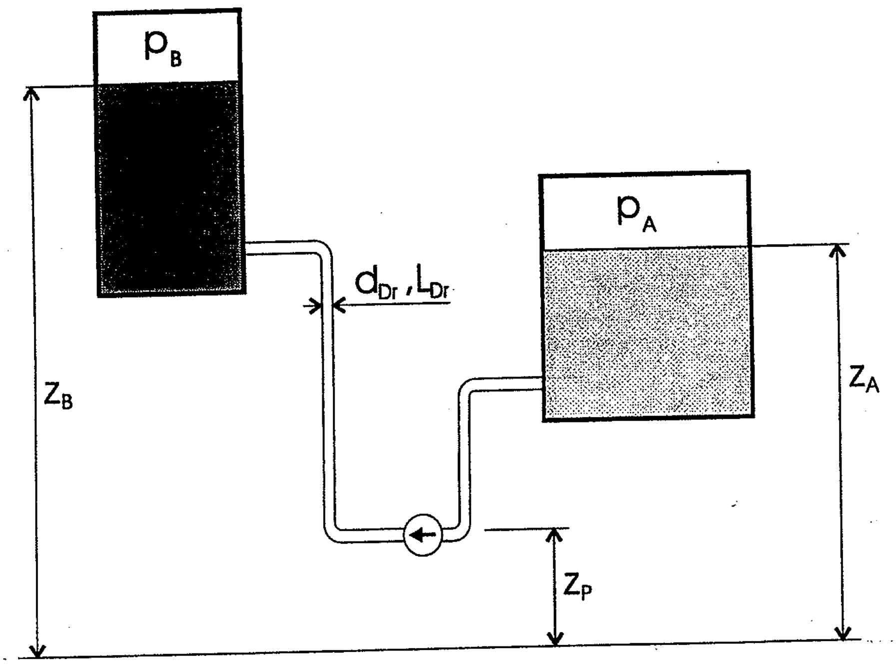

h [kJ/kg]
h - s Diagramm; EINSTUFIGE INDUSTRIE-DAMPFTURBINE
pe = 10 bar
p1 = p2 = 5 bar
pa = 4 bar
p3 = p4 = 3 bar
3500
3450
3400
3350
3300
3250
3200
3150
3100
3050
3000
2
2.5
3
3.5
4
Entropie s

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 15. Dez. 1997**	Name: Matr. Nr.:

Sad

Beispiel 1: Aufstellung einer Kondensatpumpe

Die Kondensatpumpe einer kleinen Dampfkesselanlage fördert die Wassermenge Q vom Kondensatbehälter A mit konstanter Spiegelhöhe z_A und einem konstanten Druck p_A in den Speisewasserkessel B mit konstanter Spiegelhöhe z_B und einem konstanten Überdruck p_B. Zum Einsatz kommt eine mehrstufige Pumpe der Hersteller-Baureihe „15".



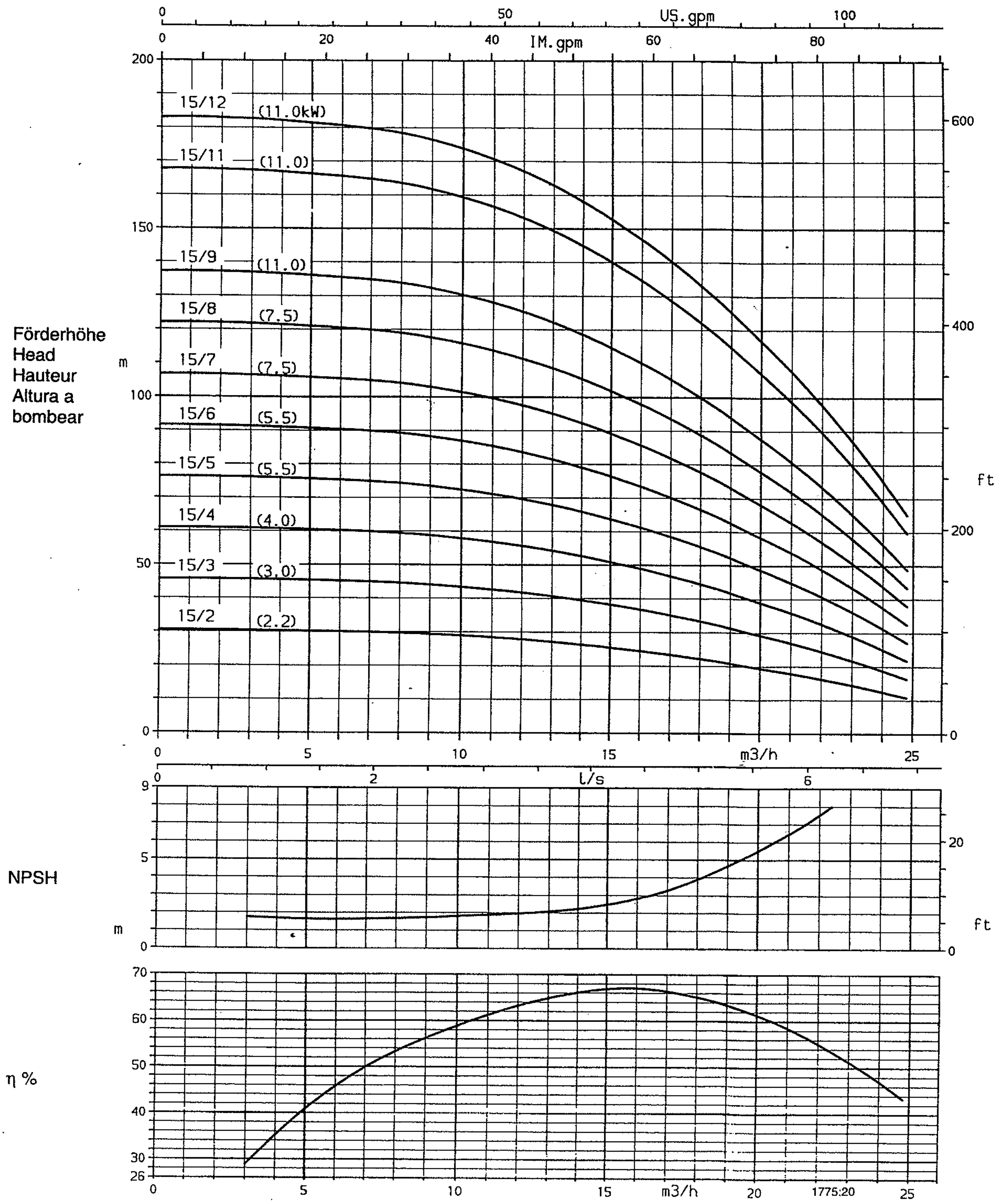
1. Es soll eine Auswahl der Pumpe getroffen, und unter Einhaltung der zulässigen Kavitationsverhältnisse die Aufstellhöhe z_P der Pumpe mit Berücksichtigung der saug- und druckseitigen Verluste berechnet werden (die saugseitigen Verluste betragen 30 % der druckseitigen Verluste).

2. Wieviele Stufen besitzt die Pumpe, wie groß sind der Wirkungsgrad, die erforderliche Pumpenleistung ?

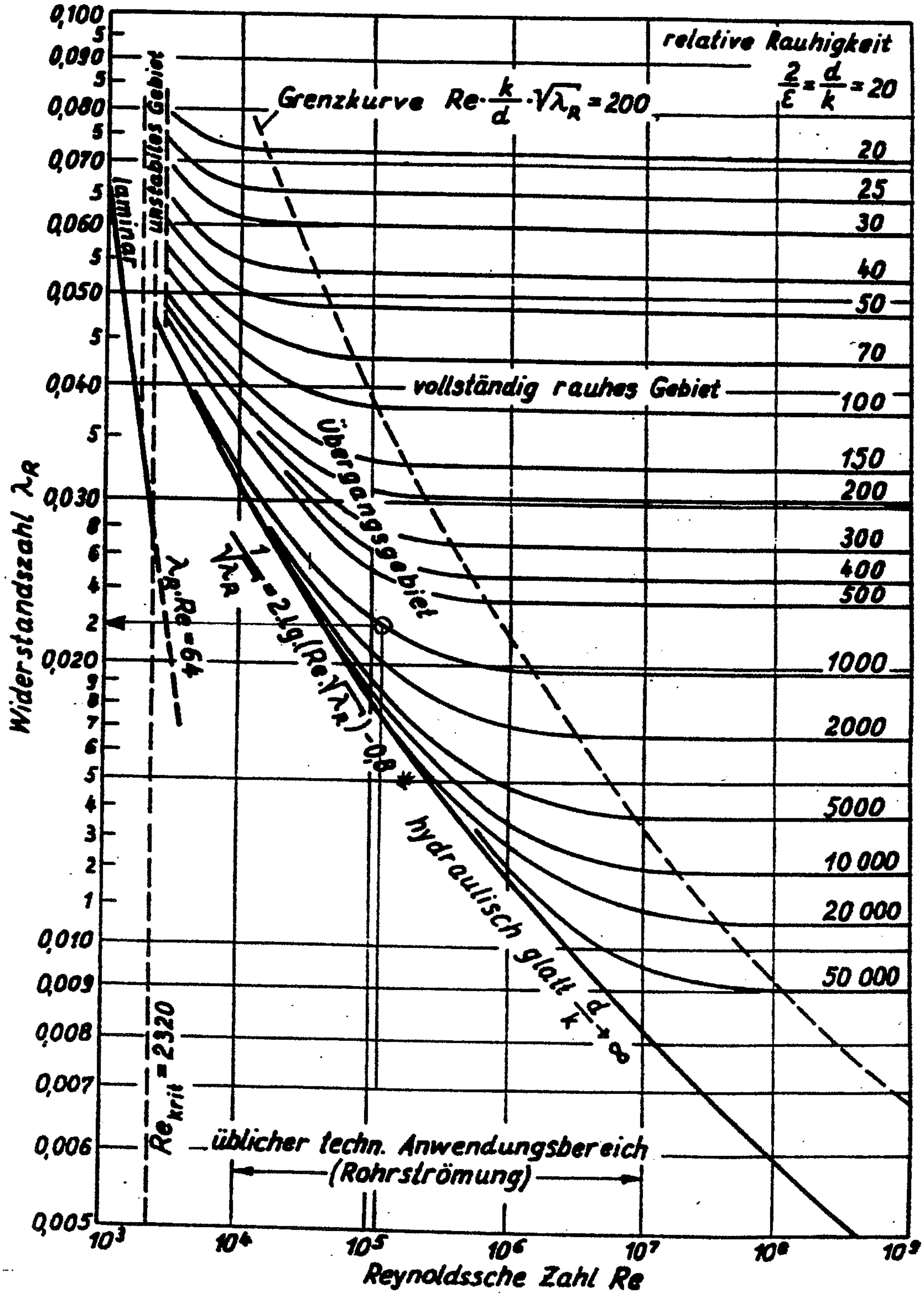
Angaben:

$Q = 15\ m^3/h$
$p_A = 0{,}2$ mWS absolut
$p_B = 9$ bar Überdruck
$p_{at} = 1$ bar
$z_A = 8{,}3$ m
$z_B = 15$ m

$d_{Dr} = 50$ mm
$l_{Dr} = 50$ m
$\xi_{Dr} = 0{,}3$
$d/k = 1000$
8 Stk 90°-Krümmer in der Druckleitung
$\nu_{H2O} = 10^{-6}\ m^2/s$



Förderstrom/Capacity/Débit/Caudal


relative Rauhigkeit
$\frac{2}{\varepsilon} = \frac{d}{k} = 20$
Grenzkurve $Re \cdot \frac{k}{d} \cdot \sqrt{\lambda_R} = 200$
20
25
30
40
50
70
100
150
200
300
400
500
1000
2000
5000
10 000
20 000
50 000
laminar
unstabiles Gebiet
vollständig rauhes Gebiet
Übergangsgebiet
$\lambda_R \cdot Re = 64$
$\frac{1}{\sqrt{\lambda_R}} = 2 \lg (Re \sqrt{\lambda_R}) - 0{,}8$
hydraulisch glatt $\frac{d}{k} \to \infty$
$Re_{krit} = 2320$
üblicher techn. Anwendungsbereich
(Rohrströmung)
Widerstandszahl λ_R
0,100
0,090
0,080
0,070
0,060
0,050
0,040
0,030
0,020
0,010
0,009
0,008
0,007
0,006
0,005
10^3
10^4
10^5
10^6
10^7
10^8
10^9
Reynoldssche Zahl Re

Lösung Beispiel 1:

1.) Pumpenauswahl, Kavitation

$$\frac{p_A}{\rho\cdot g}+\frac{c_A^{\;2}}{2\cdot g}+z_A+H=\frac{p_B}{\rho\cdot g}+\frac{c_B^{\;2}}{2\cdot g}+z_B+\sum h_V$$

Spiegelhöhen konstant $\rightarrow$ $c_A = c_B = 0$

Verluste : Rohrleitung $h_v=\lambda\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{c^2}{2\cdot g}$

Krümmer $h_v=\zeta\cdot\frac{c^2}{2\cdot g}$

Austritt $h_v=\frac{c^2}{2\cdot g}$

$$h_{v\,Dr}=\frac{c^2}{2\cdot g}\left(\lambda\cdot\frac{l}{d}+8\cdot\zeta+1\right)$$

$$c=\frac{Q}{A}=\frac{4\cdot Q}{d^2\cdot\pi} \qquad \rightarrow \qquad c = 2{,}122\ \mathrm{m/s}$$

$$Re=\frac{c\cdot d}{\nu} \qquad \rightarrow \qquad Re = 106000$$

$$\text{mit } \frac{d}{k}=1000 \qquad \rightarrow \qquad \lambda = 0{,}022$$

$$h_{v\,Dr}=5{,}83\ \mathrm{m},\ h_{v\,S}=1{,}75\ \mathrm{m} \qquad \rightarrow \qquad \Sigma h_v = 7{,}58\ \mathrm{m}$$

$$H=\frac{p_B-p_A}{\rho\cdot g}+z_B-z_A+\sum h_v$$ mit $p_A = 0{,}2$ mWS $= 0{,}02$ bar

$p_B = 9$ bar Überdruck $= 10$ bar absolut

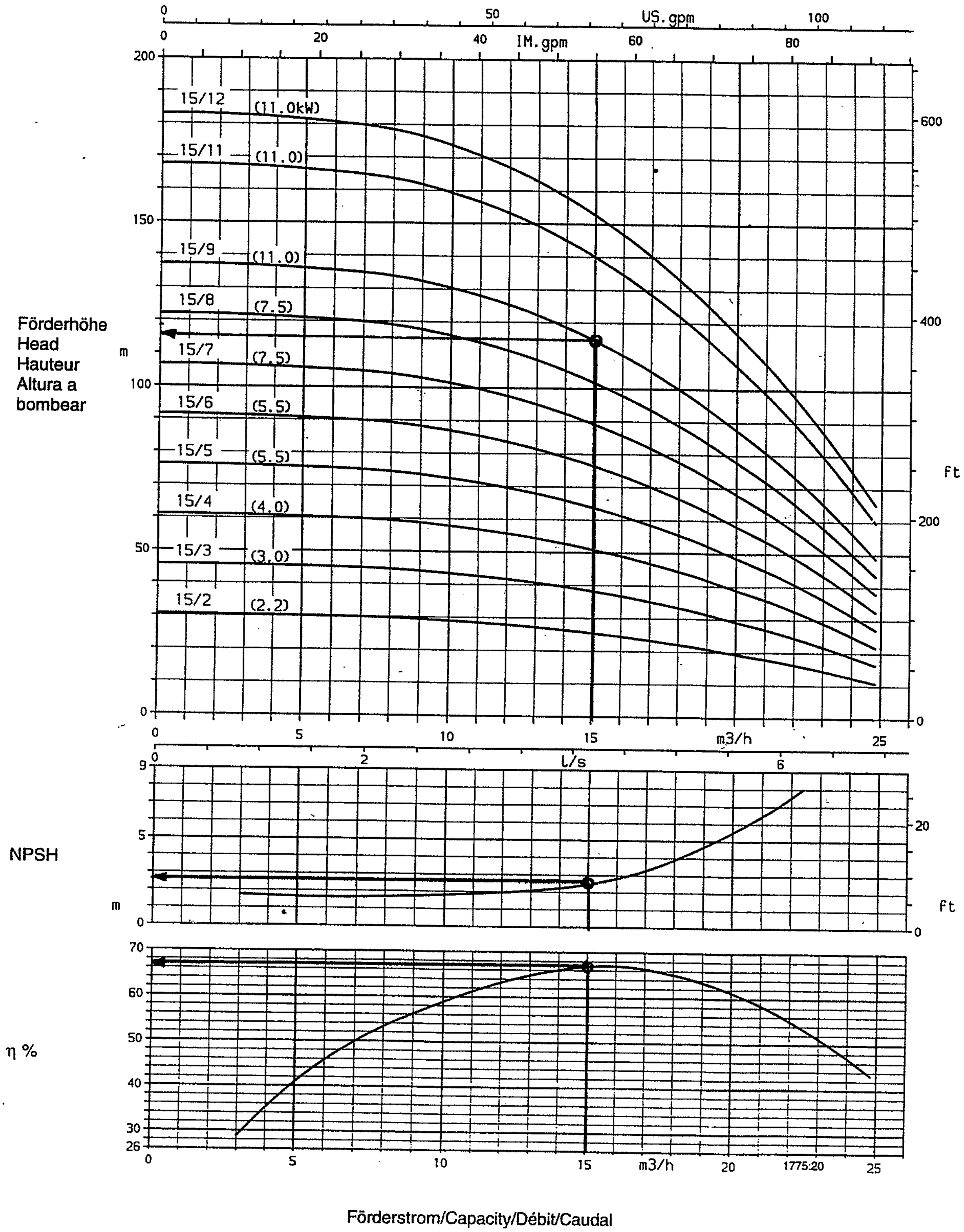
$$\rightarrow H=\frac{(10-0{,}02)\cdot 10^5}{\rho\cdot g}+z_B-z_A+\sum h_v \qquad \rightarrow \qquad H = 116\ \mathrm{m}$$

Aus Diagramm : Pumpe 15 / 9 mit 9 Stufen
$H = 116$ m, NPSH $= 2{,}5$ m, $\eta = 67$ %

NPSH $= h_A + (z_A - z_P) - h_{v\,A-P} - h_d$ ($c^2 / 2g$ vernachlässigt)
Kondensator $\rightarrow$ $h_A = h_d$
NPSH $= z_A - z_P - h_{v\,A-P}$ $\rightarrow$ $z_P = 4{,}05$ m

2.) Pumpenleistung

$$P=\frac{Q\cdot\rho\cdot g\cdot H}{\eta}=\frac{(15/3600)\cdot 1000\cdot 9{,}81\cdot 116}{0{,}67} \qquad \rightarrow P = 7077\ \mathrm{W} = 7{,}077\ \mathrm{kW}$$


US.gpm
IM.gpm
15/12 (11.0kW)
15/11 (11.0)
15/9 (11.0)
15/8 (7.5)
15/7 (7.5)
15/6 (5.5)
15/5 (5.5)
15/4 (4.0)
15/3 (3.0)
15/2 (2.2)
Förderhöhe
Head
Hauteur
Altura a bombear
m
ft
m3/h
l/s
NPSH
η %
1775:20
Förderstrom/Capacity/Débit/Caudal

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 15. Dez. 1997**	Name: Matr. Nr.:

Beispiel 2: Bewässerungsanlage Sad

Die Pumpe einer Bewässerungsanlage wird durch einen direkt angekuppelten (kein Zwischengetriebe) Verbrennungsmotor angetrieben. Die Verluste der Anlage, die keinen geodätischen Höhenunterschied zu überwinden hat, setzen sich ausschließlich aus Strömungsverlusten in den Leitungen, Verzweigungen, Düsen,... zusammen und wurden im Versuch ermittelt. Die Verlustgleichung des Systems lautet :

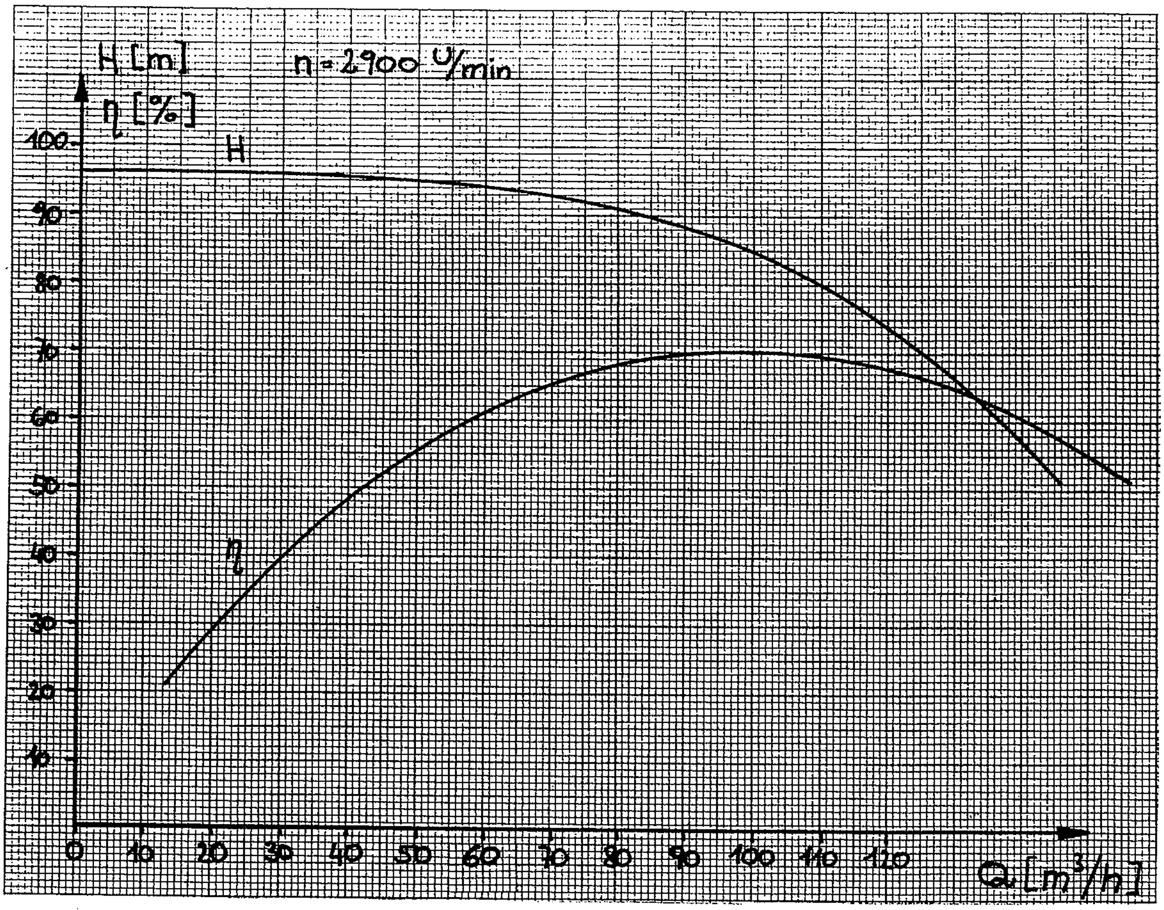
$$H_V = 6{,}8 * 10^{-3}\, Q^2$$

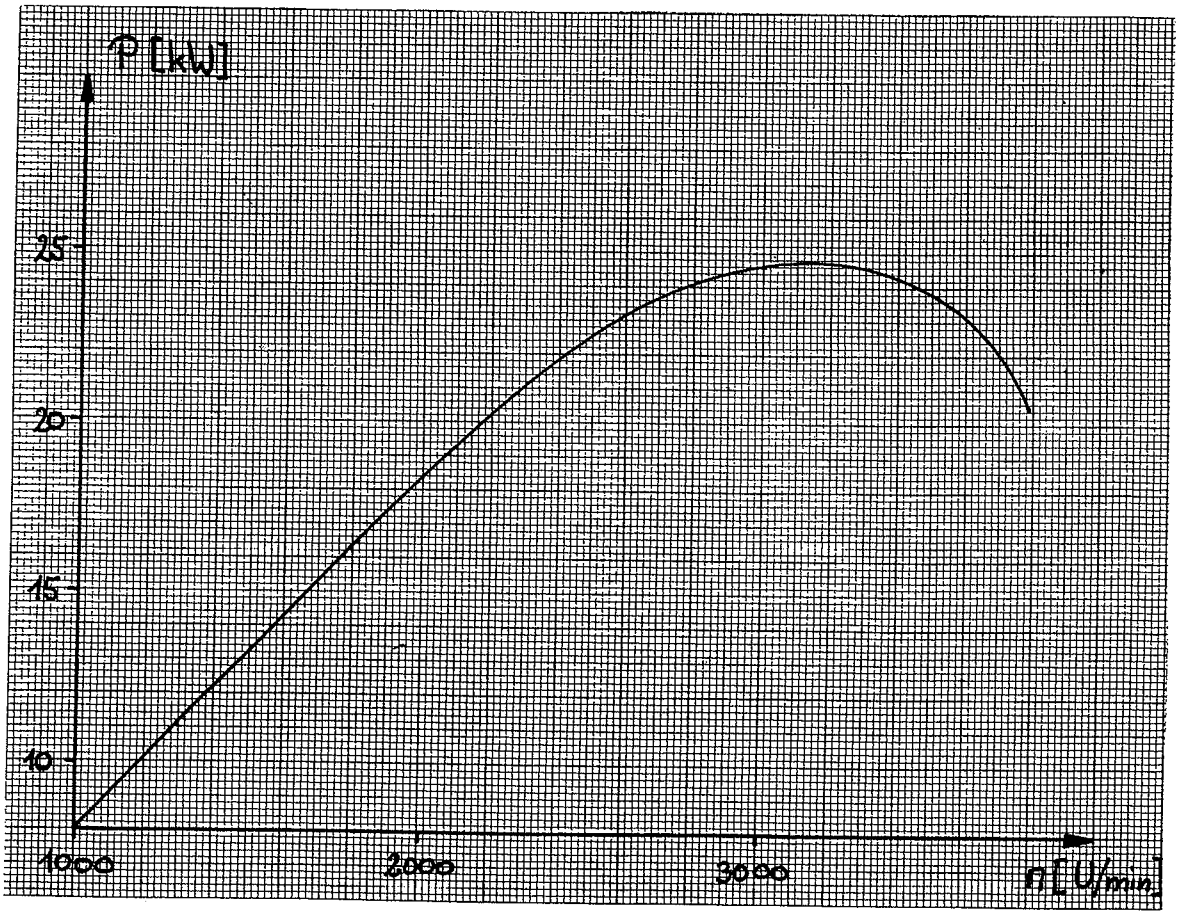
Die beiliegende Pumpenkennlinie gilt für eine Drehzahl von n = 2900 U/min. Der Leistungs – Drehzahl Verlauf des Motors liegt ebenso als Diagramm vor.

Gesucht sind

Durchfluß Q,
Leistung P
Drehzahl n

für den, sich im Stationärzustand einstellenden Betriebspunkt


H [m]
η [%]
n = 2900 U/min
H
η
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
Q [m³/h]


P [kW]
25
20
15
10
1000
2000
3000
n [U/min]

Lösung Beispiel 2 :

Verbraucherkennlinie

Q [m3/h]	0	20	40	60	80	100	110
H [mWS]	0	2,72	10,88	24,48	43,52	68,00	97,92

Motordrehzahl, Motorleistung

Schnitt der Verbraucherkennlinie mit der Pumpenkennlinie liefert

$Q = 109\ m^3/h$, $H = 80,5\ m$, $\eta = 69,5\ \%$

$$P = \frac{Q \cdot \rho \cdot g \cdot H}{\eta} \qquad \rightarrow P = 34,4\ kW$$

Pumpenleistung liegt über der Motorleistung → Drehzahl des Motors reduziert sich, bis ' Leistungsgleichgewicht ' herrscht.

Ähnlichkeitsbeziehung : $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \quad \rightarrow \quad P_n = \left(\frac{n}{2900}\right)^3 \cdot P_{2900}$

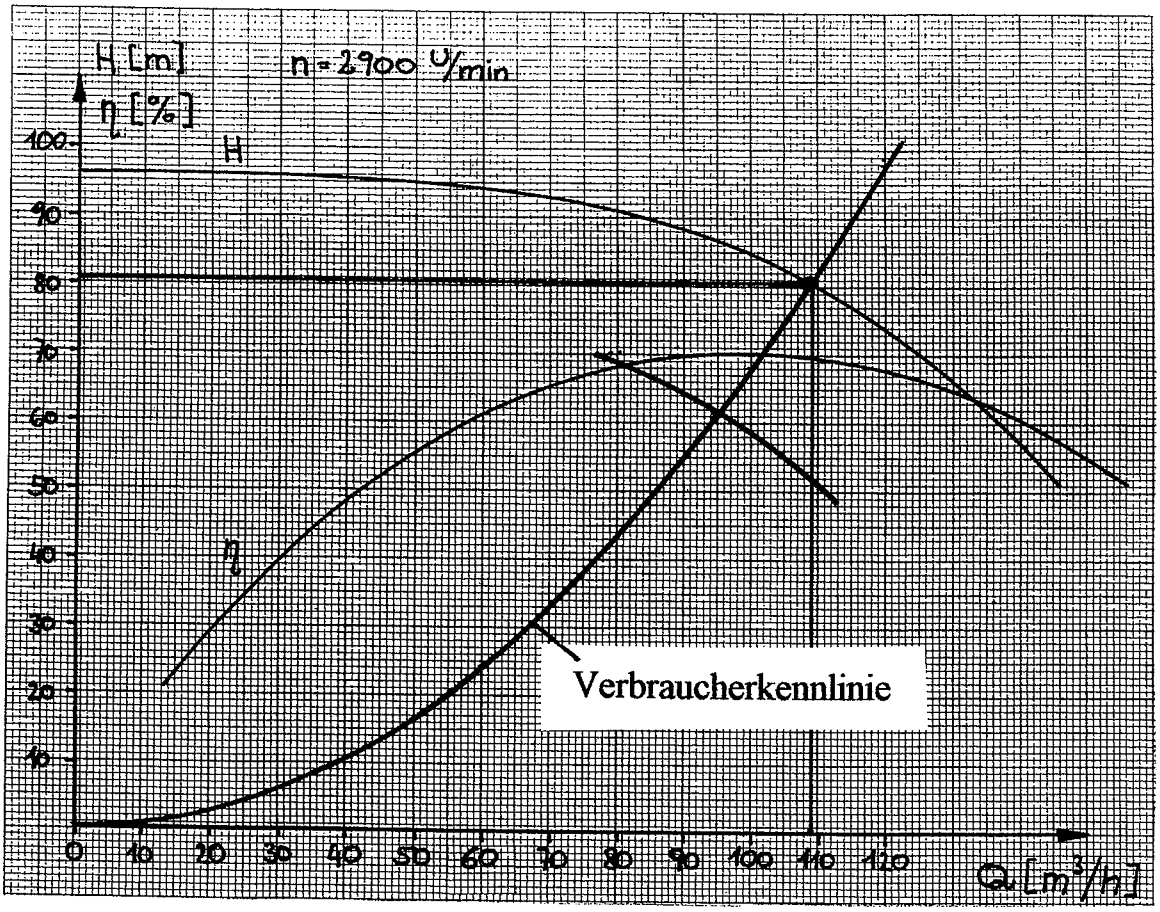
n [U/min]	2700	2500	2300	2000
P [kW]	27,76	22,04	17,16	11,28

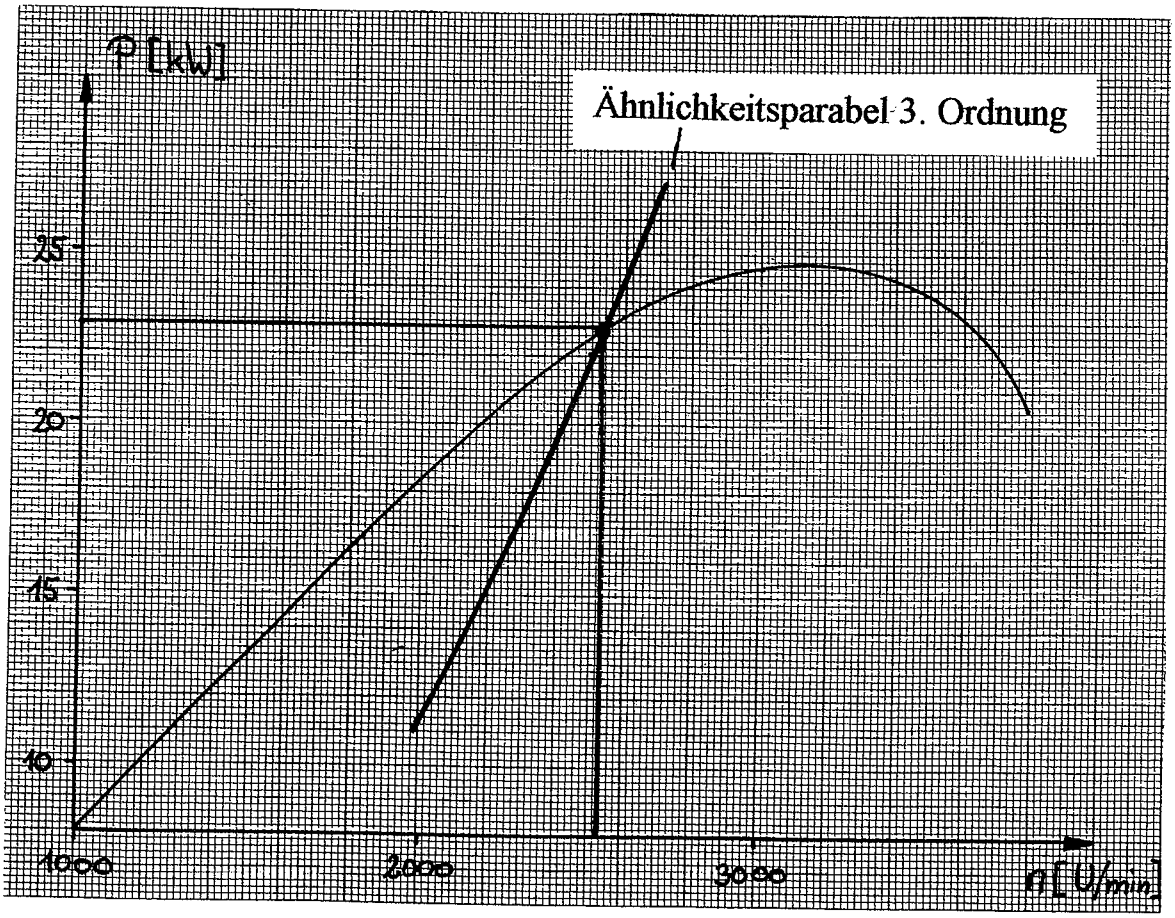
Schnitt mit Leistungskurve des Motors → $n = 2530$ U/min

$$P = \left(\frac{2530}{2900}\right)^3 \cdot 34,4 \qquad \rightarrow P = 22,.84\ kW$$

$$Q = \left(\frac{2530}{2900}\right) \cdot 109 \qquad \rightarrow Q = 95,09\ \frac{m^3}{h}$$

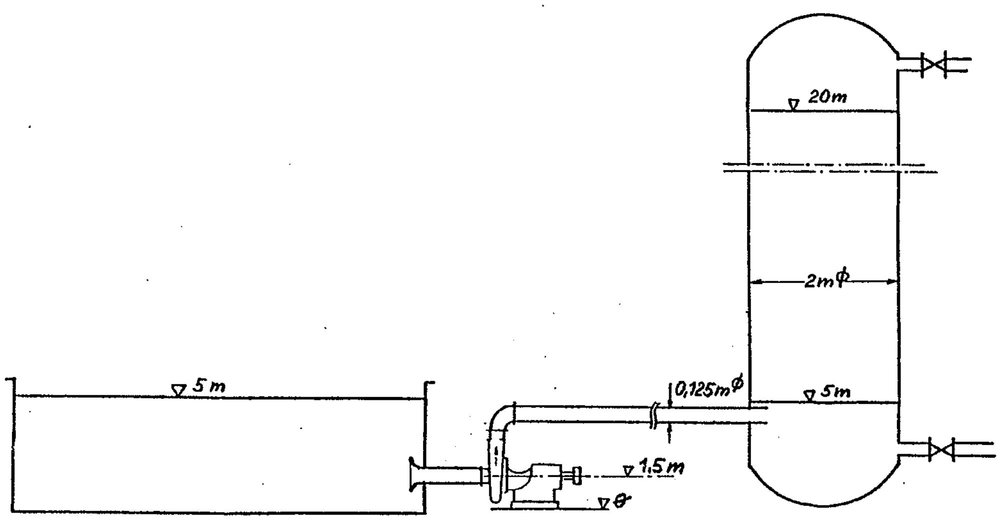
$$H = \left(\frac{2530}{2900}\right)^2 \cdot 80,5 \qquad \rightarrow H = 61,27\ m$$


H [m]
η [%]
n = 2900 U/min
H
η
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
Q [m³/h]
Verbraucherkennlinie


P [kW]
Ähnlichkeitsparabel 3. Ordnung
25
20
15
10
1000
2000
3000
n [U/min]

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 26. 1. 1998
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

Wasserspeicher

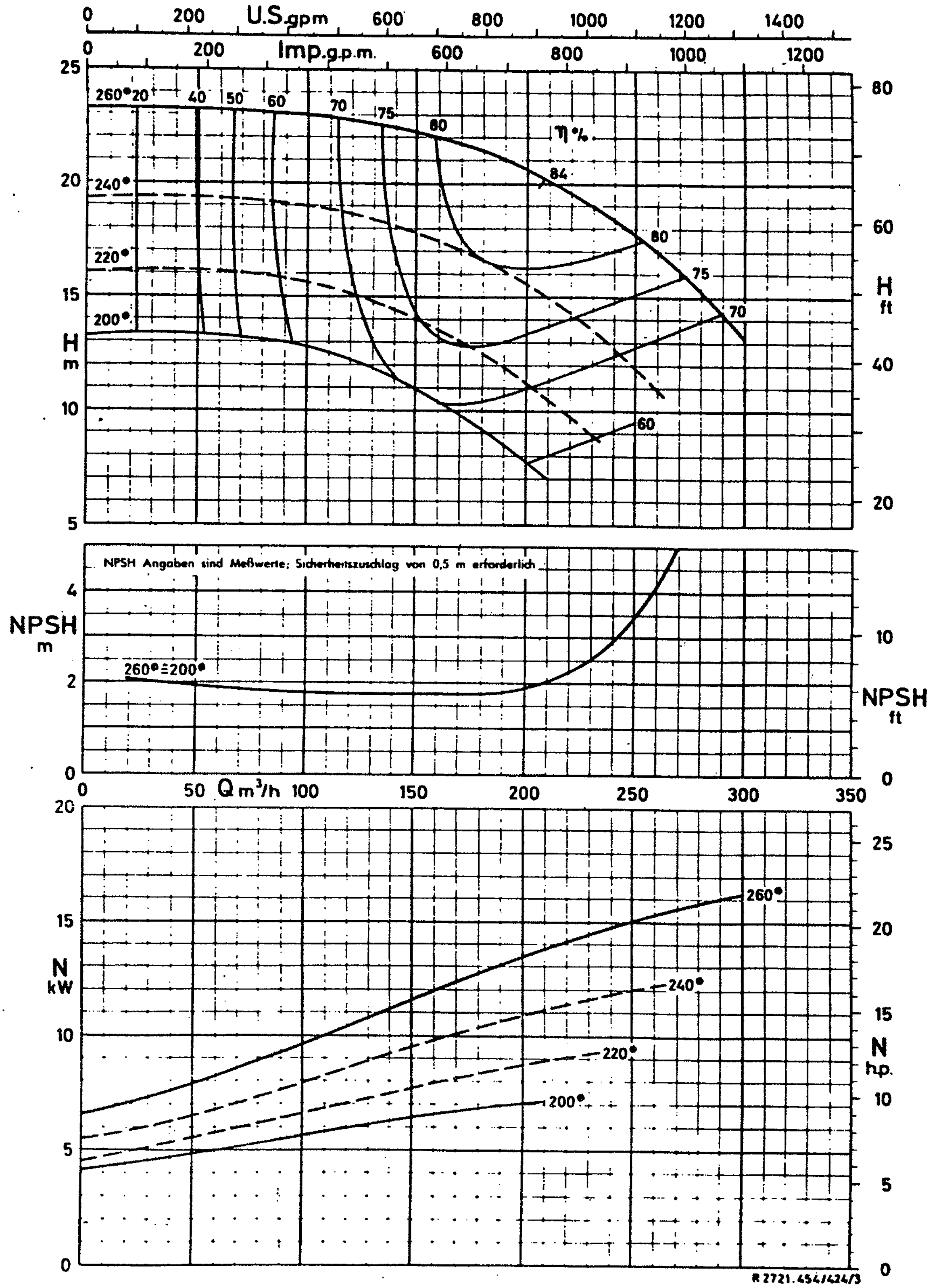


In der skizzierten Anlage fördert eine Pumpe (D = 260 mm, Kennlinie liegt bei) Wasser aus einem Becken mit konstantem Spiegel in einen zylindrischen Kessel von 2 m Durchmesser.

Welche Zeit benötigt die Pumpe, um den Kessel von der Kote 5 m bis zur Kote 20 m zu füllen ?

Der Kessel ist während des Füllvorganges belüftet, sodaß im Raum über dem Wasser Atmosphärendruck herrscht. Die Länge der Rohrleitung vom Saugbecken bis zum Kessel beträgt l = 80 m, ihr Durchmesser d = 0.125 m. Für die Verlustrechnung ist $\lambda = 0.04$ anzunehmen. Die Krümmer- und Einlaufverluste sind nicht zu berücksichtigen.

HPK, CPK 125-250 1450 U/min · RPM · tr/min · r.p.m.



Laufrad 260	200 mm Ø	Breite	32 mm	Zeichnungs Nr	W 151 679	Modell Nr	Z 38 245	Kennlinien-Nr	K 18 652
Impeller 260	200 mm Ø	Width	32 mm	Drawing No	W 151 679	Design No	Z 38 245	Performance curve No	K 18 652
Roue	260–200 mm Ø	Largeur	32 mm	Dessin Nr	W 151 679	Modele Nr	Z 38 245	Courbes caracteristiques Nr	K 18 652
Rodete	260–200 mm Ø	Anchura	32 mm	Dibujo nº	W 151 679	Modelo nº	Z 38 245	Curvas caracteristicas nº	K 18 652

KSB

Lösung Beispiel 1 :

Verbraucherparabel :

$h_{geod} = f(t)$ Spiegelhöhe im Kessel

Rohrreibung : $h_{vR} = \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$ $\rightarrow h_{vR} = 6{,}69 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2$ $Q\,[m^3 / h]$

Austrittsverlust : $h_{vA} = \frac{c_a^{\,2}}{2 \cdot g}$ $\rightarrow h_{vA} = 0{,}261 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2$

$H = h_{geod} + h_{vR} + h_{vA} + \frac{c_{Kessel}^{\,2}}{2.g}$ wobei $\frac{c_{Kessel}^{\,2}}{2 \cdot g}$ vernachlässigbar klein

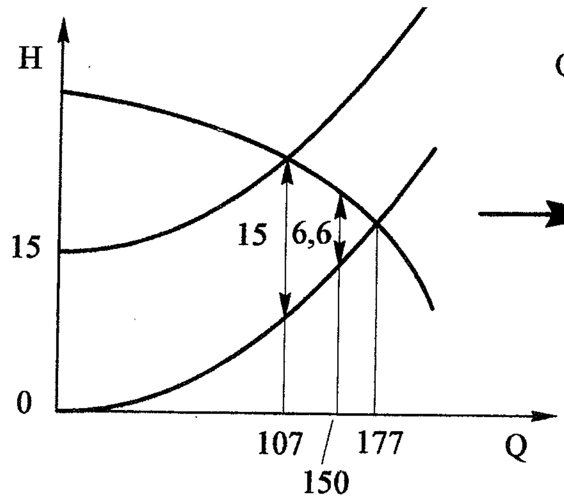
Q	50	100	150	200
H	1,74	6,95	15,64	27,8

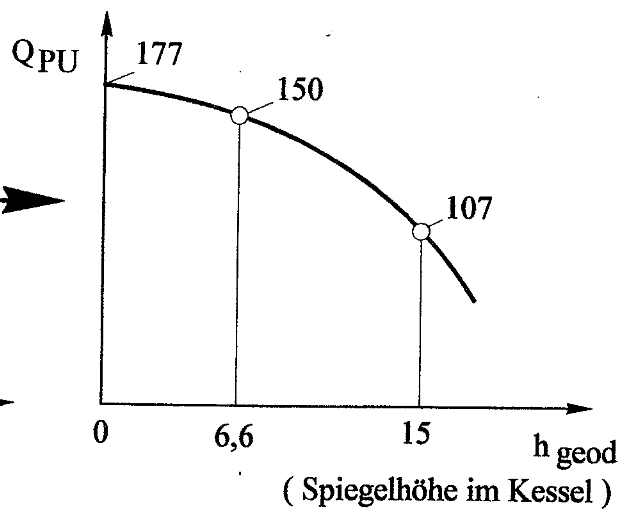
für $h_{geod} = 0$

Füllzeit :

von der Pumpe geförderte Menge = Volumszuwachs im Kessel

$$\underline{Q.dt = A.dh}$$



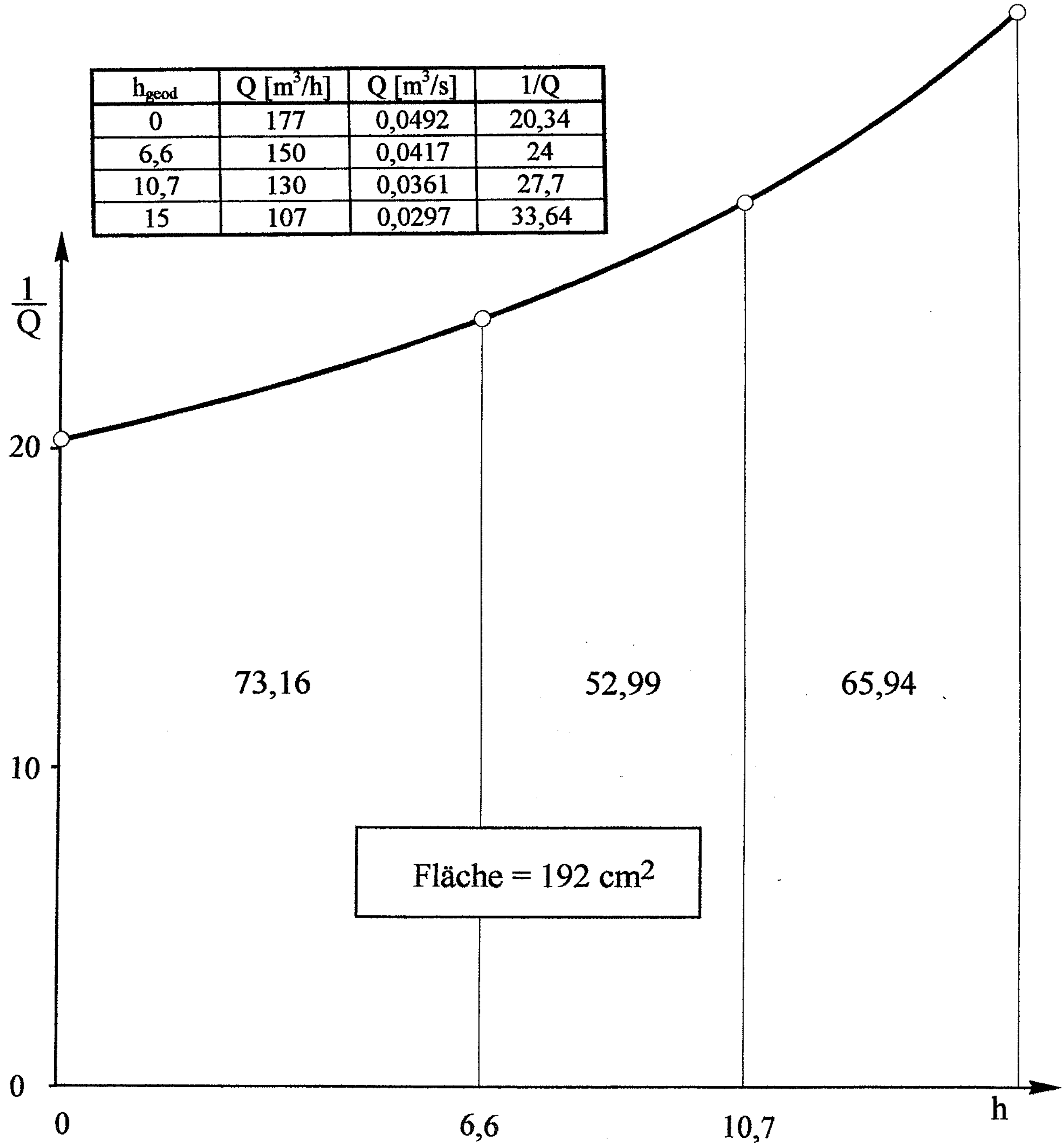


$Q_{(h)} . dt = A . dh$ $\rightarrow dt = A \cdot \frac{1}{Q_{(h)}} \cdot dh$

$$\underline{t = A \cdot \int_{h\,min}^{h\,max} \frac{1}{Q_{(h)}} \cdot dh}$$

$\rightarrow$ Kurve $\frac{1}{Q}$ über h graphisch integrieren

h_{geod}	Q [m^3/h]	Q [m^3/s]	1/Q
0	177	0,0492	20,34
6,6	150	0,0417	24
10,7	130	0,0361	27,7
15	107	0,0297	33,64



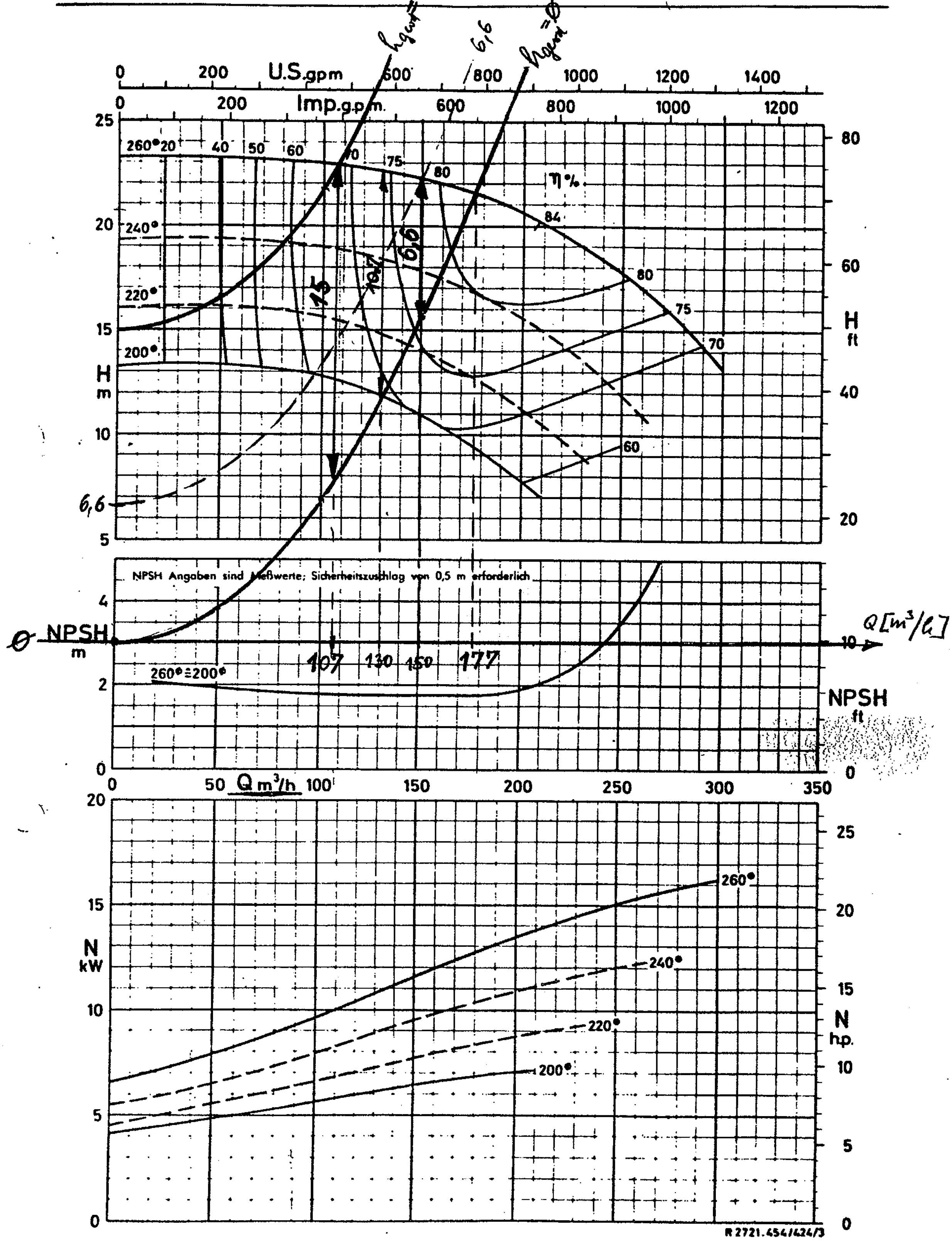
Maßstäbe : $h : 1\ \text{cm} = 1\ \text{m}$

$$\frac{1}{Q} : 1\ \text{cm} = 2\ \text{sec}/\text{m}^3$$

$$\int \frac{1}{Q} \cdot dh : 1\ \text{cm}^2 = 2\ \text{sec}/\text{m}^2$$

$$t = A \cdot \int \frac{1}{Q} \cdot dt = \frac{2^2 \cdot \pi}{4} \cdot 192 \cdot 2 = 1206\ \text{sec} \quad \approx \quad 20\ \text{min}$$

HPK, CPK 125-250 1450 U/min · RPM · tr/min · r.p.m.



Laufrad	260 200 mm Ø	Breite	32 mm	Zeichnungs Nr	W 151 679	Modell Nr	Z 38 245	Kennlinien-Nr	K 18 652
Impeller	260 200 mm Ø	Width	32 mm	Drawing No	W 151 679	Design No.	Z 38 245	Performance curve No.	K 18 652
Roue	260–200 mm Ø	Largeur	32 mm	Dessin Nr	W 151 679	Modele Nr	Z 38 245	Courbes caractéristiques Nr	K 18 652
Rodete	260–200 mm Ø	Anchura	32 mm	Dibujo nº	W 151 679	Modelo nº	Z 38 245	Curvas caracteristicas nº	K 18 652

KSB

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 26. 1. 1998
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

Gegeben ist eine Pumpe mit folgenden Daten:

Fördermenge	$Q = 69\ m^3/h$
Förderhöhe	$H = 49$ m Flüssigkeitssäule
Drehzahl	$n = 2900$ U/min
Laufraddurchmesser	$D = 0.209$ m

Wie groß ist die Drehzahl n und der Durchmesser D einer ähnlichen Pumpe, die auf einem ähnlichen Betriebspunkt arbeitet und für die

$H_{Modell} = 1$ m Fl.S. und
$Q_{Modell} = 1\ m^3/s$ betragen.

In beiden Fällen soll gleiches Medium gefördert werden. Die Berechnung ist nach den Gesetzen der Ähnlichkeit durchzuführen und schrittweise darzustellen.

Lösung Beispiel 2:

1.) Geometrische Ähnlichkeit → erfüllt

2.) Kinematische Ähnlichkeit → erfüllt, da ähnliche Betriebspunkte und damit ähnliche Geschwindigkeitsfelder

3.) Dynamische Ähnlichkeit :

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{\frac{H_2}{H_1}} \cdot \frac{D_2^{\,2}}{D_1^{\,2}} \qquad (1) \qquad (Q \sim c \cdot A \sim c \cdot D^2)$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{H_2}{H_1}} \cdot \frac{D_1}{D_2} \qquad (2) \qquad (n \sim \omega \sim \frac{c}{D})$$

aus (1) : $$\frac{D_1}{D_2} = \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{H_2}{H_1}}$$

in (2) : $$n_2 = n_1 \cdot \sqrt{\frac{H_2}{H_1}} \cdot \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{H_2}{H_1}}$$

$$\rightarrow n_2 = n_1 \cdot \frac{\left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{\frac{3}{4}}}$$

für $H_2 = 1$ m und $Q_2 = 1\ m^3/s$ → $$n_{Modell} = n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \qquad (= n_q)$$

aus (2): $$D_2 = D_{Modell} = D \cdot \frac{n}{n_{Modell}} \cdot \sqrt{\frac{H_{Modell}\ (=1)}{H}}$$

$$n_{Modell} = 2900 \cdot \frac{\left(\frac{69}{3600}\right)^{\frac{1}{2}}}{49^{\frac{3}{4}}} = 21{,}68\ U/min$$

→

$$D_{Modell} = 0{,}209 \cdot \frac{2900}{21{,}68} \cdot \sqrt{\frac{1}{49}} = 3{,}994\ m$$

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

KREISELPUMPE (geschlossener Kreislauf) MIT ENERGIEDISSIPATOR

Eine Kreiselpumpe ist eingebaut in einem geschlossen Kreislauf. Die Pumpe entsprechend der Skizze hat folgende Betriebsdaten:

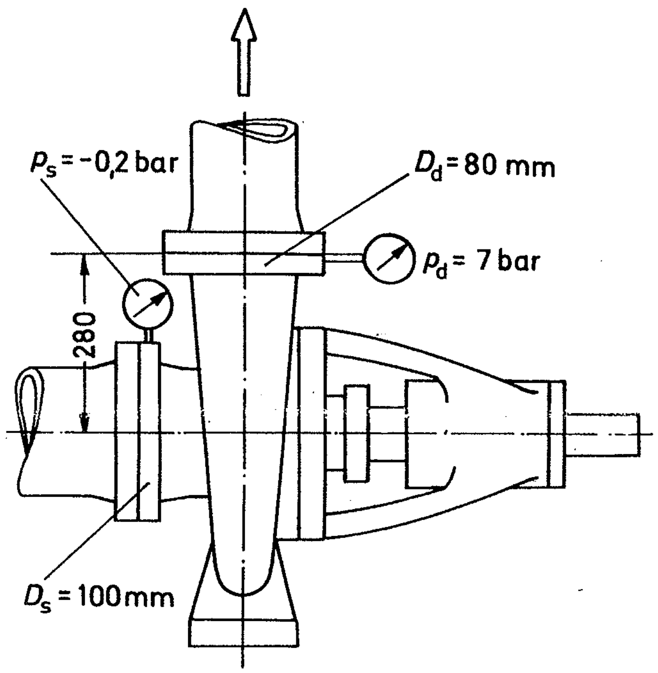
Volumenstrom **$Q = 160 m^3/h$**

Druck am Eintrittsquerschnitt der Pumpe **$p_s = -0.2$ bar**

Druck am Austrittsquerschnitt der Pumpe **$p_d = 7.0$ bar**

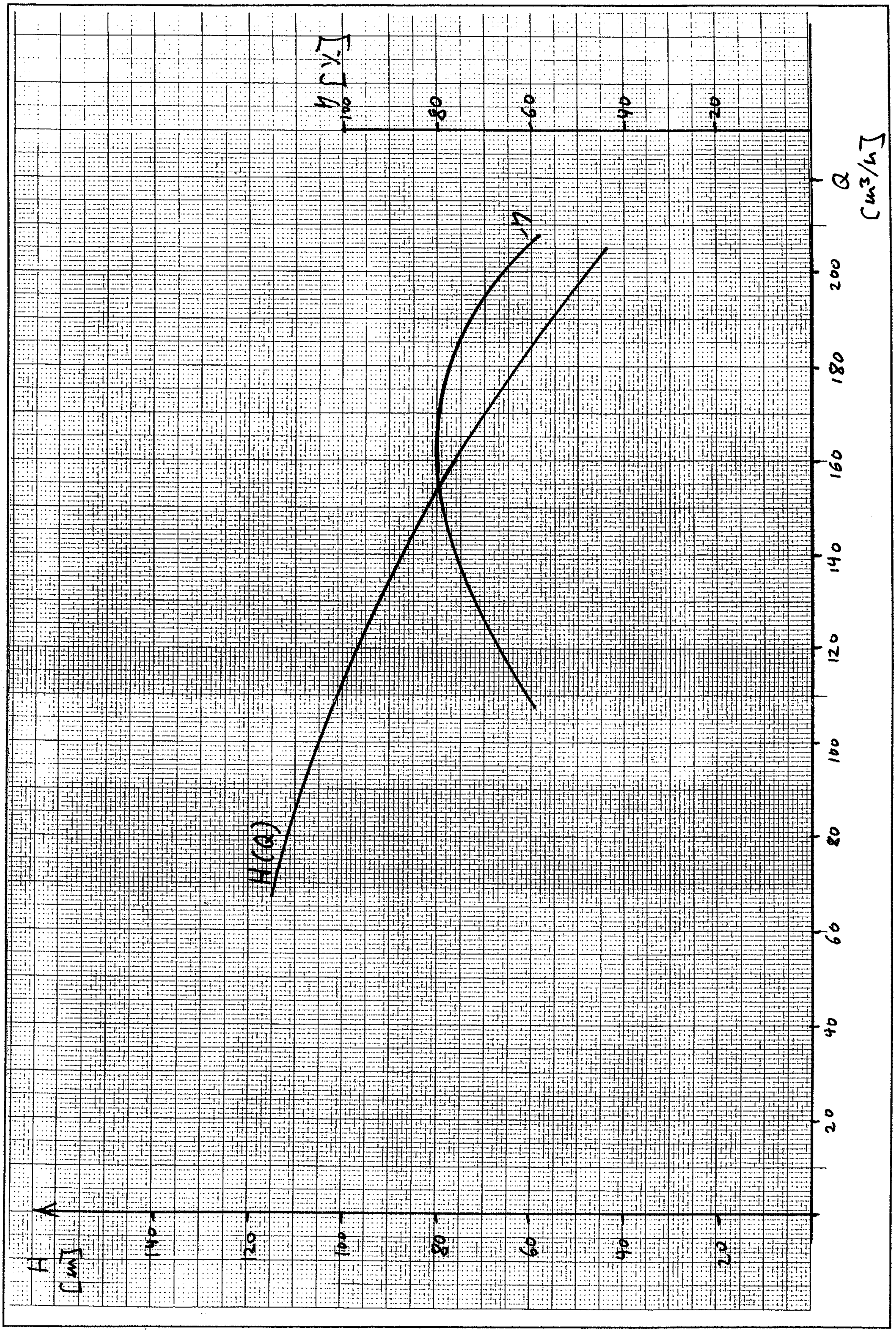
(die beiden Drücke besitzen den gleichen Bezugspunkt)

Nenndrehzahl **n=2900 rpm**



Fördermedium Wasser mit der Dichte $\rho = 1000 kg/m^3$; Erdbeschleunigung $g = 9{,}81 m/s^2$

a) Wie groß ist die spezifische Stutzenarbeit Y?
b) Wie groß ist die Leistung P und die dimensionslose Drehzahl n_q?
c) Zeichnen Sie die Anlagen- (Verbraucher-) kennlinie in das gegebene Diagramm ein.
d) Der Volumenstrom soll ohne Drehzahlregelung auf 140 m^3/h reduziert werden. Wie groß muß der Verlustbeiwert ζ in einem zusätzlich eingebauten Energiedissipator sein, wenn die durchströmte Querschnittsfläche im Energiedissipator äquivalent zu einem Kreis mit dem Durchmesser D=0,08m ist?
e) Wie groß ist die in diesem neuen Betriebspunkt 2 erforderliche Leistung P_2?
f) In welchem Verhältnis würden sich die Drehzahlen für $Q = 160 m^3/h$ und $Q_2 = 140 m^3/h$ theoretisch bei einer Drehzahlregelung (ohne Energiedissipator) verhalten? Und welche Förderhöhe H_3 könnte man theoretisch damit erreichen?
g) Berechnen Sie für den Fall der Drehzahlregelung unter Vernachlässigung des Reynoldeinflusses die benötigte Leistung P_3.



H [m]
140
120
100
80
60
40
20
η [%]
100
80
60
40
20
Q [m³/h]
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
H(Q)
η

Lösung Beispiel 1:

a.) Spezifische Stutzenarbeit Y

$c_s = 5{,}66$ m/s, $\quad c_d = 8{,}84$ m/s

$$Y = g \cdot 0{,}28 + \frac{p_d - p_s}{\rho} + \frac{c_d^{\,2} - c_s^{\,2}}{2} \qquad \rightarrow Y = 745{,}8\ \mathrm{J/kg}$$

$$\text{oder } H = \frac{1}{g} \cdot Y = 76{,}02\ \mathrm{m}$$

b.) Leistung P, spezifische Drehzahl n_q

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} \qquad \rightarrow P = 41{,}39\ \mathrm{kW}$$

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \qquad \rightarrow n_q = 23{,}74$$

c.) Verbraucherkennlinie

Geschlossener Kreislauf $\rightarrow$ Verbraucherkennlinie = Nullpunktsparabel $H = k \cdot Q^2$

$Q = 160\ \mathrm{m^3/h}$, $H = 76{,}02$ m $\qquad \rightarrow k = 0{,}00297\ \mathrm{h^2/m^5}$

Q annehmen, H errechnen, einzeichnen

d.) Reduktion der Fördermenge

Aus Kennlinie für $Q = 140\ \mathrm{m^3/h}$ $\quad \rightarrow H = 87$ m

Aus Verbraucherparabel für $Q = 140\ \mathrm{m^3/h}$ $\quad \rightarrow H = 58{,}21$ m

$H_{Drossel} = 87 - 58{,}21 = 28{,}8$ m

$$H_{Drossel} = \zeta \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} \qquad c = \frac{140 \cdot 4}{3600 \cdot 0{,}08^2 \cdot \pi} = 7{,}74\ \mathrm{m/s} \qquad \rightarrow \zeta = 9{,}44$$

e.) Erforderliche Leistung im Betriebspunkt 2

$Q_2 = 140\ \mathrm{m^3/h}$, $H_2 = 87$ m, $\eta_2 = 76\ \%$ .... (aus Diagramm)

$$P_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot Q_2 \cdot H_2}{\eta_2} \qquad \rightarrow P_2 = 43{,}68\ \mathrm{kW}$$

f.) Drehzahlregelung

Für ähnliche Betriebspunkte gilt : $Q \sim n$, $H \sim n^2$

$$D = \text{konst.} \quad \rightarrow \quad \frac{Q_1}{n_1} = \frac{Q_3}{n_3} \quad \rightarrow \quad \frac{n_3}{n_1} = \frac{140}{160}$$

$$\frac{H_3}{H_1} = \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 \quad \rightarrow \quad H_3 = 76{,}02 \cdot \left(\frac{140}{160}\right)^2 = 58{,}21\ \mathrm{m}$$

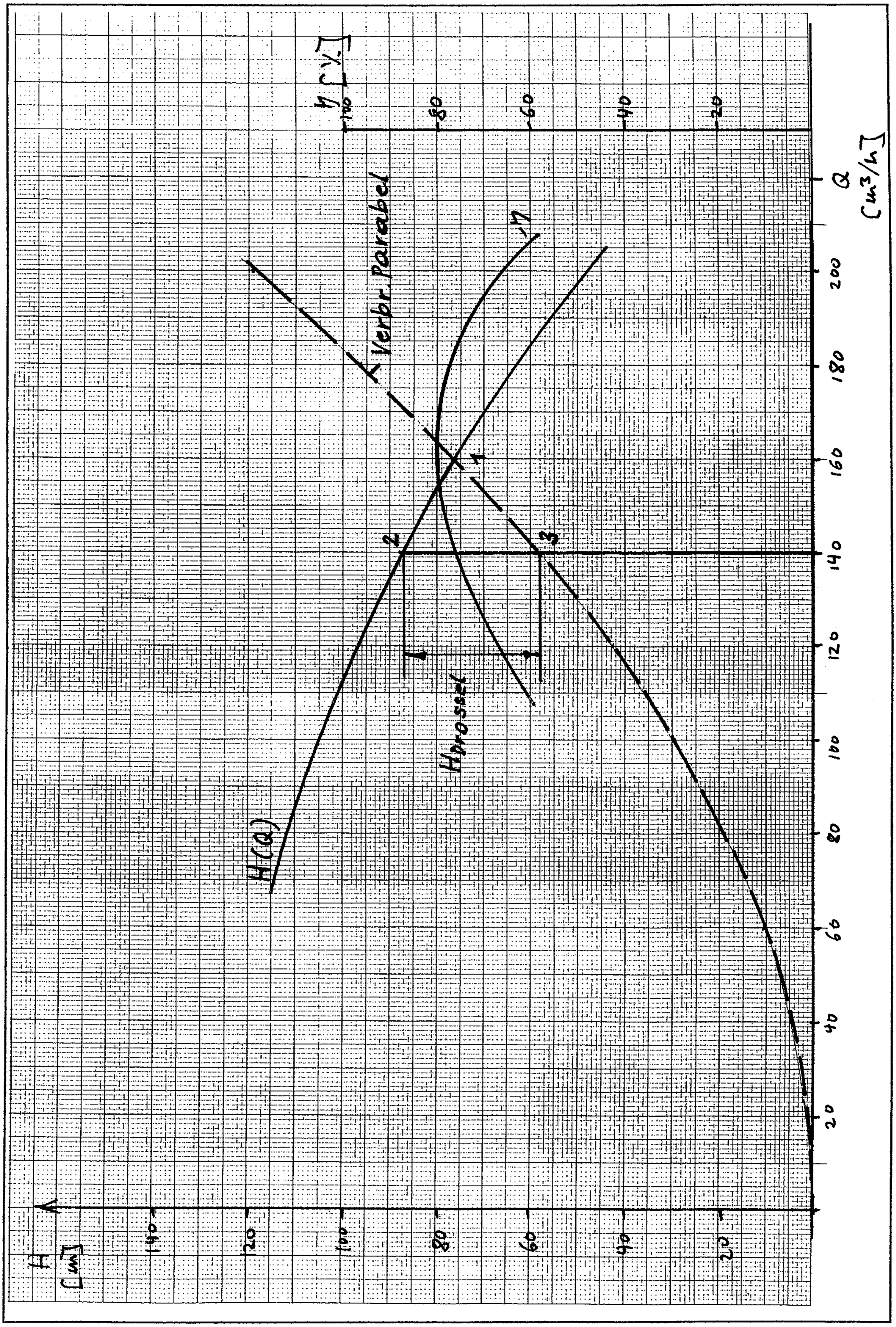
g.) Erforderliche Leistung bei Drehzahlregelung

Geschlossener Kreislauf $\rightarrow$ Ähnliche Betriebspunkte auf Verbraucherparabel (Vernachlässigung von Re - Einfluß)

Ähnliche Betriebspunkte haben gleichen Wirkungsgrad

$Q_3 = 140\ \mathrm{m^3/h}$, $H_3 = 58{,}21$ m, $\eta_3 = 0{,}8$

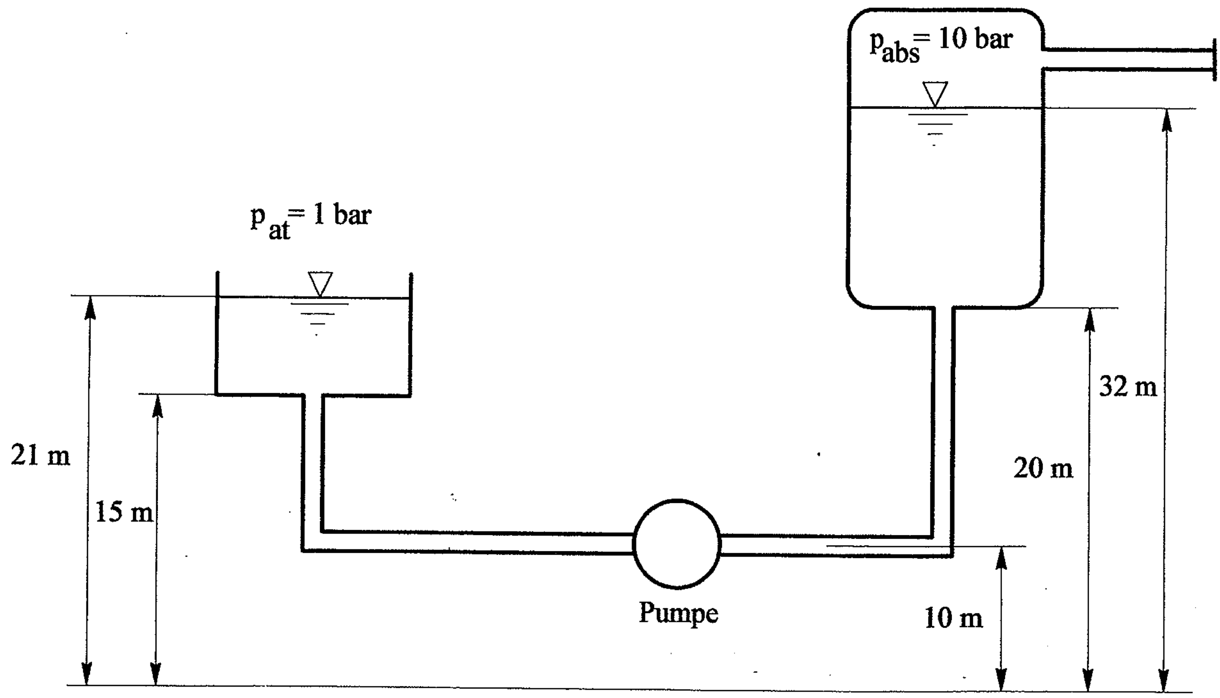
$$P_3 = \frac{\rho \cdot g \cdot Q_3 \cdot H_3}{\eta_3} \qquad \rightarrow P_3 = 27{,}76\ \mathrm{kW}$$


H [m]
Q [m³/h]
η [%]
Verbr. Parabel
H(Q)
HDrossel
η
1
2
3
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

PUMPENAUSLEGUNG MIT ÄHNLICHKEITSBEZIEHUNGEN

Gegeben ist ein Verbraucher laut Skizze



Das spezifische Gewicht des Fördermediums beträgt ρ = **900 kg/m³**. Die Rohrleitungs- ,Einlauf- und Austrittsverluste sind vernachlässigbar. Die Fördermenge der Pumpe beträgt **Q = 2322 m³/h**. Die Behälter können in ihren Durchmessern als unendlich groß angesehen werden.

a) Bestimmen Sie die Pumpenförderhöhe.

b) Es ist der Durchmesser und die Drehzahl (beliebig) einer Pumpe gefragt, die den Verbraucher bei η_{opt} versorgt. Die Förderziffer und die Druckziffer der zu verwendeten Laufradgeometrie beträgt bei **η_{opt} = 81% φ = 0,05** und **ψ = 1,05**.

c) Bestimmen Sie die Pumpenleistung.

d) Zeichnen Sie schematisch das Zustandekommen des Betriebspunktes dieser Anlage (unter Vernachlässigung der Verluste) aus Anlagenkennlinie und Pumpenkennlinie.

Lösung Beispiel 2 :

a.) Pumpenförderhöhe

$$H_P = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + z_2 - z_1 \qquad \rightarrow H_P = 112{,}9 \text{ mFlS}$$

b.) Durchmesser, Drehzahl

$$n_q = 157{,}8 \cdot \frac{\varphi^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}} \qquad \varphi = 0{,}05,\ \psi = 1{,}05 \qquad \rightarrow n_q = 34{,}02$$

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \qquad \rightarrow n = 1467{,}15 \text{ U/min}$$

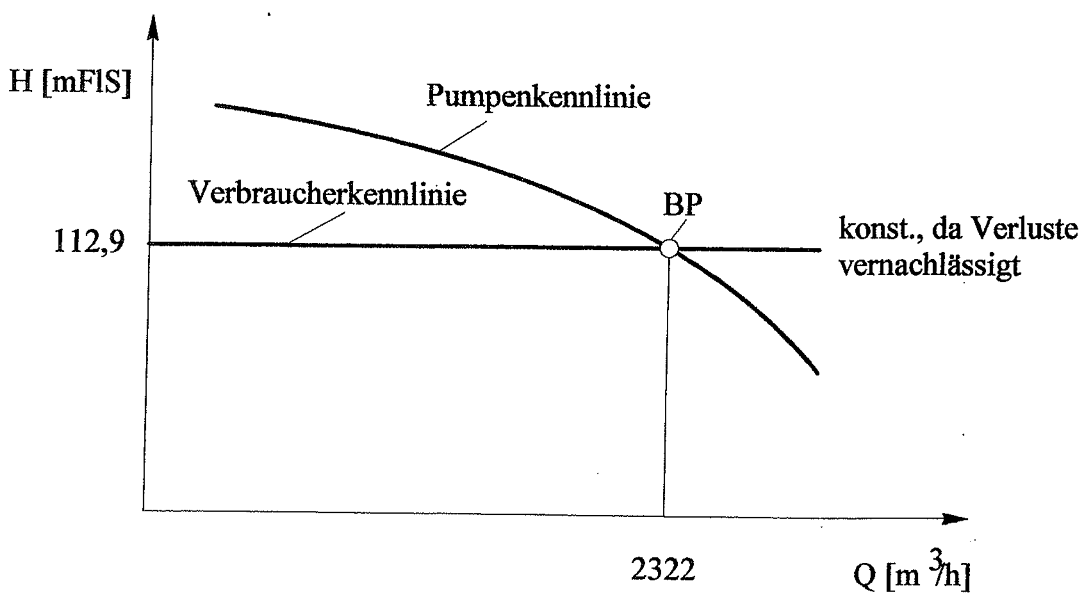
$$\psi = \frac{2 \cdot g \cdot H}{u^2} \qquad u = \frac{D \cdot \pi \cdot n}{60}$$

$$\rightarrow D = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H \cdot 3600}{\psi \cdot \pi^2 \cdot n^2}} \qquad \rightarrow D = 0{,}598 \text{ m}$$

c.) Pumpenleistung

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} \qquad \rightarrow P = 793{,}7 \text{ kW}$$

d.) Pumpenkennlinie, Anlagenkennlinie

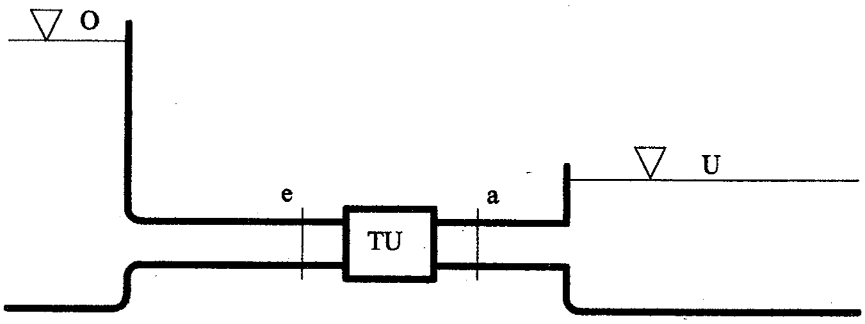


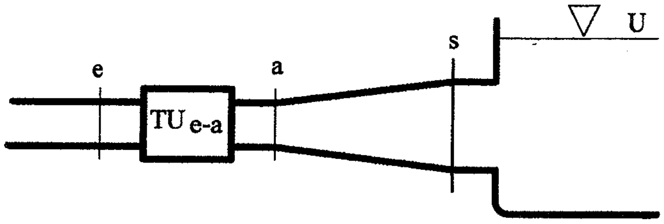
I N S T I T U T F Ü R	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Datum: 13. März 1998
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

1. Beispiel: AXIALTURBINE OHNE UND MIT DIFFUSOR

Axiale Turbinen werden für große Massenströme ausgelegt und eingesetzt. Aus Platz- und Kostengründen hält man die Strömungsquerschnitte möglichst klein. Damit ergibt sich nach dem Laufrad eine große Austrittsgeschwindigkeit und eine große kinetische Energie des austretenden Massenstromes, die bis ca. 50% der Turbinenfallhöhe betragen kann. Läßt man diesen energiereichen Massenstrom ins Unterwasser austreten, so wird die kinetische Energie verwirbelt und bleibt ungenutzt. Mit Hilfe eines Diffusors, der nach dem Laufrad angeordnet ist, kann man die kinetische Energie und damit die Austrittsverluste deutlich verringern. Daher ist der Diffusor, auch Saugrohr genannt, bei Axialturbinen von großer Wichtigkeit.
Am Beispiel einer Anlage mit einer axialen Wasserturbine (Kaplan- bzw. Rohrturbine) sollen die Auswirkungen eines Diffusors untersucht werden. Zwei Fälle sind zu untersuchen:

Fall A: Turbine ohne Diffusor und **Fall B: Turbine mit Diffusor (Saugrohr)**





Gegeben: $Q = 100\ m^3/s$ $A_e = A_a = 10\ m^2$ $A_S = 40\ m^2$
$z_O = 10\ m$, $z_U = 0\ m$ $\eta_{TU,A} = 0.94$ $\eta_{Diff} = 0.9$

$$h_{V,Diff} = (1-\eta_{Diff})\frac{c_a^2 - c_s^2}{2g}$$

Ober- und Unterwasser sind im Ruhezustand und die Spiegelhöhen konstant. Vom Oberwasser bis zum Eintrittsquerschnitt e sind die Verluste vernachlässigbar klein. Beim Austritt ins Unterwasser wird die kinetische Energie vollständig verwirbelt.

Gesucht:

1. **Für die Turbine ohne Diffusor (Fall A)**
   Turbinenfallhöhe H_A und Wellenleistung P_A
2. **Für die Turbine mit Diffusor (Fall B)**
   Turbinenfallhöhe H_B, Wellenleistung P_B und Turbinenwirkungsgrad $\eta_{TU,B}$
   Voraussetzungen: der neue Turbinenaustritt ist im Querschnitt S;
   der Wirkungsgrad des Turbinenteiles ohne Diffusor bleibt gleich $\eta_{TU,e-a} = \eta_{TU,A}$
3. **Maßstäbliche Verläufe der Totalenergiehöhe und des statischen Druckes** über der Anlage für die Fälle A und B
4. **Anlagewirkungsgrade** für die Fälle A und B

Lösung Beispiel 1:

1.) Turbine ohne Diffusor (Fall A)

Energiebilanz Oberwasser → Unterwasser

$$\frac{p_o}{\rho \cdot g} + \frac{c_o^2}{2 \cdot g} + z_o = \sum hv_{o-e} + H_{TU,A} + \sum hv_{a-u} + \frac{p_u}{\rho \cdot g} + \frac{c_u^2}{2 \cdot g} + z_u$$

$p_o = p_u = p_{at}$ $\quad c_o = c_u = 0$ $\quad \sum hv_{o-e} = 0$ $\quad \sum hv_{a-u} = \frac{c_a^2}{2 \cdot g}$

$H_{TU,A} = z_o - z_u - \frac{c_a^2}{2 \cdot g}$ $\quad \rightarrow H_{TU,A} = 4{,}903$ m

$P_A = Q \cdot H_{TU,A} \cdot \rho \cdot g \cdot \eta_{TU,A}$ $\quad \rightarrow P_A = 4{,}521$ MW

2.) Turbine mit Diffusor (Fall B)

$$\frac{p_o}{\rho \cdot g} + \frac{c_o^2}{2 \cdot g} + z_o = \sum hv_{o-e} + H_{TU,B} + \sum hv_{s-u} + \frac{p_u}{\rho \cdot g} + \frac{c_u^2}{2 \cdot g} + z_u$$

$p_o = p_u = p_{at}$ $\quad c_o = c_u = 0$ $\quad \sum hv_{o-e} = 0$ $\quad \sum hv_{s-u} = \frac{c_s^2}{2 \cdot g}$

$H_{TU,B} = z_o - z_u - \frac{c_s^2}{2 \cdot g}$ $\quad \rightarrow H_{TU,B} = 9{,}681$ m (Turbinenfallhöhe)

Der Diffusor gehört zur Turbine. Seine Verluste sind Turbinenverluste und daher bei den Anlageverlusten nicht zu berücksichtigen.Dem Turbinenteil von e - a steht der Fallhöhenanteil H_{e-a} zur Umwandlung in Wellenarbeit zur Verfügung :

$H_{e-a} = H_{TU,B} - h_{vDiff}$

$hv_{Diff} = (1 - \eta_{Diff}) \cdot \frac{c_a^2 - c_s^2}{2 \cdot g}$ $\quad \rightarrow hv_{Diff} = 0{,}478$ m

$H_{e-a} = 9{,}681 - 0{,}478$ $\quad \rightarrow H_{e-a} = 9{,}204$ m

Der Wirkungsgrad der Energieumwandlung im Turbinenteil ohne Diffusor (e - a) bleibt gleich wie im Fall A, daher :

$\eta_{TU,e-a} = \frac{P_B}{Q \cdot H_{e-a} \cdot \rho \cdot g}$ $\quad (= \eta_{TU,A})$

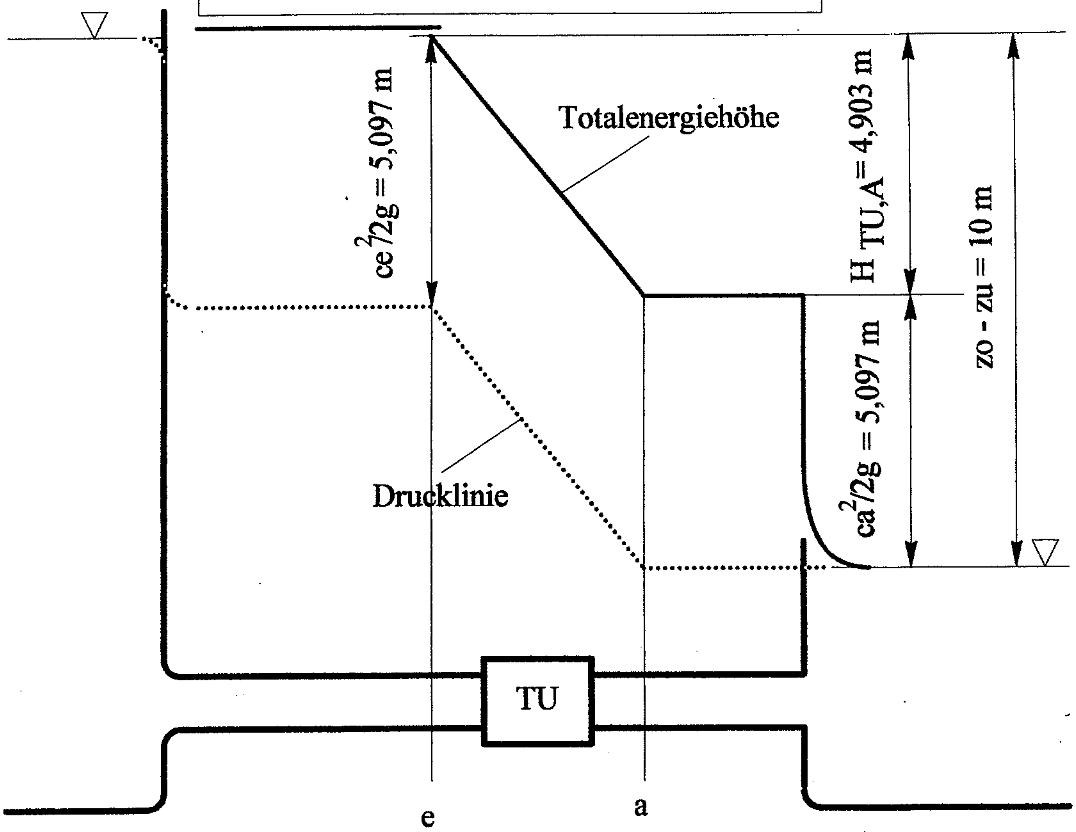
$P_B = Q \cdot H_{e-a} \cdot \rho \cdot g \cdot \eta_{TU,A}$ $\quad \rightarrow P_B = 8{,}487$ MW

Turbinenwirkungsgrad $\eta_{TU,B}$ (gesamte TU e - s) :

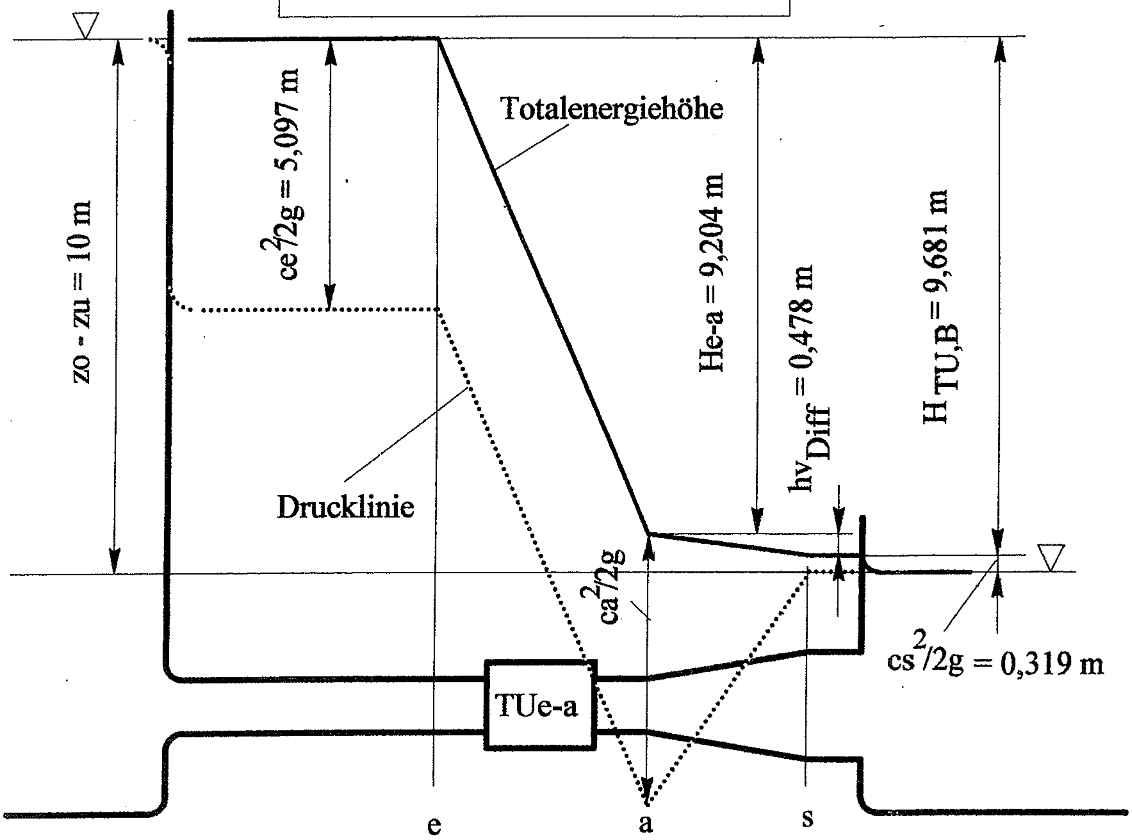
$\eta_{TU,B} = \frac{\text{Nutzeffekt}}{\text{Aufwand}} = \frac{P_B}{Q \cdot H_{TU,B} \cdot \rho \cdot g}$ $\quad \rightarrow \eta_{TU,B} = 0{,}894$

3.) Maßstäbliche Verläufe der Totalenergiehöhe und des statischen Druckes

Fall A : Turbine ohne Diffusor



Fall B : Turbine mit Diffusor



4.) Anlagewirkungsgrade :

$$\eta_{Anl} = \frac{\text{Nutzeffekt}}{\text{Aufwand}} = \frac{\text{Wellenleistung}}{\text{Bruttoleistung mit Anlagenfallhöhe}}$$

$$\eta_{Anl,A} = \frac{P_A}{Q \cdot (z_o - z_u) \cdot \rho \cdot g} \qquad \rightarrow \eta_{Anl,A} = 0{,}461$$

$$\eta_{Anl,B} = \frac{P_B}{Q \cdot (z_o - z_u) \cdot \rho \cdot g} \qquad \rightarrow \eta_{Anl,B} = 0{,}865$$

Anmerkungen :

Vorteil der Turbine mit Diffusor :

Durch die deutliche Verringerung des Austrittsverlustes kann wesentlich mehr Energie genutzt werden. Der Anlagewirkungsgrad steigt von 46,1% auf 86,5%

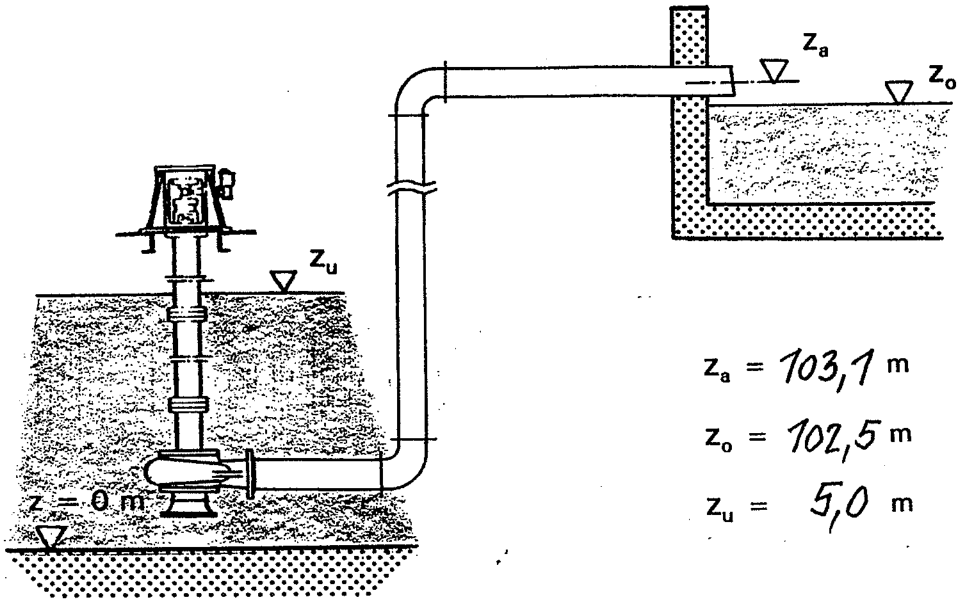
Nachteile:

1.) Für den Turbinenhersteller wirkt sich ungünstig aus, daß durch die Hinzurechnung des Diffusors zur Turbine der Turbinenwirkungsgrad (a-s) etwas abnimmt.

2.) Der statische Druck in der Turbine sinkt, dadurch steigt die Neigung zur Kavitation (Druck im Querschnitt a)

I N S T I T U T F Ü R HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name: Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	**Schriftliche Prüfung** **13.März 1998**

2. Beispiel: PUMPE MIT DREHZAHLREGELUNG



z_a = 103,1 m

z_o = 102,5 m

z_u = 5,0 m

Gegeben ist die Kennlinie einer Kreiselpumpe. Das Fördermedium ist Wasser. An die Pumpe ist ein Verbraucher angeschlossen, dessen Kennlinie sich aus dem Anlagenschema und folgenden Daten ergibt:
Die Verluste in der Rohrleitung (Reibung, Krümmer und Ventile) und die Geschwindigkeitshöhe im Austritt betragen $h_{VR} + c_a^2/2g$ [m WS] = $150.Q^2$, wobei die durchströmende Wassermenge Q in m^3/sec einzusetzen ist.

1.) Gesucht ist der resultierende Betriebspunkt der Pumpe
Q, H, η, P.

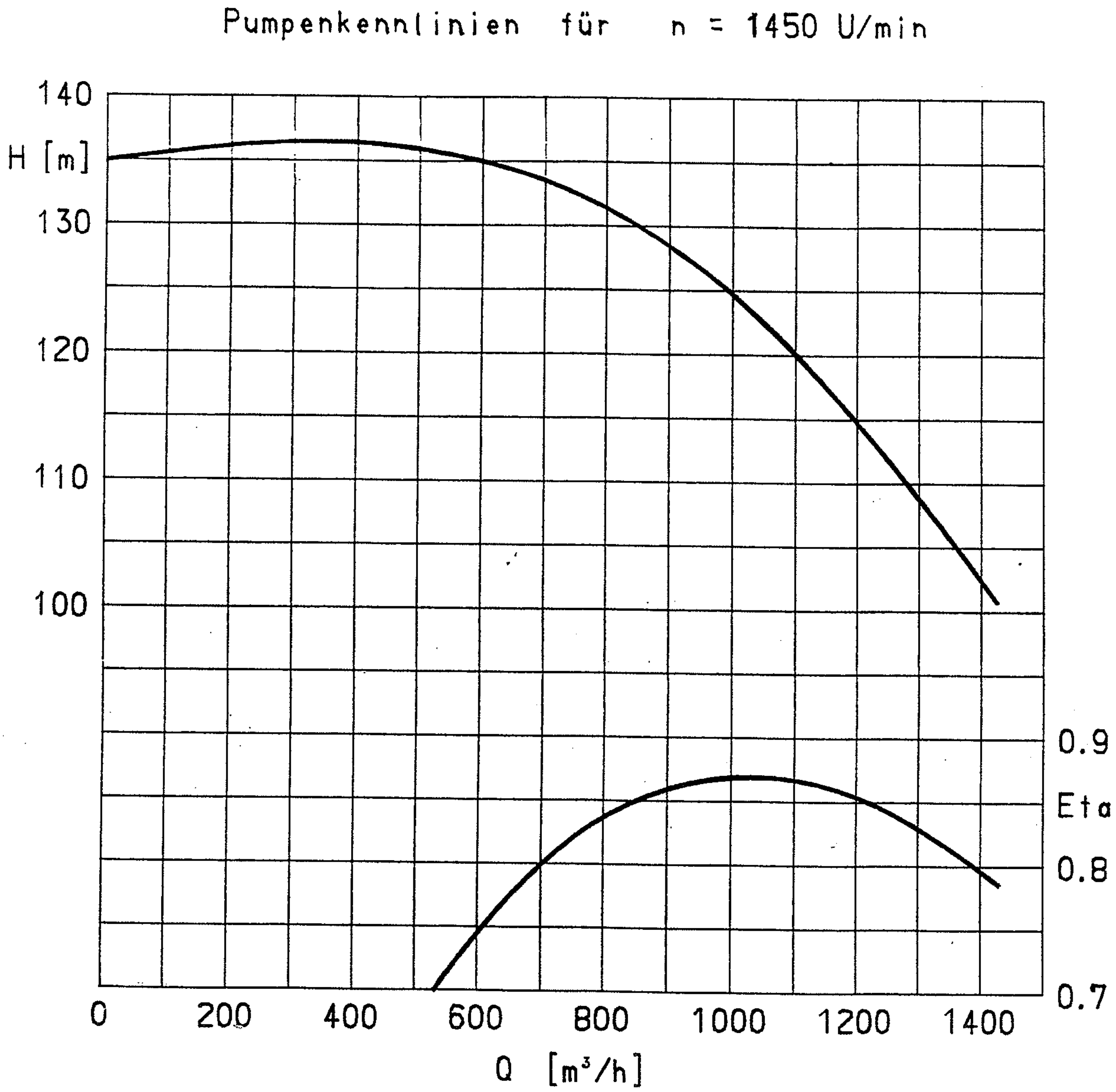
2.) Die aus obigen Daten ermittelte Fördermenge der Pumpe soll mit Hilfe einer Drehzahlregelung auf 60 % reduziert werden.

a) Es sind die Pumpendaten (Q, H, n, η, P) des neuen Betriebspunktes gefragt.

b) Es ist der Wirkungsgrad der Anlage bei 100 % und bei 60 % reduzierter Fördermenge gefragt.

Anmerkung zum Anlagenwirkungsgrad: Als Nutzeffekt für die Anlage ist die Förderung des Wassers vom Niveau des Unterwasserbeckens auf das Niveau des Oberwasserbeckens anzusehen.

1 Beilage: Kennlinien der Kreiselpumpe


Pumpenkennlinien für n = 1450 U/min
140
H [m]
130
120
110
100
0.9
Eta
0.8
0.7
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
Q [m³/h]

Lösung Beispiel 2 :

1.) Betriebspunkt

$H_V = z_a - z_u + 150 \,.\, (Q\,[m3/s])^2$ Verbraucherkennlinie
Q annehmen, H_V errechnen
Der Schnittpunkt zwischen Verbraucherkennlinie und Pumpenkennlinie ergibt den Betriebspunkt.
$Q = 1200\ m^3/h$ $H = 114{,}8\ m$ $\eta = 0{,}855$
$P = Q.H.\rho.g / \eta$ $\rightarrow P = 439{,}1\ kW$

2.) Reduktion der Fördermenge auf 60 % durch Drehzahlregelung

$Q_{60\%} = 0{,}6 \cdot Q = 0{,}6 \cdot 1200 = 720\ m^3/h$

a.) neuer Betriebspunkt

muß auf der Verbraucherkennlinie liegen, daher
$H_{60\%} = z_a - z_u + 150 \cdot (720/3600)^2$ $\rightarrow H_{60\%} = 104{,}1\ m$
Um den Wirkungsgrad und die Drehzahl des neuen Betriebspunktes zu ermitteln, muß der ähnliche Betriebspunkt auf der Pumpenkennlinie für n = 1450 U/min bestimmt werden :

$$Q = Q_{60\%} \cdot \frac{n}{n_{60\%}} \qquad H = H_{60\%} \cdot \left(\frac{n}{n_{60\%}}\right)^2$$

$$H = H_{60\%} \cdot \left(\frac{Q}{Q_{60\%}}\right)^2$$ Ähnlichkei tsparabel

Q annehmen, H errechnen, einzeichnen
Der Schnitt zwischen Ähnlichkeitsparabel und Pumpenkennlinie ergibt den ähnlichen Betriebspunkt BP‘ bei n = 1450 U/min.
$Q' = 808\ m^3/h$ $H' = 131{,}1\ m$ $\eta' = 0{,}840$
Für den ähnlichen Betriebspunkt bei reduzierter Drehzahl ist der Wirkungsgrad gleich :
$\eta_{60\%} = \eta' = 0{,}840$
Die reduzierte Drehzahl kann aus den Ähnlichkeitsbeziehungen für Q oder H berechnet werden.

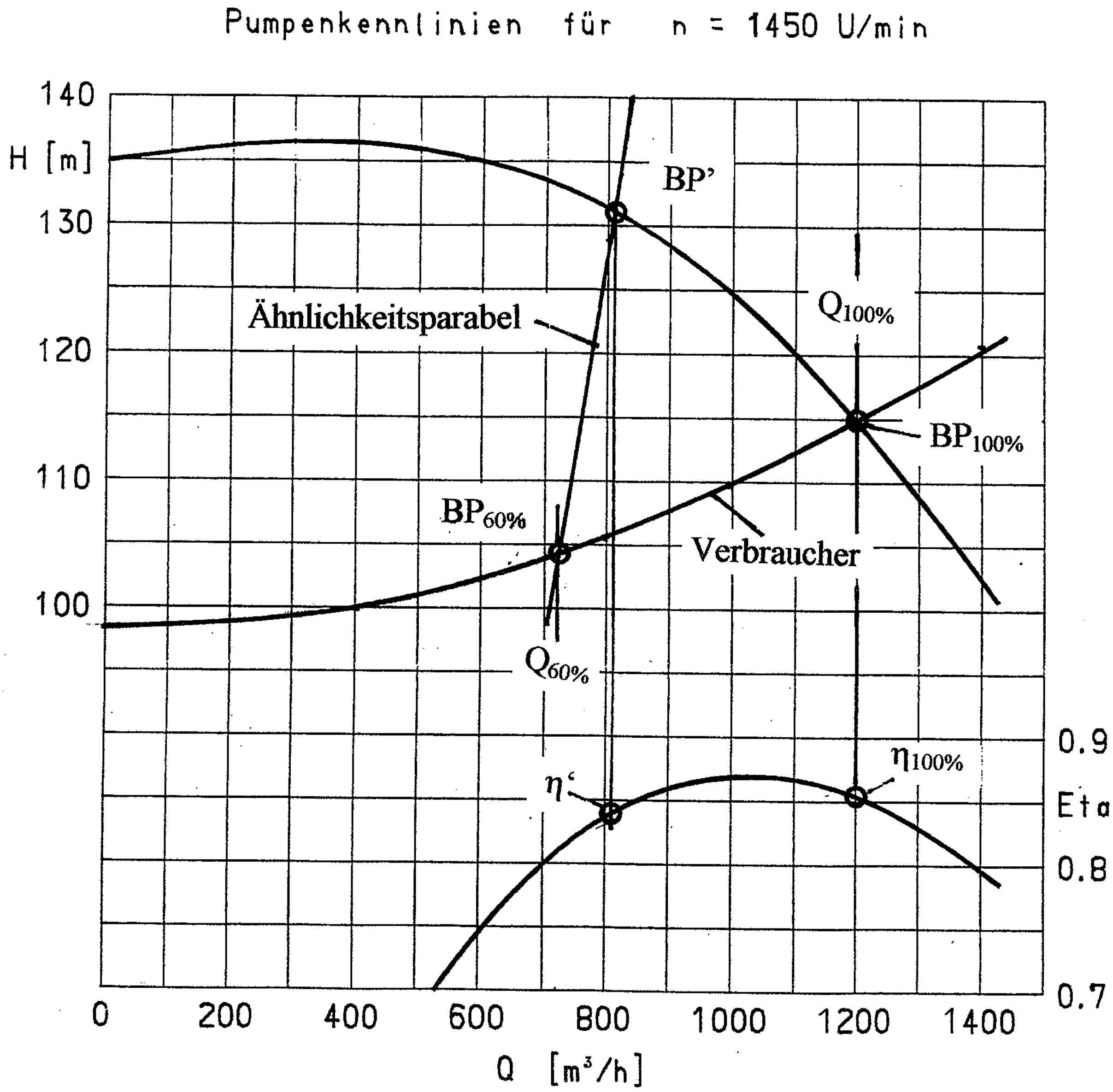
$$n_{60\%} = 1450 \cdot \frac{Q_{60\%}}{Q'} \qquad \rightarrow n_{60\%} = 1292\ U/min$$

$$P_{60\%} = \frac{Q_{60\%} \cdot H_{60\%} \cdot \rho \cdot g}{\eta_{60\%}} \qquad \rightarrow P_{60\%} = 243{,}1\ kW$$

Daten des neuen Betriebspunktes :
$Q = 720\ m^3/h$ $H = 104{,}1\ m$ $n = 1292\ U/min$ $\eta = 0{,}840$

b.) Anlagewirkungsgrade :

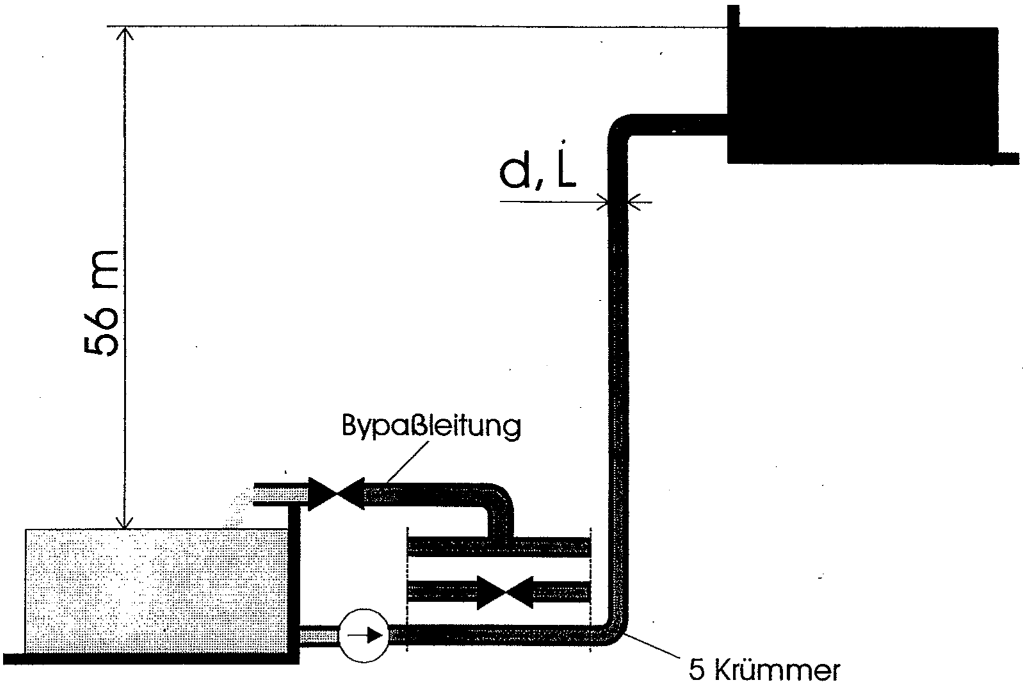
$$\eta_{Anl} = \frac{\text{Nutzeffekt}}{\text{Aufwand}} = \frac{z_o - z_u}{H} \cdot \eta \rightarrow \eta_{Anl}(100\%Q) = 0{,}726,\ \eta_{Anl}(60\%Q) = 0{,}787$$


Pumpenkennlinien für n = 1450 U/min
140
H [m]
130
120
110
100
BP'
Ähnlichkeitsparabel
Q100%
BP100%
BP60%
Verbraucher
Q60%
η'
η100%
0.9
Eta
0.8
0.7
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
Q [m³/h]

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 8. Mai 1998**	Name: Matr. Nr.:

<u>Beispiel 1:</u> Mengenregulierung einer Pumpanlage Sad

Einer 8 Jahre alten Pumpanlage lt. Skizze soll nachträglich eine Mengenregulierung eingebaut werden.



Grundsätzlich bestehen, ohne wesentliche Änderungen der Anlage, drei Möglichkeiten: druckseitiger Einbau einer Drossel- bzw. Bypassregelung, sowie elektronische Drehzahlregelung.

Diese Varianten sollen bei 60% des Auslegungsdurchsatzes hinsichtlich der benötigten Antriebsleistung und des Anlagenwirkungsgrades bewertet werden.

Rentiert sich der Einbau einer teuren Drehzahlregelung ?

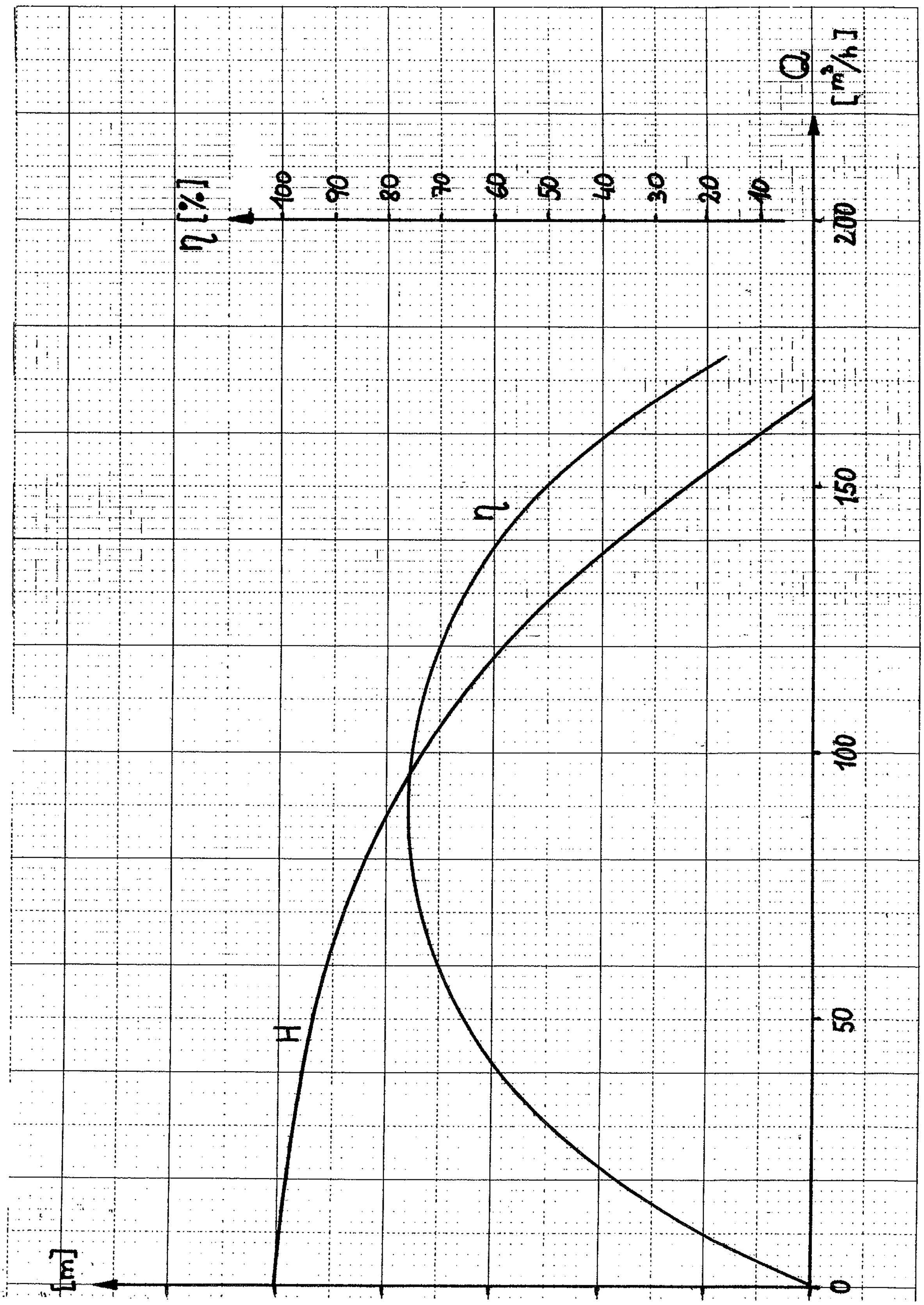
<u>Anmerkung zur Bypassregelung:</u> In der Druckleitung wird ein Nebenauslaß geöffnet, um den überschüssigen Teil des geförderten Wassers wieder in das Unterwasser zurückzuleiten.

<u>Angaben:</u>

Rohrleitungslänge : $L = 121{,}6$ m
Rohrdurchmesser : $d = 12$ cm
Widerstandsbeiwert des Rohres : $\lambda = 0{,}05$
Widerstandsbeiwert <u>eines</u> Krümmers : $\zeta_{Kr} = 0{,}51$

Preis der Drehzahlregelung: 56000,- öS
Lebensdauer der Anlage : 15 Jahre
Betriebsdauer (Ø) : 1500 h/Jahr
Preis je kWh : 1,50 öS

Pumpenkennlinie für n = 750 U/min



Lösung Beispiel 1 :

Betriebspunkt der Pumpe :

$$H = H_{Geod} + \frac{c^2}{2g}\left(\lambda \frac{l}{d} + 5 \cdot \zeta_{Kr} + 1\right)$$

$$\text{mit } \frac{c^2}{2g} = \frac{16 \cdot Q^2}{2gd^4\pi^2}$$

$$\rightarrow \quad H = 56 + 21603{,}75 \cdot Q^2$$

Damit ergibt sich die Verbraucherkennlinie. (Q-Werte annehmen, H errechnen)
Schnittpunkt der Verbraucherkennlinie mit der Pumpenkennlinie → Betriebspunkt
$Q = 90\ m^3/h$, $H = 69{,}5\ m$, $\eta = 76\ \%$

Betriebspunkt bei 60 % des Auslegungsdurchsatzes :
$Q = 0{,}6 \cdot 90 \quad \rightarrow \quad Q = 54\ m^3/h$

1.) Drosselregelung :

In der Druckleitung wird ein Drosselorgan soweit geschlossen, bis die Fördermenge auf das gewünschte Maß zurückgeht.
Betriebspunkt : $Q' = 54\ m^3/h \quad \rightarrow \quad H' = 76{,}5\ m$, $\eta_{PU} = 67\ \%$

$$P = \frac{\rho \cdot Q' \cdot g \cdot H'}{\eta_{PU}} = 16{,}8\ kW$$

$$\eta_{Anlage} = \frac{\text{Nutzeffekt}}{\text{Aufwand}}$$

Als Nutzeffekt ist das Hochpumpen des Wassers um H_{geod} zu sehen.
Der Aufwand ist die in die Pumpe gesteckte Leistung.

$$\rightarrow \eta_{Anlage} \doteq \frac{\rho \cdot Q \cdot g \cdot H_{Geod}}{\rho \cdot Q' \cdot g \cdot H'} \cdot \eta_{PU} \qquad \rightarrow \qquad \eta_{Anlage} = 49\ \%$$

2.) Bypaßregelung :

In der Druckleitung wird ein Nebenauslaß geöffnet, um den überschüssigen Teil des Wassers wieder in das Unterwasser zurückzuleiten.
Betriebspunkt : $H' = 61{,}5\ m \quad \rightarrow \quad Q' = 114\ m^3/h$, $\eta_{Pumpe} = 72\ \%$

$$P = \frac{\rho \cdot Q' \cdot g \cdot H'}{\eta_{PU}} = 26{,}5\ kW$$

$$\eta_{Anlage} = \frac{\rho \cdot Q \cdot g \cdot H_{Geod}}{\rho \cdot Q' \cdot g \cdot H'} \cdot \eta_{PU} \qquad \rightarrow \qquad \eta_{Anlage} = 31\ \%$$

3.) Drehzahlregelung:

$$\left.\begin{aligned} \frac{Q'}{Q} &= \frac{n'}{n} \\ \frac{H'}{H} &= \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad H = \frac{H'}{Q'^2} \cdot Q^2 \qquad \text{Ähnlichkeitsparabel}$$

Betriebspunkt : Q' = 54 m^3/h → H' = 61,5 m
Q-Werte annehmen, H errechnen, → Ähnlichkeitsparabel
Schnittpunkt Ähnlichkeitsparabel mit Pumpenkennlinie → Q = 60 m^3/h

$$n' = n \cdot \frac{Q'}{Q} \qquad \rightarrow n' = 675\ \text{U / min}$$

η_{PU} = Wirkungsgrad im ' ähnlichen ' Betriebspunkt → $\eta_{PU} = 70\ \%$

$$P = \frac{\rho \cdot Q' g \cdot H'}{\eta_{PU}} = 12{,}92\ \text{kW}$$

$$\eta_{Anlage} = \frac{\rho \cdot Q \cdot g \cdot H_{Geod}}{\rho \cdot Q' g \cdot H'} \cdot \eta_{PU} \qquad \rightarrow \qquad \eta_{Anlage} = 63{,}7\ \%$$

Ergebnis :

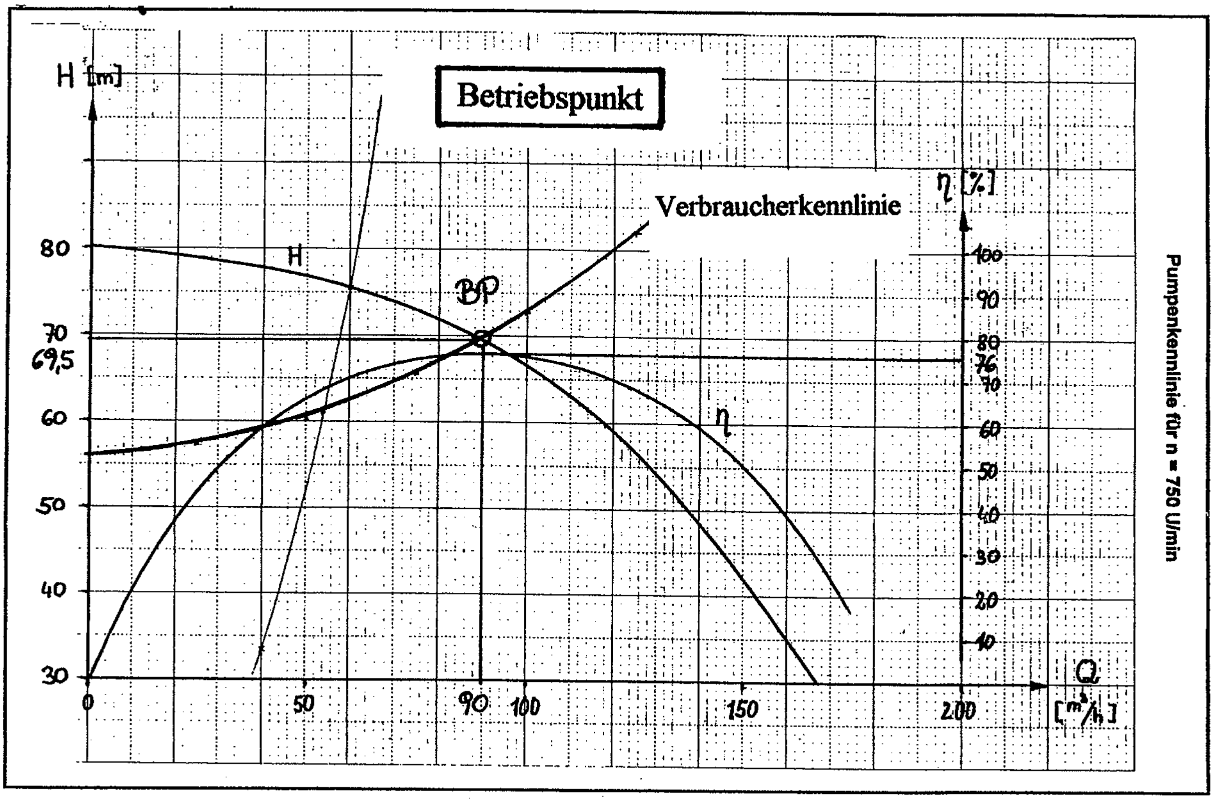
Bypaßregelung scheidet wegen zu großer Leistungsaufnahme aus.

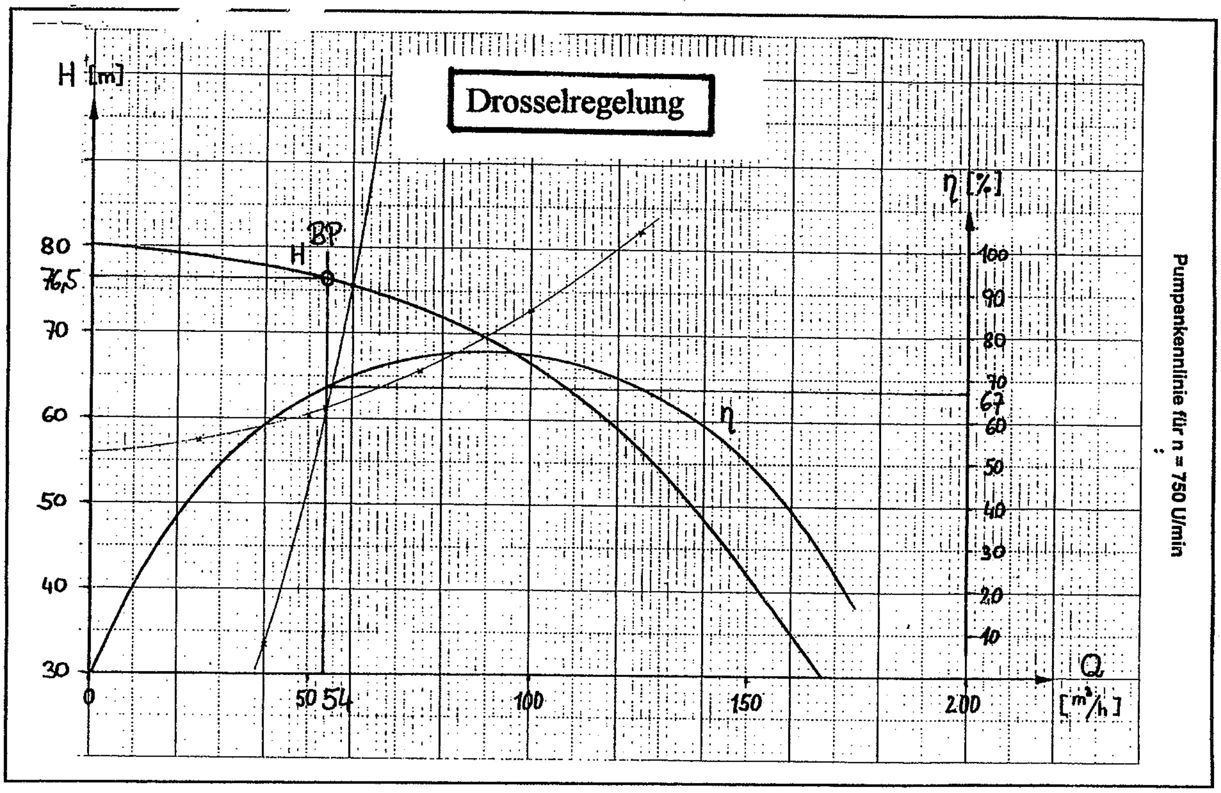
$P_{Drossel}$ = 16,8 kW
$P_{Drehzahl}$ = 12,8 kW → $\Delta P \approx 4$ kW

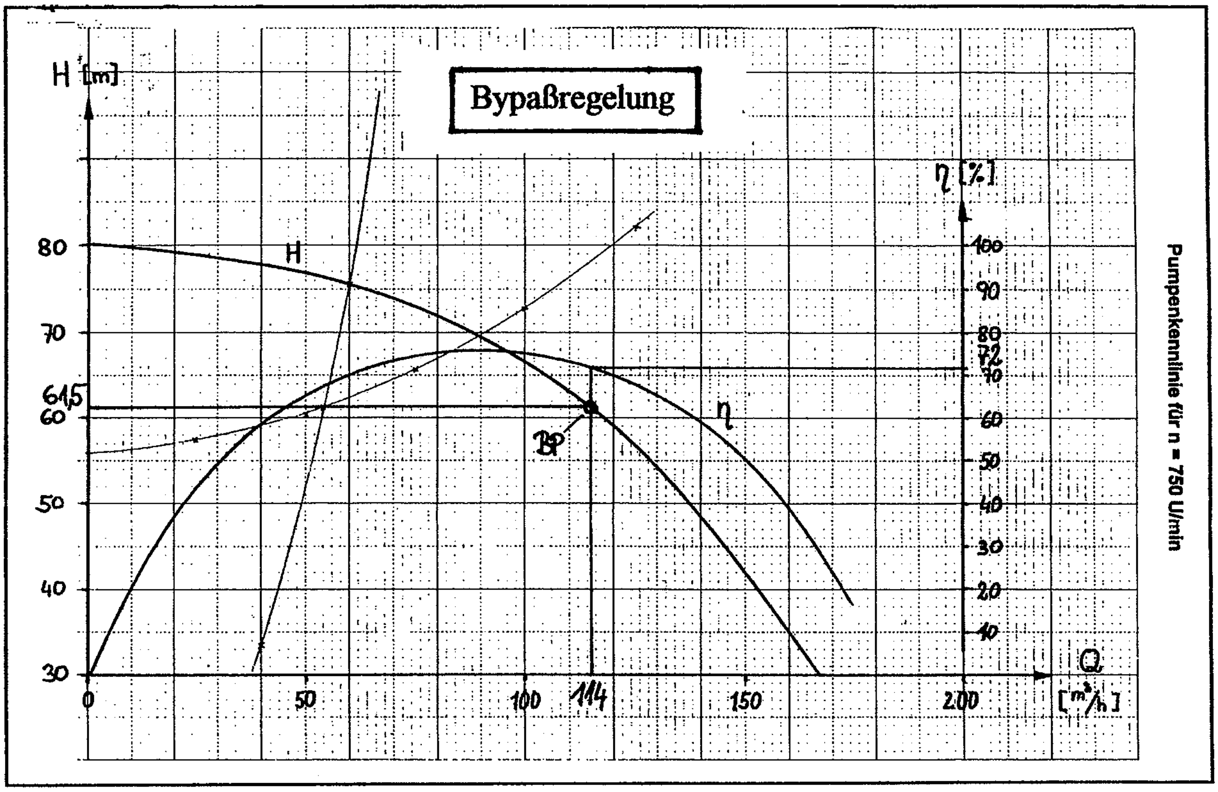
Arbeit / Jahr : A = ΔP . t → A = 6000 kWh

Einsparung in 7 Jahren : = 1,50 . A . 7 = 63000 .-

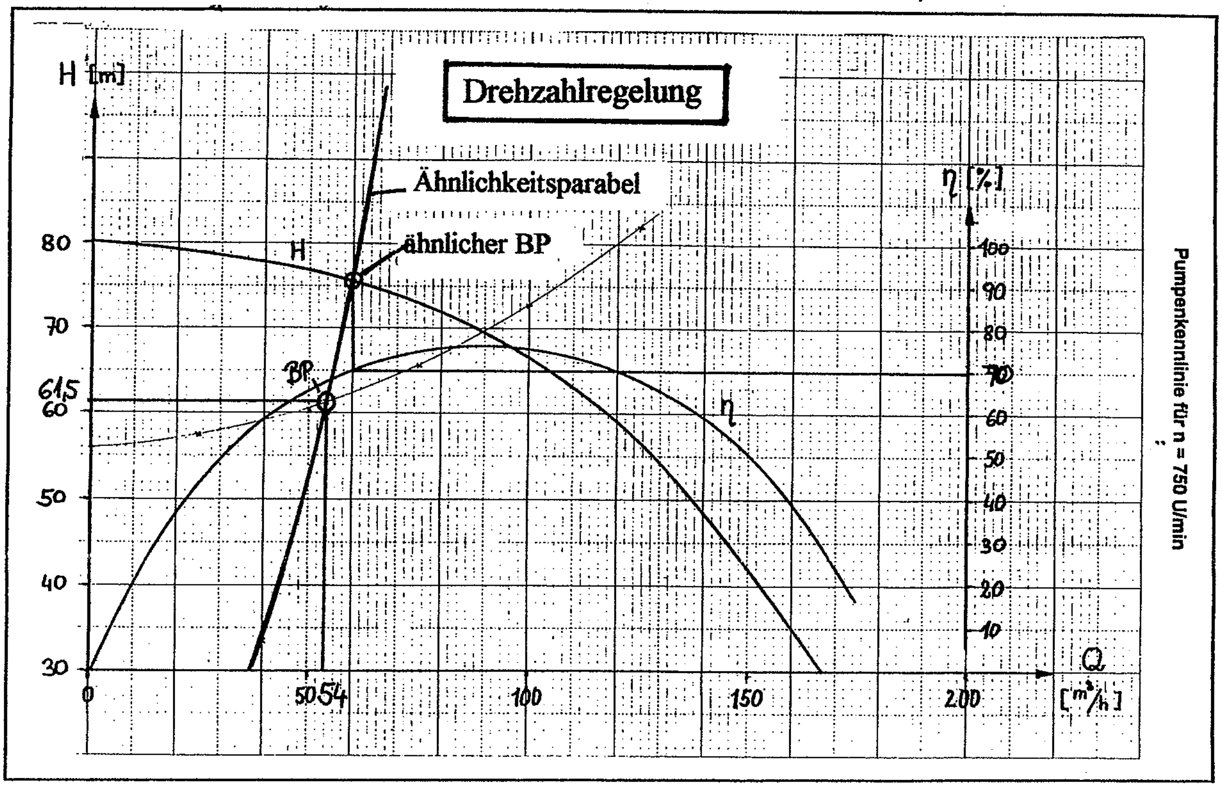
Mit dem Einbau einer ' teuren ' Drehzahlregelung erspart man sich immer noch 7000,- (+ Kosten des Drosselorgans)


Betriebspunkt
H [m]
Verbraucherkennlinie
η [%]
80
70
69,5
60
50
40
30
H
BP
η
100
90
80
76
70
60
50
40
30
20
10
0
50
90
100
150
200
Q
[m³/h]
Pumpenkennlinie für n = 750 U/min


Drosselregelung
H [m]
η [%]
80
76,5
70
60
50
40
30
BP
H
η
100
90
80
70
67
60
50
40
30
20
10
0
50
54
100
150
200
Q
[m³/h]
Pumpenkennlinie für n = 750 U/min



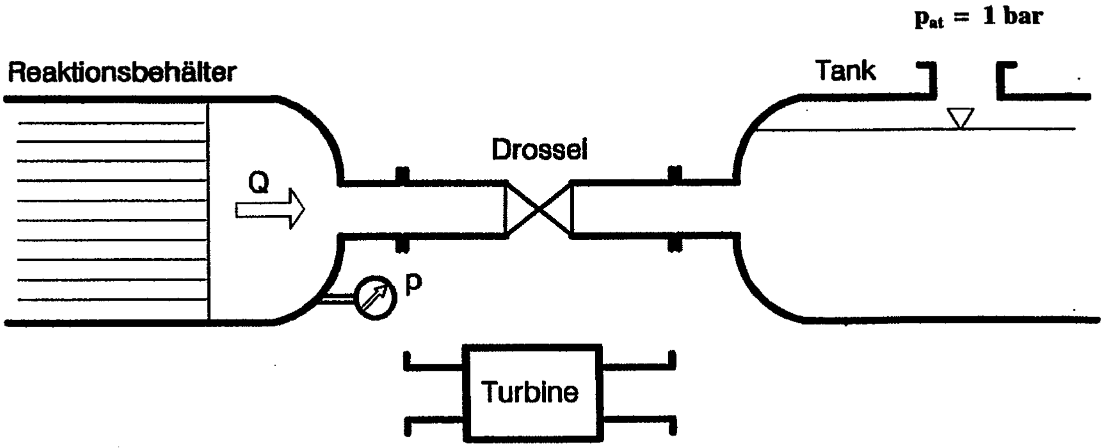
Bypaßregelung
H [m]
η [%]
H
η
BP
80
70
61,5
60
50
40
30
0
50
100
114
150
200
Q
[m³/h]
100
90
80
72
70
60
50
40
30
20
10
Pumpenkennlinie für n = 750 U/min



Drehzahlregelung
H [m]
η [%]
Ähnlichkeitsparabel
ähnlicher BP
H
η
BP
80
70
61,5
60
50
40
30
0
50
54
100
150
200
Q
[m³/h]
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
Pumpenkennlinie für n = 750 U/min

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 8. Mai 1998**	Name: Matr. Nr.:

Beispiel 2: Turbine zur Energierückgewinnung Sad



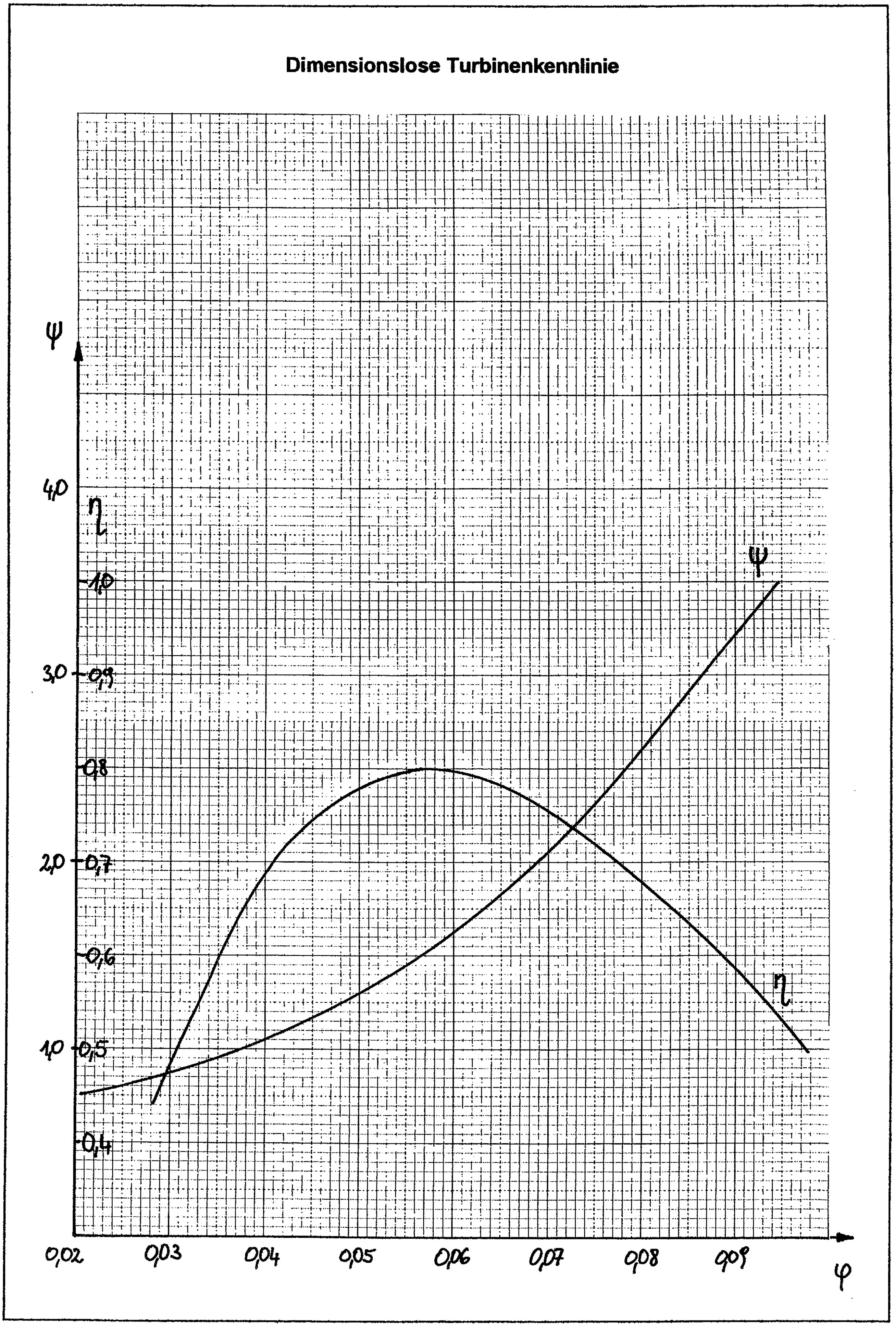
In einer Chemieanlage strömt eine Flüssigkeit mit der Dichte ρ vom Reaktionsbehälter in den Tank. Um die Flüssigkeit vom Behälterdruck p auf Atmosphärendruck im Tank zu entspannen und den gewünschten Durchfluß Q einzuhalten, ist in der Verbindungsleitung eine geeignete Drossel eingebaut.
Zur Energieeinsparung soll die Drossel durch eine Turbine ersetzt werden. Eine dimensionslose Turbinenkennlinie liegt bei. Die Turbinendrehzahl kann durch die Wahl des Abtriebsübersetzungsverhältnisses beliebig angepaßt werden. Leitungs-, Ein- und Austrittsverluste sowie die Geschwindigkeitshöhen in den Behältern können vernachlässigt werden.

Gesucht sind:

1. Betriebspunkt der Turbine.
2. Laufraddurchmesser D_0 und Drehzahl n_0 für optimalen Wirkungsgrad.
3. Der unter 2. gefundene Durchmesser D_0 ist nicht verfügbar. Unter Einhaltung des Betriebspunktes aus 1. soll für eine geometrisch ähnliche Turbine mit dem Laufraddurchmesser D_1 = 261 mm die Drehzahl n_1 und der erreichte Wirkungsgrad η_1 ermittelt werden.
4. Für die unter 3. Ausgelegte Turbine ist die Jahresarbeit A_1 und der daraus resultierende Erlös E_1 zu berechnen.

Angaben:

Q = 57 l/s
ρ = 1000 kg/m^3
p = 4,9 bar (absolut) Die Meßstelle für p befindet sich 6,4 m unterhalb des Flüssigkeitsspiegels im Tank.
Betiebsdauer : 4000 h/Jahr
Erlös : 0,50 öS/kWh
Getriebewirkungsgrad : $\eta_{Getriebe}$ = 0,95 Generatorwirkungsgrad : $\eta_{Generator}$ = 0,9


Dimensionslose Turbinenkennlinie
ψ
η
4,0
1,0
3,0
0,9
0,8
2,0
0,7
0,6
1,0
0,5
0,4
0,02
0,03
0,04
0,05
0,06
0,07
0,08
0,09
φ

Lösung Beispiel 2:

1.) Betriebspunkt :

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{c_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + H$$

$c_1 = 0, \quad c_2 = 0, \quad z_1 = 0$ liefert :

$$H = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g} - z_2 = \frac{(4{,}9 - 1) \cdot 10^5}{1000 \cdot 9{,}81} - 6{,}4 \qquad \rightarrow \quad H = 33{,}36 \text{ m}$$

2.) D_o und n_o für η_{opt} :

Optimalpunkt aus Kennlinie : $\psi_o = 1{,}5$ $\quad \varphi_o = 0{,}0565$ $\quad \eta_o = 0{,}8$

$$\psi_o = \frac{2 \cdot g \cdot H}{u_o^2} \qquad \rightarrow \quad u_o = 20{,}89 \text{ m/s}$$

$$\varphi_o = \frac{4 \cdot Q}{D_o^2 \cdot \pi \cdot u_o} \qquad \rightarrow \quad D_o = 247{,}98 \text{ mm}$$

$$u_o = \frac{D_o \cdot \pi \cdot n_o}{60} \qquad \rightarrow \quad n_o = 1608{,}65 \text{ U/min}$$

3.) n_1 und η_1 :

$$\psi = \frac{2 \cdot g \cdot H}{u^2}, \quad \varphi = \frac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi \cdot u} \qquad \rightarrow \psi = \frac{D^4 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot g \cdot H}{16 \cdot Q^2} \cdot \varphi^2$$

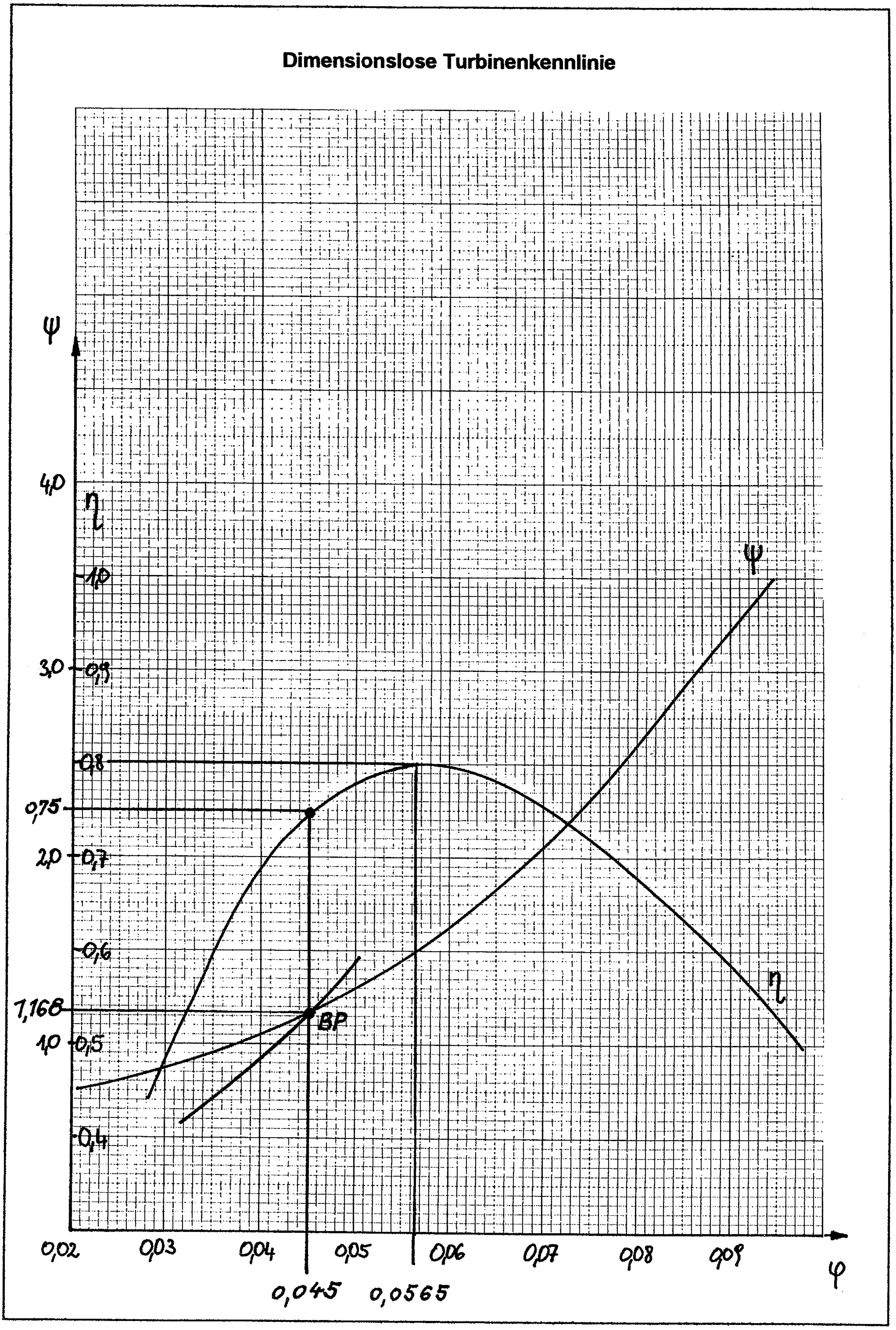
$D = 261$ mm, $H = 33{,}36$ m, $\quad \rightarrow \quad \psi = 576{,}656 \cdot \varphi^2$
φ annehmen, ψ errechnen
Schnitt mit ψ-φ Turbine liefert : $\varphi_1 = 0{,}045$, $\psi_1 = 1{,}168$, $\eta_1 = 0{,}75$

$$u_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{\psi_1}} \qquad \rightarrow \quad u_1 = 23{,}67 \text{ m/s}$$

$$n_1 = \frac{60 \cdot u_1}{D_1 \cdot \pi} \qquad \rightarrow \quad n_1 = 1732 \text{ U/min}$$

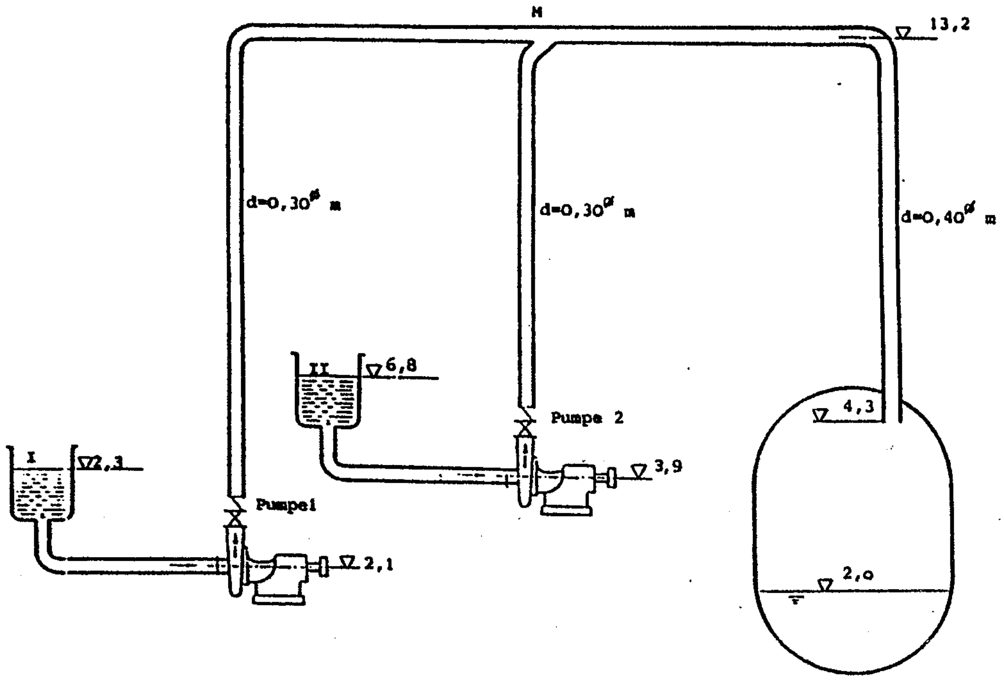
4.) Jahresarbeit und Erlös :

$P_{Tu} = \rho . Q . g : H . \eta_{Tu}$ $\quad \rightarrow P_{Tu} = 13988{,}49$ W
$P_{Anlage} = P_{Tu} \cdot \eta_{Getriebe} \cdot \eta_{Generator}$ $\quad \rightarrow P_{Anlage} = 11960{,}15$ W
Jahresarbeit : $A_1 = P_{Anlage} \cdot t$ $\quad \rightarrow A_1 = 47840{,}61$ kWh
Erlös : $E_1 = A_1 \cdot 0{,}50$ $\quad \rightarrow E_1 = 23920{,}31$ öS


Dimensionslose Turbinenkennlinie
ψ
4,0
η
1,0
3,0
0,9
0,8
0,75
2,0
0,7
0,6
1,168
BP
1,0
0,5
0,4
ψ
η
0,02
0,03
0,04
0,05
0,06
0,07
0,08
0,09
φ
0,045
0,0565

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 19. 6. 1998 Matrikelnummer:

PUMPANLAGE



Zwei Pumpen mit unterschiedlichen Kennlinien (s.Beiblatt) fördern reines Wasser mit einer Temperatur von 20° C in einen Druckkessel. Im Kessel herrscht ein konstant bleibender Überdruck von 12.3 bar. Die Höhenkoten sind in der Systemskizze in [m] eingetragen, die Spiegelhöhen werden konstant gehalten.

Roh rleitungslängen:

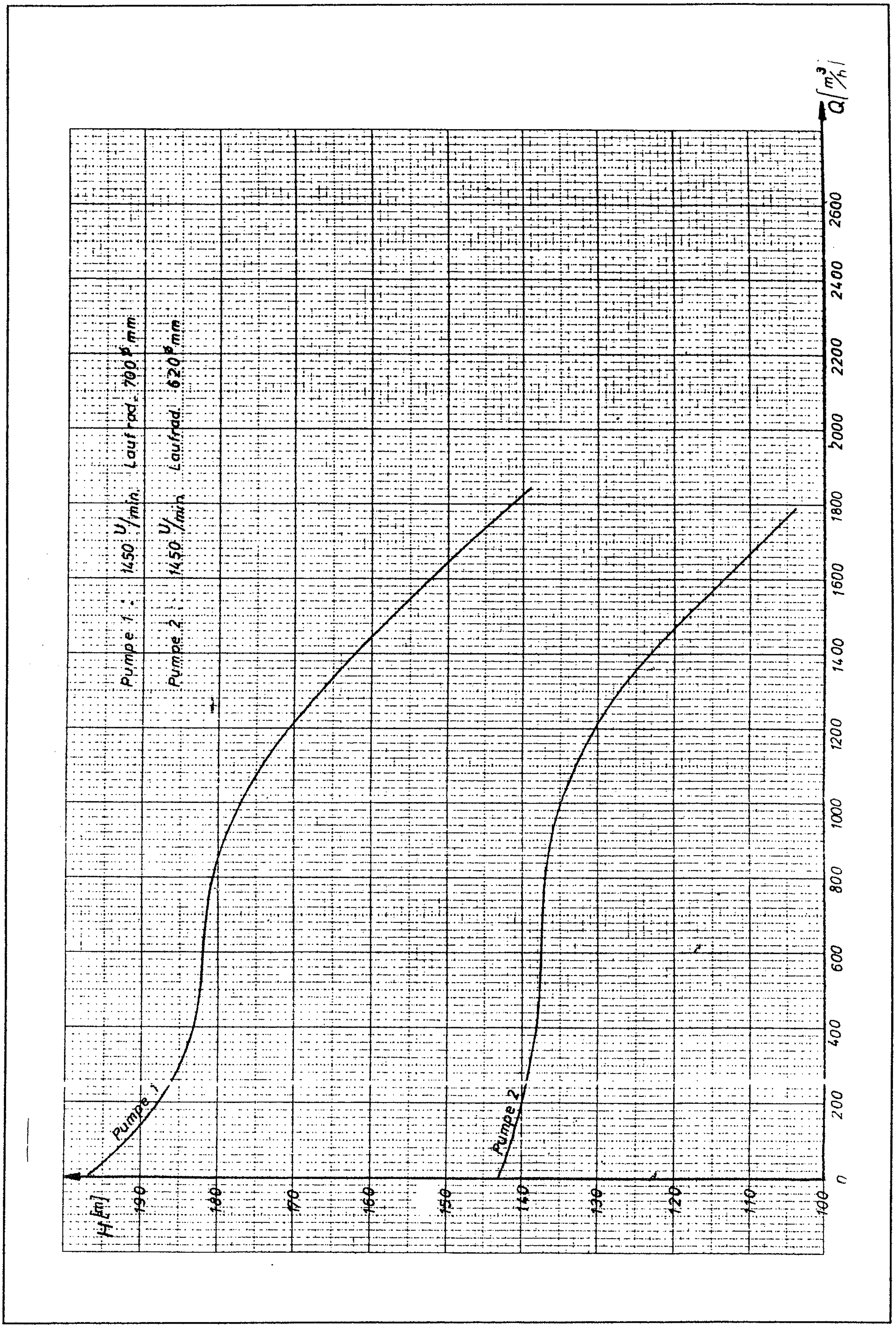
Leitung von Becken I bis zur Mischstelle M	$l_1 = 215.52$ m
Leitung vom Becken II bis zur Mischstelle M	$l_2 = 31.07$ m
Leitung von der Mischstelle M bis zum Kessel	$l_3 = 31.50$ m

Die Durchmesser der Rohrleitungen sind der Skizze zu entnehmen. Die Wandrauhigkeit ist für alle Rohre mit k = 0.86 mm anzusetzen.

Folgende Vereinfachungen sind bei der Berechnung zu treffen:

- Der Eintrittsverlust in die Saugleitung kann infolge günstiger Formgebung vernachlässigt werden.
- Verluste durch Krümmer und Armaturen sind zu vernachlässigen.
- Der Mischverlust an der Stelle M ist nicht zu berücksichtigen.

Gesucht: Die Fördermenge in den Kessel bei gleichzeitigem Betrieb beider Pumpen.


Pumpe 1 : 1450 U/min. Laufrad 700 Ø mm
Pumpe 2 1450 U/min. Laufrad 620 Ø mm
H [m]
Q [m³/h]
Pumpe 1
Pumpe 2

Lösung Beispiel 1:

Lösungsweg:
1) Die Wirkung jeder einzelnen Pumpe an der Stelle M ermitteln
   → „reduzierte" Kennlinien
2) Die beiden „auf M reduzierten" Pumpen parallelschalten
   → Gesamtkennlinie in M
3) Verbraucherkennlinie M bis Kessel
4) Betriebspunkt als Schnittpunkt Gesamtkennlinie - Verbraucherkennlinie

1) Wirkung PU_I in M:

$h_{geod\,I\text{-}M} = 13{,}2 - 2{,}3 = 10{,}9\,m$

$$h_{v\,I\text{-}M} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

Rohrreibungsbeiwert λ :	Annahme $Q = 1000\ m^3/h$	→	$c = 3{,}93\ m/s$
	$Re = c.d / \nu$	→	$Re = 1{,}18 \,.\, 10^6$
	$d/k = 300/0{,}86$	→	$d/k = 349$
	Prandtl - Colebrook	→	$\lambda = 0{,}026$

$$h_{v\,I\text{-}M} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g} \quad \rightarrow \quad h_{vI\text{-}M} = 1{,}47.10^{-5}.Q^2 \qquad Q\,[m^3/h]$$

$H_{PUI\text{-}M} = H_{PUI} - h_{geod\,I\text{-}M} - h_{vI\text{-}M} = H_{PUI} - 10{,}9 - 1{,}47.10^{-5}.Q^2$ ....Kennlinie PU_I in M

Wirkung PU_{II} in M:

$h_{geod\,II\text{-}M} = 13{,}2 - 6{,}8 = 6{,}4\,m$

$h_{vII\text{-}M} = h_{\,vI\text{-}M}.(31{,}07/215{,}52) \quad \rightarrow \quad h_{vII\text{-}M} = 2{,}1195 \,.\, 10^{-6} \,.\, Q^2 \qquad Q\,[m^3/h\,]$

$H_{PUII\text{-}M} = H_{PUII} - 6{,}4 - 2{,}1195.10^{-6}.Q^2$ ....Kennlinie PU_{II} in M

2) Parallelschalten : $\quad Q_{IM} + Q_{IIM} = Q_M \quad \rightarrow \quad PU_I + PU_{II}$ in M

3) Verbraucher M → Kessel : $\quad h_{Verbr} = h_{geod} + h_{Druck} + h_{v\,Austritt} + h_{vR\,M\text{-}Kessel}$

$h_{geod\,M\text{-}Kessel} = 4{,}3 - 13{,}2 = -\,8{,}9\ m$

$h_{Druck} = p/\rho.g = 12{,}3.10^5/1000.9{,}81 = 125{,}38\ m$

$h_{v\,Austritt} = c_a^{\,2}/2.g = 2{,}49.10^{-7}.Q^2$

$h_{v\,Rohr} = \lambda\ (l/d)\ .h_{v\,Austritt}$, da $c_a = c_R$

Rohrreibungsbeiwert λ :	Annahme $Q = 2000\ m^3/h$	→	$c = 4{,}42\ m/s$
	$Re = c.d / \nu$	→	$Re = 1{,}77 \,.\, 10^6$
	$d/k = 400/0{,}86$	→	$d/k = 465$
	Prandtl - Colebrook	→	$\lambda = 0{,}024$

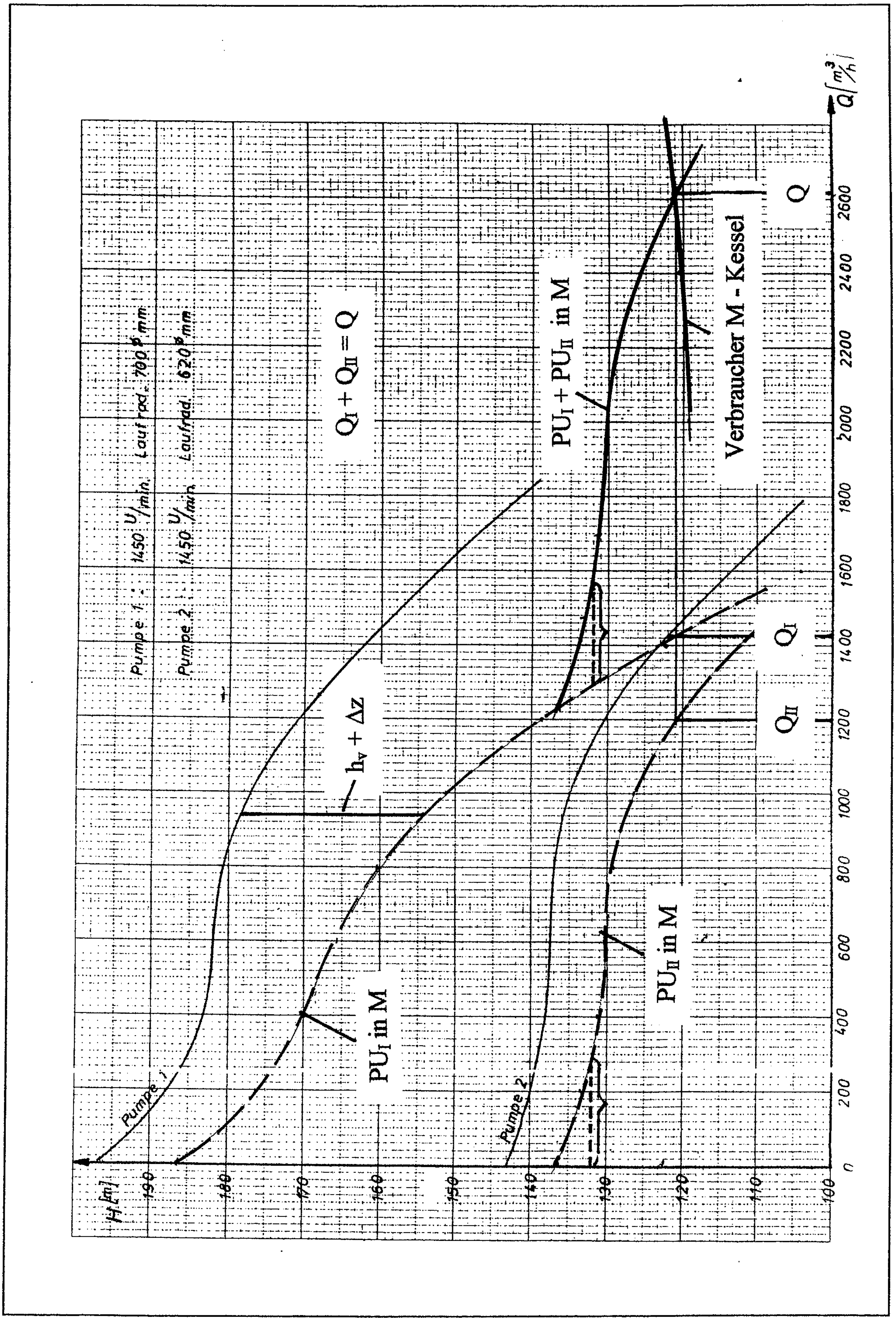
$h_{v\,Rohr} = 4{,}71.10^{-7} \,.\, Q^2$

$h_{v\,Rohr} + h_{v\,Austritt} = 7{,}197 \,.\, 10^{-7}.Q^2$

$h_{Verbr} = -8{,}9 + 125{,}38 + 7{,}197.10^{-7}.Q^2$

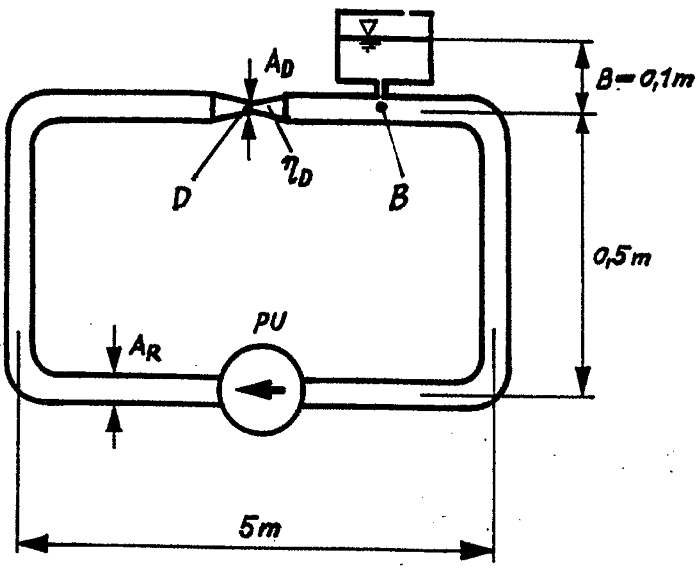
Schnitt Verbraucherkennlinie - Pumpenkennlinie liefert : → $Q = 2600\ m^3/h$

Die Annahmen Q=1000 bzw. Q=2000 m^3/h zur Bestimmung von Re müssen nicht nachkorrigiert werden, da λ im Bereich $\lambda(Re)$ = konst.


Pumpe 1 : 1450 U/min. Laufrad. 700 Ø mm
Pumpe 2 : 1450 U/min. Laufrad. 620 Ø mm
Pumpe 1
Pumpe 2
$Q_I + Q_{II} = Q$
$PU_I + PU_{II}$ in M
Verbraucher M - Kessel
$h_v + \Delta z$
PU_I in M
PU_{II} in M
Q
Q_I
Q_{II}
H [m]
Q [m³/h]
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
1800
2000
2200
2400
2600
100
110
120
130
140
150
160
170
180
190

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 19. 6. 1998 Matrikelnummer:

KLEINPRÜFSTAND



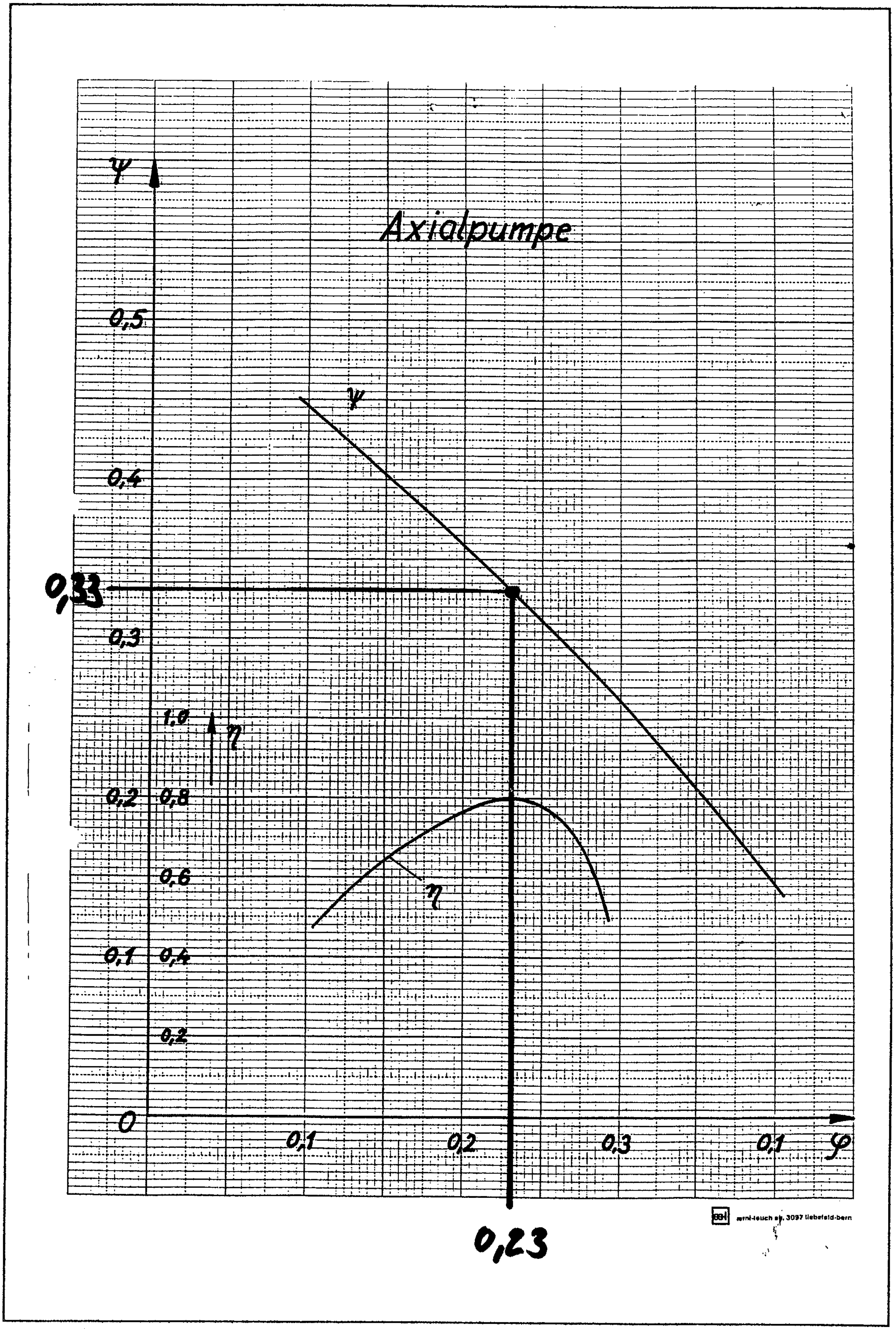
In einem Kleinprüfstand (Standort: Meeresniveau) soll eine Axialpumpe mit Drehzahlregelung zum Einsatz kommen. Die Pumpe soll im Punkt besten Wirkungsgrades Q = 20 l/s fördern. Fördermedium: Wasser, 20°C. Die Hydraulik liegt in Form eines φ - ψ Diagrammes vor. Zur Mengenmessung ist ein Venturirohr vorgesehen.

$A_D = 0{,}00375\ m^2$	engster Querschnitt des Venturirohrs
$A_R = 0{,}0225\ m^2$	größter Querschnitt des Venturirohrs = Leitungsquerschnitt
$\eta_D = 0{,}82$	Gütegrad der Druckumsetzung im Diffusorteil des Venturirohrs
$h_v = 616.Q^2$	Gesamtverlusthöhe [m] der 4 Krümmer. (Q in [m^3/s])

Die Verluste in den geraden Rohrleitungsteilen, im Düsenteil des Venturirohres und in den Übergangsstücken sind vernachlässigbar klein.

Weitere Angaben sind der Skizze zu entnehmen.

Gesucht ist : 1) Förderhöhe der Pumpe im Auslegepunkt
2) Drehzahl n, Laufraddurchmesser D der Pumpe
3) Ab welcher Drehzahl ist Kavitation im Venturirohr zu erwarten ?


Axialpumpe
ψ
0,5
0,4
0,33
0,3
0,2
0,1
0
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
η
0,1
0,2
0,3
0,4
φ
0,23

Lösung Beispiel 2 :

1.) Förderhöhe :

Diffusor: $$h_{vD} = (1-\eta_D)\frac{(c_D{}^2 - c_R{}^2)}{2g}$$

$$h_{vD} = (1-\eta_D)\frac{(5{,}333^2 - 0{,}889^2)}{19{,}62} = 0{,}254 \text{ m}$$

Krümmer: $h_{vK} = 616.Q^2 = 616.0{,}02^2 = 0{,}246 \text{ m}$

$\rightarrow \quad H_{pumpe} = 0{,}254 + 0{,}246 = 0{,}5 \text{ m}$

2.) Drehzahl und Laufraddurchmesser :

Bestpunkt : $\varphi = 0{,}23 \text{ , } \psi = 0{,}325$

$$n_q = 157{,}8 \cdot \frac{\varphi^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}} = 175{,}8$$

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \quad \rightarrow \quad n_{opt} = 739{,}2 \text{ U/min}$$

Laufraddurchmesser z. B. aus :

$$\psi = \frac{2gH}{u^2} = 0{,}325 \quad \rightarrow \quad u = 5{,}494 \text{ m/s}$$

$$u = \frac{D\pi n}{60} \quad \rightarrow \quad D = 0{,}142 \text{ m}$$

3.) Kavitation : Punkt D, Punkt B, siehe Skizze Angabe

$$\frac{p_D}{\rho g} + \frac{c_D{}^2}{2g} + z_D = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{c_B{}^2}{2g} + z_B + (1-\eta_D)\cdot\frac{c_D{}^2 - c_B{}^2}{2g}$$

Kavitation in D, wenn $\frac{p_D}{\rho g} = h_{Dampf}$, wobei $h_{Dampf}(20° \text{ C}) = 0.24 \text{ m}$

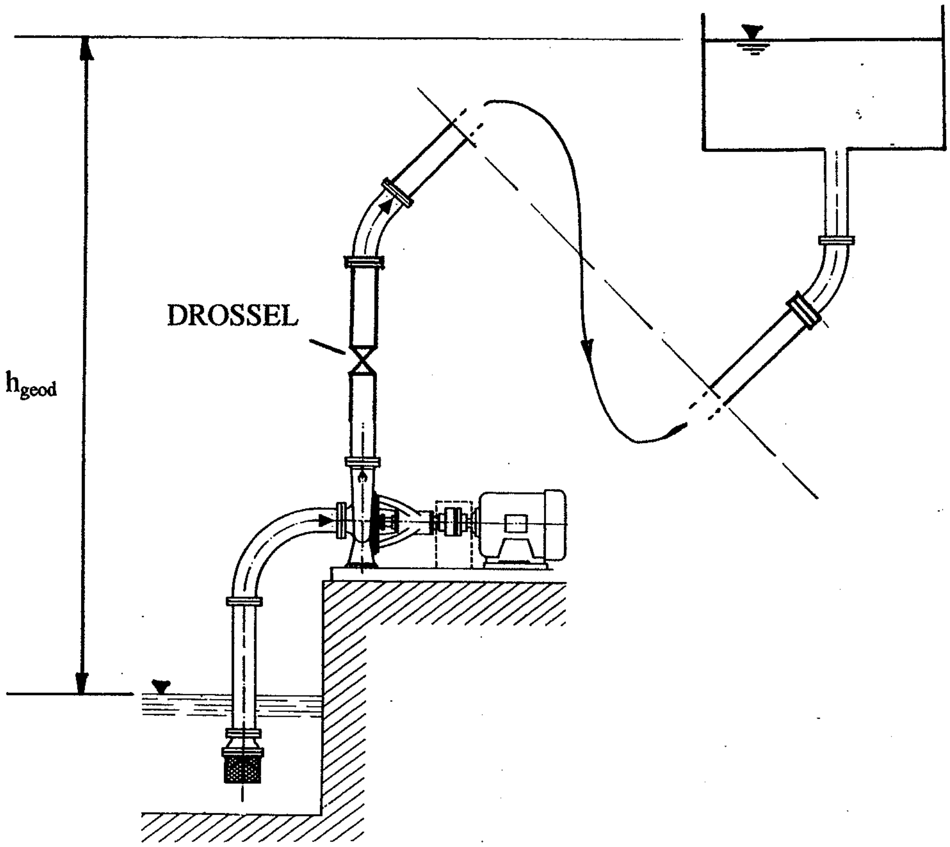
$h_{at}(\text{Meeresniveau}) = 10{,}326 \text{ m}$

mit $z_B = z_D$, $\frac{p_B}{\rho g} = h_{at} + B$, wird : $Q = \sqrt{\dfrac{2g(h_{at} - h_D + B)}{\eta_D(\frac{1}{A_D{}^2} - \frac{1}{A_R{}^2})}} \rightarrow Q_{Kav} = 0{,}0594 \text{ m}^3/\text{s}$

$$\frac{Q_{Kav}}{Q_{opt}} = \frac{n_{Kav}}{n_{opt}} \quad \rightarrow \quad n_{Kav} = 2194{,}45 \text{ U/min}$$

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

PUMPENDROSSELUNG



Gegeben ist ein Pumpendiagramm in Industriedarstellung mit einem Laufraddurchmesser von D=615mm. Das Fördermedium ist Wasser. An die Pumpe ist ein Verbraucher angeschlossen, dessen Kennlinie sich aus folgenden Daten ergibt:

Geodätische Förderhöhe $h_{geod} = 100m$

Verluste (Rohrleitung) $h_{V,reib}$ in [Meter-Flüssigkeitssäule]

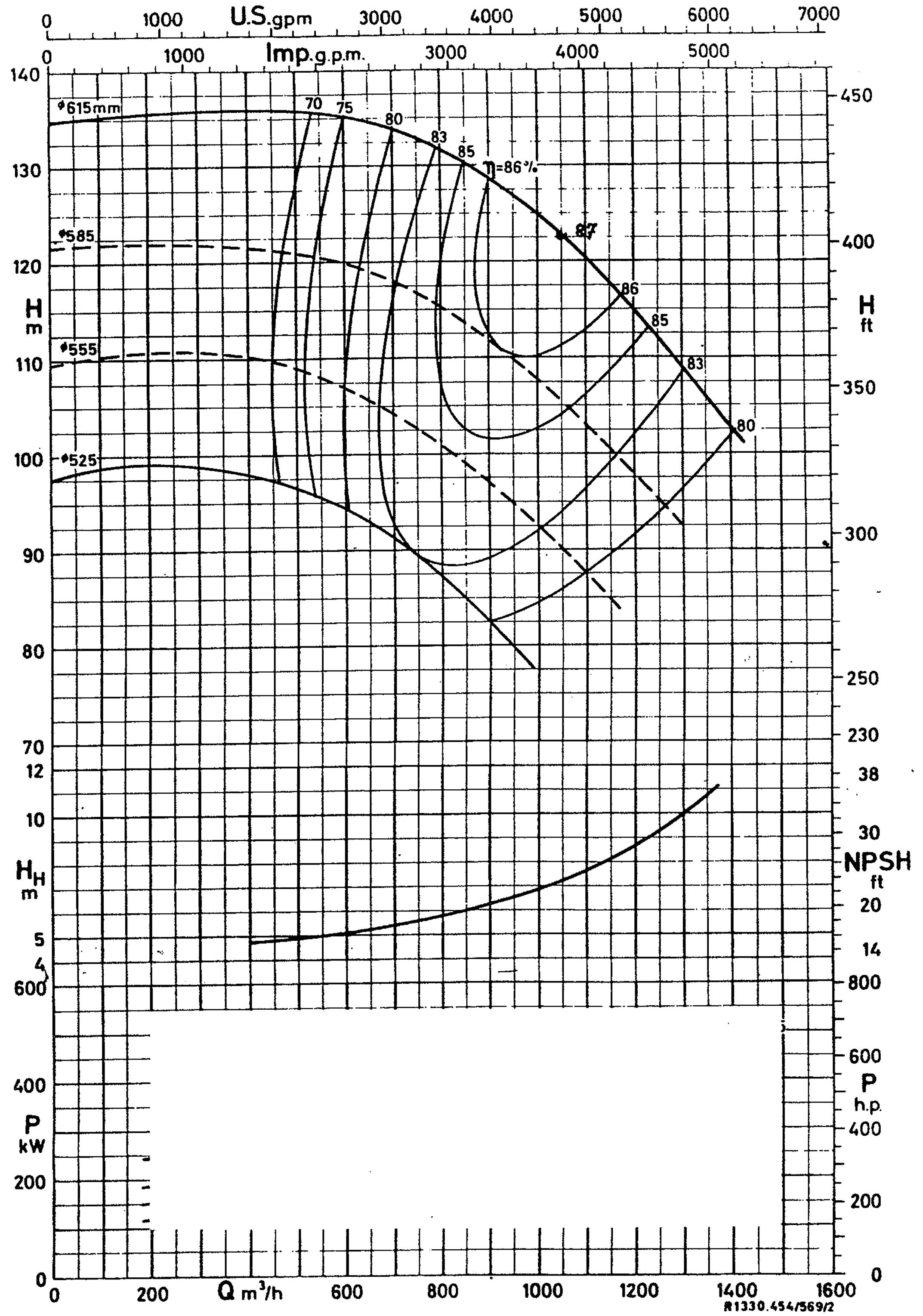
$$h_{V,reib} = 264{,}49 \cdot Q^2$$

Volumenstrom Q ist in [m^3/s] einzusetzen.

1. Gesucht ist der resultierende Betriebspunkt der Pumpe (Volumenstrom Q, Förderhöhe H, Wirkungsgrad η, Drehzahl n).
2. Die aus obigen Daten ermittelte Fördermenge der Pumpe soll mit Hilfe einer in die Rohrleitung eingebauten Drossel auf 80% reduziert werden. Wie sind die <u>neuen</u> Pumpendaten des <u>neuen</u> Betriebspunktes (Volumenstrom Q, Förderhöhe H, Wirkungsgrad η, Drehzahl n) ?
3. Wie groß ist der Wirkungsgrad der Anlage (Pumpe, Drossel, Rohrleitung) bei 100% Fördermenge und bei auf 80% reduzierten Fördermenge?
4. Welcher Wirkungsgrad der Anlage (Pumpe, Rohrleitung) ist zu erreichen, wenn anstelle der Drosselregulierung auf 80% die verminderte Fördermenge durch Abdrehen des Laufrades erreicht werden soll?

HEN 250-620

1450 U/min - RPM - tr/mn - r.p.m.



52 Laufrad Breite Impeller Width Roue Largeur Rodete Anchura 615 525 mm Ø 36 mm

KSB R 1330.454/569/2

Lösung Beispiel 1 :

1.) Betriebspunkt

$H = H_{geod} + h_{V\,Reib} = 100 + 264{,}49 \cdot Q^2$

Q annehmen, H berechnen → Verbraucherkennlinie

Schnitt mit Pumpenkennlinie liefert Betriebspkt. BP

$Q = 1050\ m^3/h$, $H = 122{,}5\ m$, $\eta = 0{,}87$, $n = 1450\ U/min$

$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta}$ → $P = 402{,}9\ kW$

2.) Drosselregelung

$Q' = 0{,}8 \cdot Q = 0{,}8 \cdot 1050 = 840\ m^3/h$

Schnittpkt. $Q' = 840\ m^3/h$ mit Pumpenkennlinie liefert Betriebspkt. BP'

$Q' = 840\ m^3/h$, $H' = 131\ m$, $\eta' = 0{,}844$

$P' = \frac{\rho \cdot g \cdot Q' \cdot H'}{\eta'}$ → $P' = 355{,}06\ kW$

3.) Anlagewirkungsgrad

100 % : $\eta_{Anl} = \eta_{PU} \cdot \frac{H_{geod}}{H} = 0{,}87 \cdot \frac{100}{122{,}5} = 0{,}71$

80 % $\eta'_{Anl} = \eta'_{PU} \cdot \frac{H_{geod}}{H'} = 0{,}844 \cdot \frac{100}{131} = 0{,}644$

4.) Abdrehen des Laufrades

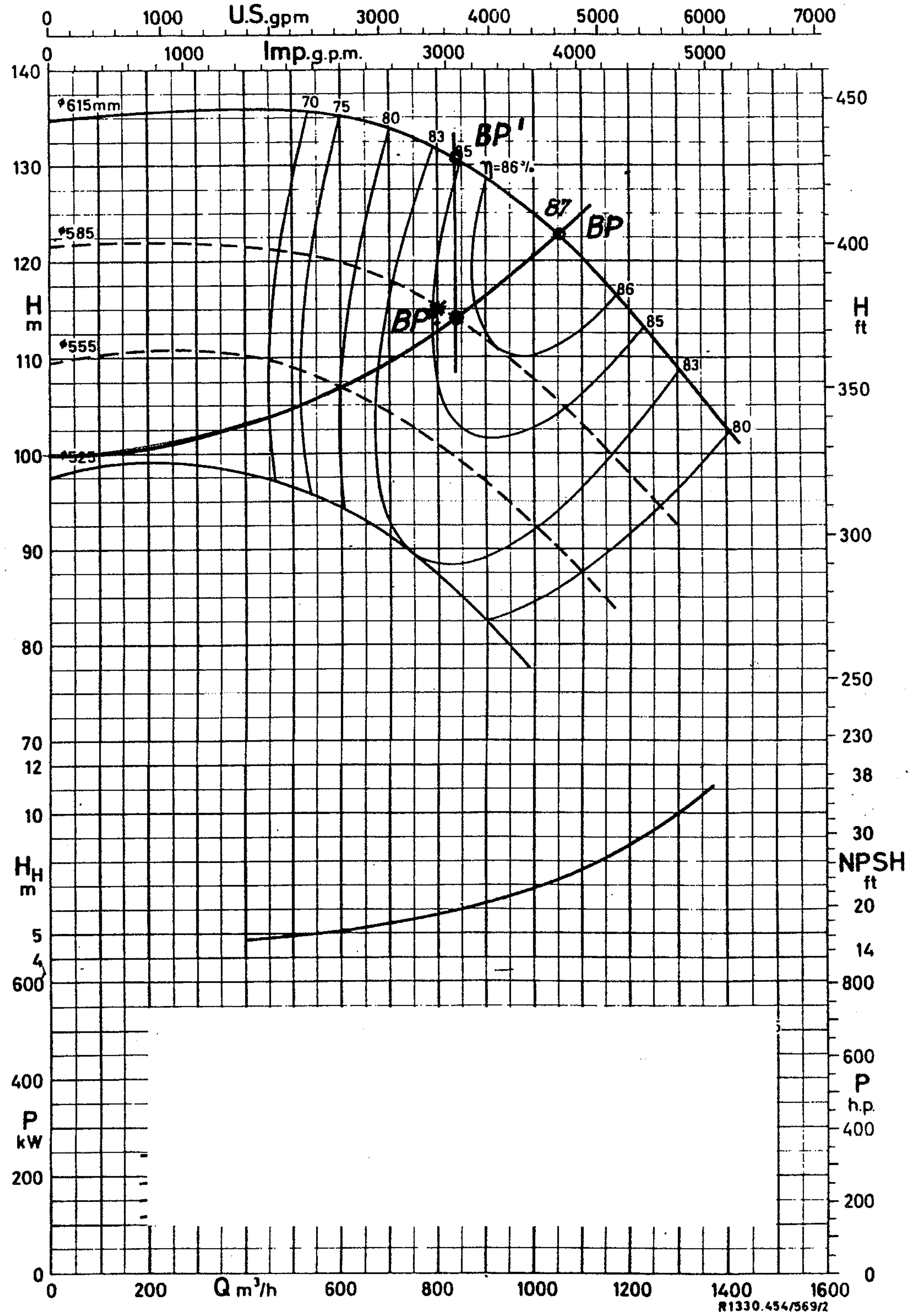
$Q = 840\ m^3/h$

$H^* = 100 + 264{,}49 \cdot Q^2$ → $H^* = 114{,}4\ m$

Laufrad abdrehen auf 585 mm → $\eta^* = 0{,}855$

$\eta^*_{Anl} = 0{,}855 \cdot \frac{100}{114{,}4} = 0{,}747$

HEN 250-620 1450 U/min - RPM - tr/mn - r.p.m.

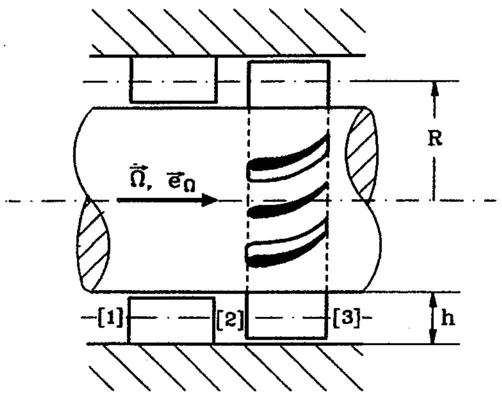


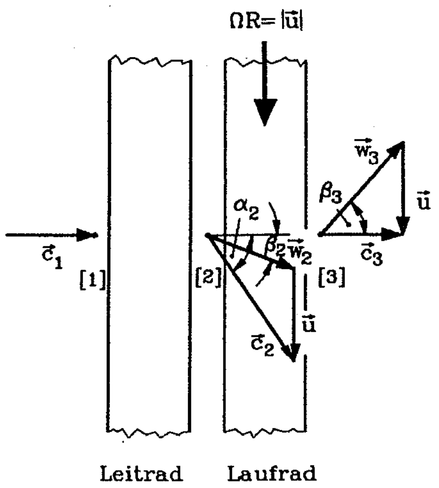
52 Laufrad Breite | Impeller Width | Roue Largeur | Rodete Anchura | 615 525 mm Ø 36 mm

KSB R 1330.454/569/2

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

STRÖMUNGSWINKEL einer ROHRTURBINE





Die Axialstufe einer Rohrturbine besteht aus einem mit dem Gehäuse verbundenen Leitrad und einem rotierendem Laufrad. Der Massenstrom durch die Turbine ist $\dot{m}$, die Maschinendrehfrequenz n, die Leistung der betrachteten Stufe P, die Dichte ρ ist konstant. Da die Schaufelhöhe h sehr viel kleiner ist als der mittlere Schaufelradius R, kann die Geometrie des Gitters abgewickelt werden. Ferner wird angenommen, daß die Geschwindigkeiten über den Strömungsquerschnitt konstant sind.

Gegeben: $\dot{m}$, n, P, ρ, h, R,

1. Berechnen Sie den Laufradzuströmwinkel α_2.
2. Wie groß ist der Winkel β_2 zwischen der Relativgeschwindigkeit $\vec{w}_2$ und der Axialrichtung?
3. Unter welchem Winkel β_3 erfolgt im laufradfesten Bezugssystem die Abströmung vom Laufrad?
4. Skizzieren Sie die Leit- und Laufradschaufeln für den Fall, daß die Zuströmung jeweils tangential zur Skelettlinie ist (stoßfreie Zuströmung).

Lösung Beispiel 2 :

1.) Laufradzuströmwinkel α_2

$M_{Fl} = \dot{m} \cdot (r_a \cdot c_{ua} - r_e \cdot c_{ue})$ — Moment auf Flüssigkeitskörper

$M_{Fl} = \dot{m} \cdot (r_3 \cdot c_{u3} - r_2 \cdot c_{u2})$ — $r_2 = r_3 = R,\ c_{u3} = 0$

$M_{Fl} = -\dot{m} \cdot R \cdot c_{u2}$

$M = -M_{Fl}$ — Moment auf Schaufeln :

$M = \dot{m} \cdot R \cdot c_{u2}$

$M = \rho \cdot Q \cdot R \cdot c_{u2}$

$P = M \cdot \Omega$ $\qquad \Omega = 2 \cdot \pi \cdot n$ $\qquad$ wobei n [U/sec]

$P = \rho \cdot Q \cdot R \cdot c_{u2} \cdot \Omega$

$$c_{u2} = \frac{P}{\rho \cdot Q \cdot R \cdot \Omega} \qquad c_m = \frac{Q}{2 \cdot R \cdot \pi \cdot h}$$

$$\tan\alpha_2 = \frac{c_{u2}}{c_m} = \frac{P \cdot h}{\rho \cdot Q^2 \cdot n} = \frac{\rho \cdot P \cdot h}{\dot{m}^2 \cdot n}$$

2.) Schaufelwinkel ß$_2$

$$\tan\beta_2 = \frac{w_{u2}}{c_m}$$

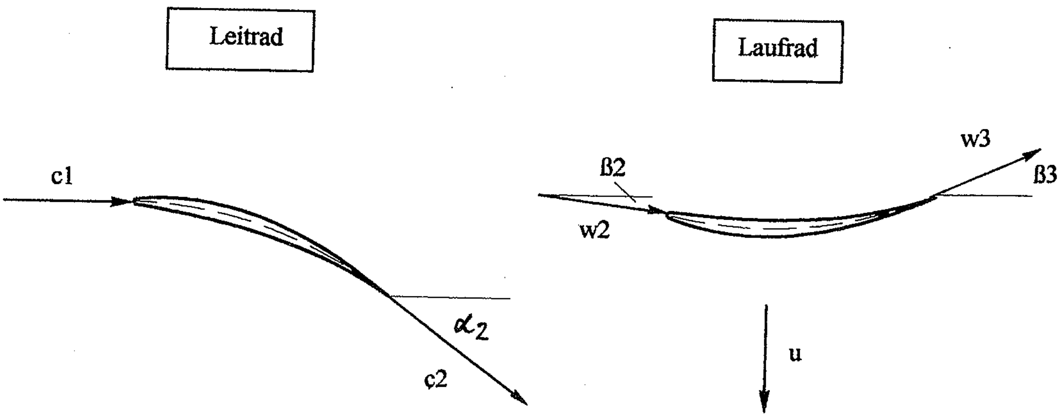
$$w_{u2} = c_{u2} - R \cdot \Omega \qquad c_{u2} = \frac{P}{\dot{m} \cdot R \cdot \Omega} \qquad \Omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$\tan\beta_2 = \tan\alpha_2 - \frac{\rho \cdot (2 \cdot R \cdot \pi)^2 \cdot n \cdot h}{\dot{m}}$$

3.) Schaufelwinkel ß$_3$

$$\tan\beta_3 = \frac{R \cdot \Omega}{c_m} = \frac{\rho \cdot (2 \cdot R \cdot \pi)^2 \cdot n \cdot h}{\dot{m}}$$

4.) Skizze Leit - Laufschaufeln



I N S T I T U T F Ü R HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	N a m e :
	D a t u m : 1 3 . N o v . 1 9 9 8
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

1. Beispiel: MODELLVERSUCH

Eine **Wasserturbine** wurde für den Auslegungspunkt: $Q_P = 70\ m^3/s$, $H_P = 100\ m$

mit dem Laufraddurchmesser und der Drehzahl: $D_P = 3{,}0\ m$, $n_P = 214\ U/min$ entworfen.

Es soll ein Modell angefertigt und ein **Modellversuch** durchgeführt werden. Dabei sind einerseits die folgenden Mindestdaten einzuhalten: $D_M \geq 0{,}25\ m$, $H_M \geq 2\ m$, $Re_M \geq 2{,}5 \cdot 10^6$;

andererseits muß der Arbeitspunkt des Modells im Betriebsbereich des Prüfstandes liegen:
$Q_{max} = 0{,}3\ m^3/s$, $H_{max} = 20\ m$, $P_{max} = 60\ kW$,
$200 \leq n \leq 2000\ U/min$.

Die Wassertemperaturen betragen: für die Großausführung 10 °C
für den Modellversuch 20 °C

Index P für Prototyp = Großausführung, Index M für Modell.

$$\boxed{Re = \frac{D\sqrt{2gH}}{\nu}}$$

Konzipieren Sie eine Modellmaschine und die Versuchsdaten.

Gesucht:

1. Laufraddurchmesser D_M, sowie Durchfluß Q_M, Fallhöhe H_M, Drehzahl n_M, Leistung P_M und Reynoldszahl Re_M für den Auslegungspunkt im Modellversuch unter Einhaltung der angegebenen Mindestdaten und der Prüfstandsgrenzen.

Beim Modellversuch wird im Auslegungspunkt der Wirkungsgrad $\eta_M = 0{,}90$ gemessen.

2. Wirkungsgrad η_P‘ und Wellenleistung P_P‘ der Großausführung, wenn keine Aufwertung des Wirkungsgrades vorgenommen wird.

3. Wirkungsgrad η_P und Wellenleistung P_P der Großausführung, wenn eine Aufwertung des Wirkungsgrades nach Ackeret erfolgt.

4. Leistung P_M, Fallhöhe H_M und Drehzahl n_M des unter 1. festgelegten Modells (Durchmesser D_M), falls der Modellversuch unter Einhaltung ähnlicher Reibungsverhältnisse zur Großausführung gefahren wird. Kommentieren Sie die Ergebnisse.

Lösung Beispiel 1 :

1.) D_M , Q_M , H_M , n_M, P_M , Re_M

gewählt : $D_M = 0{,}3$ m $\qquad D_M > 0{,}25$ m

$H_M = 10$ m $\qquad 2\text{m} < H_M < 20$ m

$$Re_M = \frac{D_M \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_M}}{\nu_M} \rightarrow Re_M = 4{,}20 \cdot 10^6 \qquad Re_M \geq 2{,}5 \cdot 10^6$$

$$\frac{H_M}{H_P} = \left(\frac{D_M}{D_P}\right)^2 \cdot \left(\frac{n_M}{n_P}\right)^2 \rightarrow n_M = 676{,}7 \text{ U/min} \qquad 200 \leq n_M \leq 2000 \text{ U/min}$$

$$\frac{Q_M}{Q_P} = \frac{n_M}{n_P} \cdot \left(\frac{D_M}{D_P}\right)^3 \rightarrow Q_M = 0{,}221 \text{ m}^3/\text{sec} \qquad Q_M \leq 0{,}3 \text{ m}^3/\text{sec}$$

$$P_M = Q_M \cdot H_M \cdot \rho_M \cdot g \cdot \eta_M \rightarrow P_M = 19{,}5 \text{ kW} \qquad P_M \leq 60 \text{ kW}$$

2.) Wirkungsgrad, Wellenleistung der Großausführung (ohne Aufwertung)

$\eta_P' = \eta_M = 0{,}9$

$P_P' = Q_P \,.\, H_P \,.\, \rho_P \,.\, g \,.\, \eta_P = 61{,}8$ MW

3.) Wirkungsgrad, Wellenleistung der Großausführung (mit Aufwertung)

$$\frac{1-\eta_P}{1-\eta_M} = 0{,}5 + 0{,}5 \cdot \left(\frac{Re_P}{Re_M}\right)^{-0{,}2} \qquad Re_P = \frac{D_P \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_P}}{\nu_P} = 1{,}01 \cdot 10^8$$

$\rightarrow \quad \eta_P = 0{,}924$

$$\rightarrow \quad P_P = P_P' \cdot \frac{\eta_P}{\eta_P'} = 63{,}4 \text{ MW}$$

4.) Reibungsähnlichkeit : $Re_M = Re_P$

$$\frac{D_M \cdot \sqrt{H_M}}{\nu_M} = \frac{D_P \cdot \sqrt{H_P}}{\nu_P} \rightarrow H_M = H_P \cdot \left(\frac{D_P}{D_M}\right)^2 \cdot \left(\frac{\nu_M}{\nu_P}\right)^2$$

$\rightarrow \quad H_M = 5827$ m

$$n_M = n_P \cdot \frac{D_P}{D_M} \cdot \sqrt{\frac{H_M}{H_P}} \rightarrow n_M = 16336 \text{ U/min}$$

$$\frac{P_M}{P_P} = \left(\frac{n_M}{n_P}\right)^3 \cdot \left(\frac{D_M}{D_P}\right)^5 \cdot \frac{\rho_M}{\rho_P} \rightarrow \frac{P_M}{P_P} = 4{,}44$$

$\eta_M = \eta_P = 0{,}924$ Wegen Reibungsähnlichkeit aufgewerteter Modellwirkungsgrad

$P_M = 4{,}44 \,.\, P_P = 281{,}5$ MW

Kommentar : Reibungsähnlichkeit ($Re_M = Re_P$) kann **nicht** gefahren werden !

$\left.\begin{array}{l}\text{Festigkeit}\\ \text{Leistung}\end{array}\right\}$ nicht realisierbar

Prüfstandsgrenzen weit überschritten

Daher Verzicht auf Re - Ähnlichkeit.
Aber gleicher Strömungscharakter in Modell und Prototyp (turbulente Strömung) durch Vorschrift $Re_M \geq 2{,}5 \,.\, 10^6$

Aufwertung des Modellwirkungsgrades auf die Großausführung.

I N S T I T U T F Ü R
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg

Name:

Datum: 13.Nov.1998

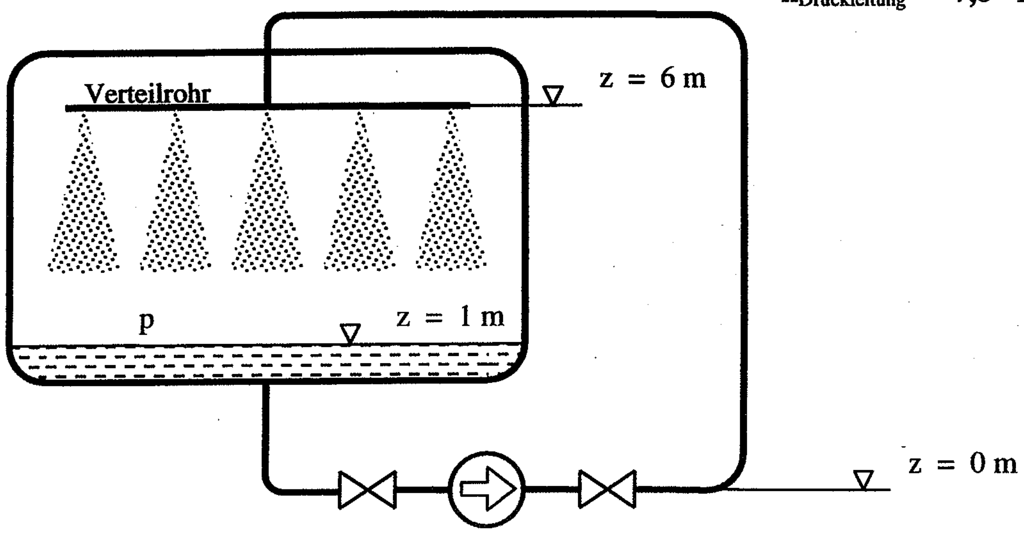
Matrikelnummer:

2. Beispiel: WASCHANLAGE

In der dargestellten Waschanlage saugt die Pumpe Heißwasser vom Behälterboden an und fördert es in das Verteilrohr. Von dort strömt das Wasser durch Düsen wieder in den Waschbehälter aus. Die Geschwindigkeitshöhe des durch die Düsen austretenden Wasserstrahles ist im angegebenen Verlustbeiwert der Druckleitung enthalten. Im Waschbehälter herrscht Atmosphärendruck $p = p_{at} = 1$ bar. Das Wasser hat eine Temperatur von 60°C.

Die Verluste in Saug und Druckleitung betragen:

$$h_V\,[\mathrm{m}] = k \cdot Q^2, \quad Q \text{ in } [\mathrm{m^3/h}]$$
$$k_{Saugleitung} = 3 \cdot 10^{-4}$$
$$k_{Druckleitung} = 7{,}8 \cdot 10^{-4}\,.$$



Die Kavitationsgefährdung der Pumpe ist mit dem Kriterium 3% Förderhöhenabfall zu beurteilen.

Gesucht:

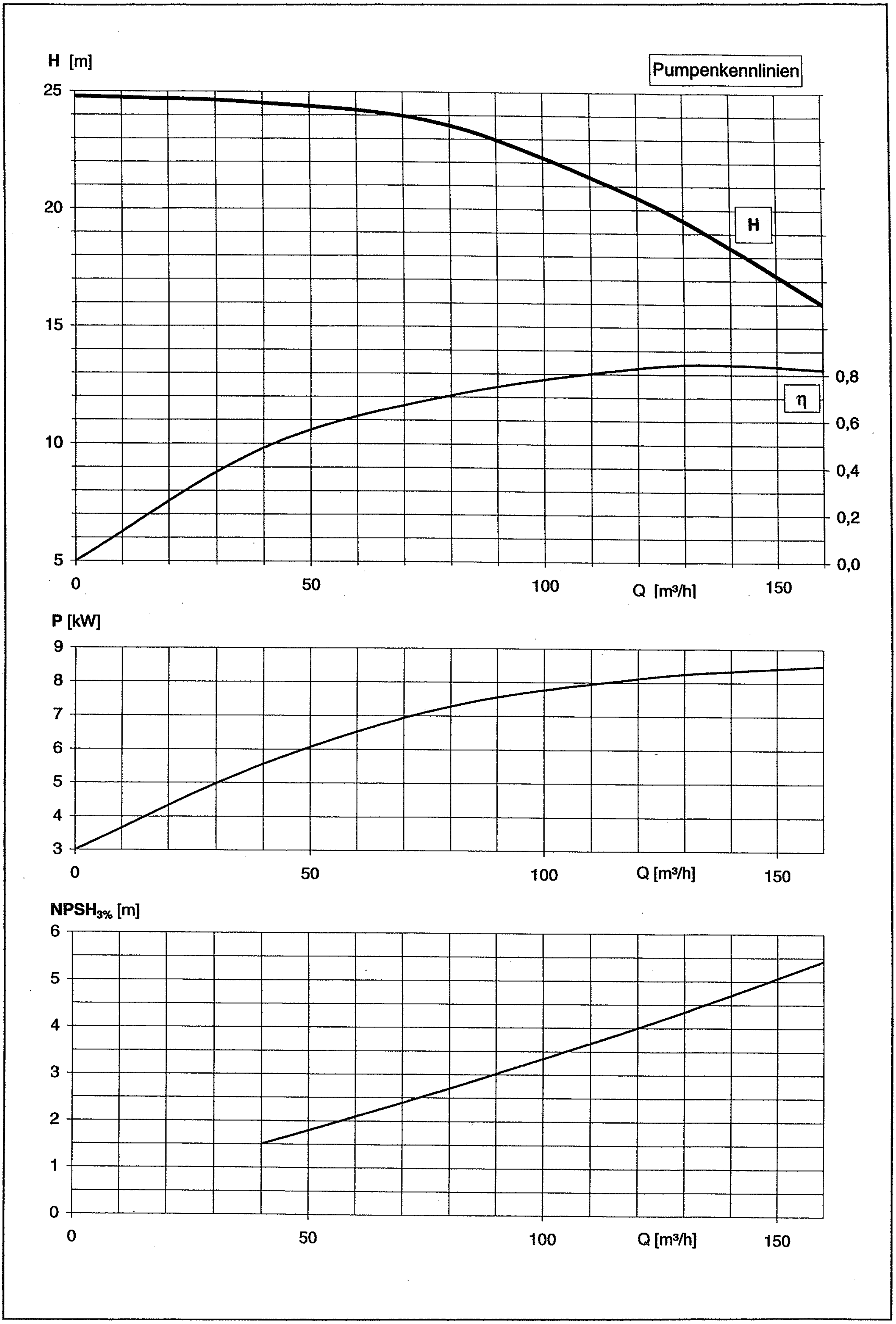
1. Es ist zu prüfen, ob die Pumpe im Betriebspunkt kavitationsgefährdet ist.

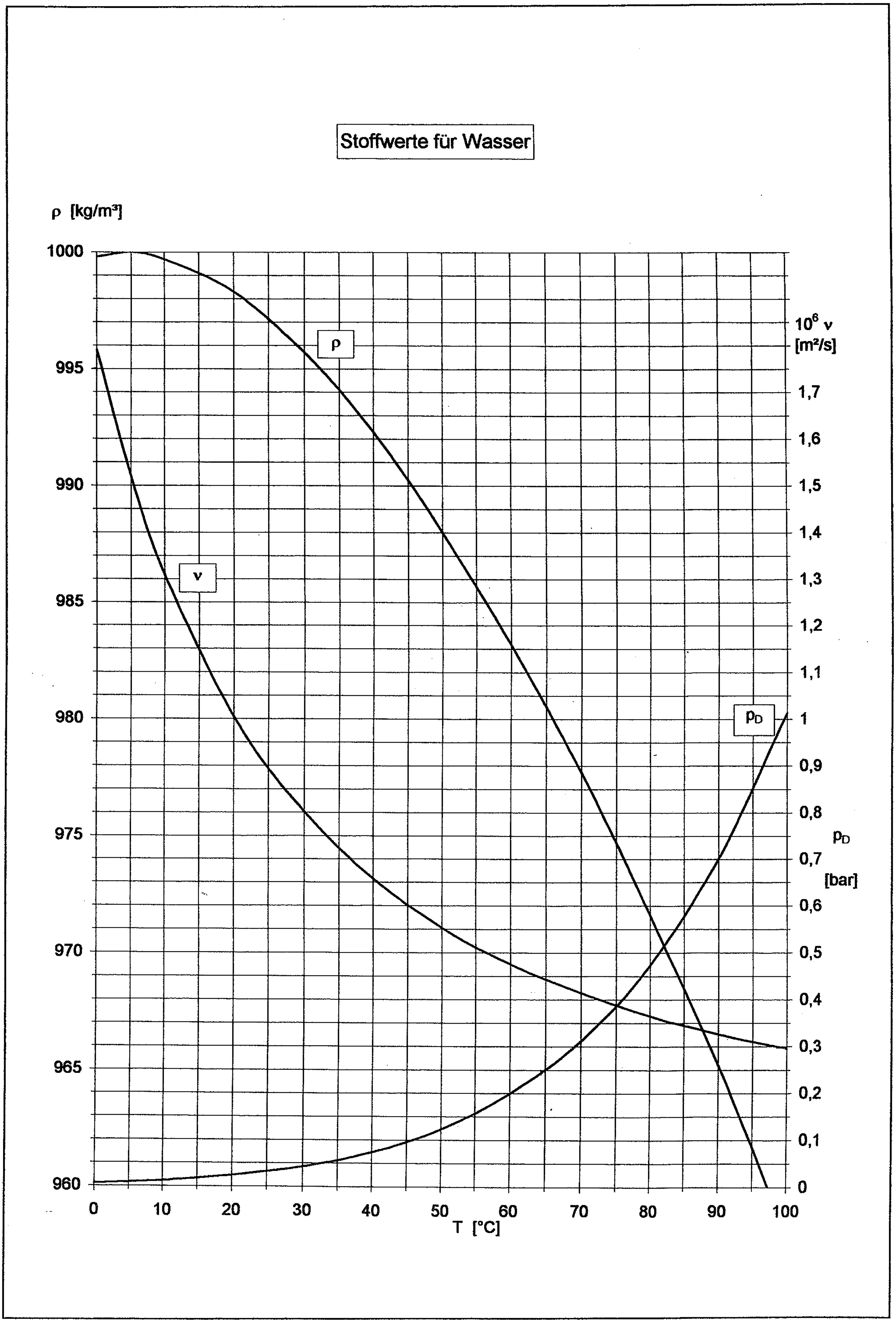
2. Welche Wassertemperatur ist maximal möglich, ohne die Pumpe durch Kavitation zu gefährden. Dabei ist ein Sicherheitsabstand von 0,5 m zur zulässigen Saughöhe der Pumpe einzuhalten.

Die Wassertemperatur soll auf 80°C erhöht werden. Die folgenden Maßnahmen sind dahingehend zu untersuchen, ob bzw. unter welchen Umständen die Pumpe mit 0,5 m Sicherheit gegenüber der zulässigen Saughöhe betrieben werden kann.

3. Veränderung des Behälterdruckes.

4. Reduktion der saugseitigen Verluste: $k_{Saugleitung} = 1 \cdot 10^{-4}$.


H [m]
Pumpenkennlinien
25
20
15
10
5
H
η
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
0
50
100
Q [m³/h]
150
P [kW]
9
8
7
6
5
4
3
0
50
100
Q [m³/h]
150
NPSH3% [m]
6
5
4
3
2
1
0
0
50
100
Q [m³/h]
150



Stoffwerte für Wasser
ρ [kg/m³]
1000
995
990
985
980
975
970
965
960
10^6 ν
[m²/s]
1,7
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
p_D
[bar]
ρ
ν
p_D
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
T [°C]

Lösung Beispiel 2 :

1.) Betriebspunkt

$H_{PU} = H_{VERBRAUCHER}$

$H_{VERBR} = z_{OW} - z_{UW} + \sum hv$ $\quad$ ($p_{OW} = p_{UW} = p_{at}$)

$H_{VERBR} = 5 + 10{,}8 \,.\, 10^{-4} \,.\, Q2$ $\quad$ (Q in m^3 / h)

Q annehmen, H_{VERBR} berechnen
Schnitt mit Pumpenkennlinie ergibt : Q = 120 m^3 / h, $\quad$ H = 20,6 m

$NPSH_{PUMPE} = 4{,}0$ m $\quad$ (Pumpenkennlinie $NPSH_{3\%}$)

Kriterium für kavitationssicheren Betrieb :

$$NPSH_{ANLAGE} \geq NPSH_{PUMPE}$$

$$NPSH_{ANLAGE} = \frac{p_{tot,s} - p_D}{\rho \cdot g} = \frac{p_{UW} - p_D}{\rho \cdot g} + \frac{c_{UW}{}^2}{2 \cdot g} + z_{UW} - z_{PU} - k_S \cdot Q^2$$

$c_{UW} = 0$, $\quad$ T = 60°C, $\quad$ $p_D = 0{,}2$ bar, $\quad$ $\rho = 983$ kg/m^3

$$NPSH_{ANLAGE} = \frac{(1-0{,}2)\cdot 10^5}{983 \cdot 9{,}81} + 1 - 0 - 3 \cdot 10^{-4} \cdot 120^2 \rightarrow NPSH_{ANLAGE} = 4{,}98 \text{ m}$$

$$NPSH_{ANLAGE} = 4{,}98 \text{ m} \quad > \quad NPSH_{PUMPE} = 4{,}0 \text{ m}$$

$\rightarrow$ **Pumpe ist nicht kavitationsgefährdet**

2.) Maximale Wassertemperatur

$NPSH_{ANLAGE} = NPSH_{PUMPE} + 0{,}5$ m $\quad$ (0,5 m Sicherheitsabstand)

$$\frac{(1 - p_D(T)) \cdot 10^5}{\rho(T) \cdot 9{,}81} + 1 - 4{,}32 = 4{,}5 \text{ m}$$

1.Annahme : ρ = konst. = 983 kg/m^3 $\quad \rightarrow$ $p_D = 0{,}246$ bar $\quad \rightarrow$ $T_{max} = 64$°C
ρ - Korrektur : $\rho_{64°C} = 980{,}7$ kg/m^3 $\quad \rightarrow$ $p_D = 0{,}248$ bar $\quad \rightarrow$ $T_{max} = 65$°C

3.) Veränderung des Behälterdruckes

$NPSH_{ANLAGE,\, erforderlich} = NPSH_{PUMPE} + 0{,}5$ m
T = 80°C $\quad \rightarrow$ $p_D = 0{,}475$ bar , $\quad$ $\rho = 971{,}5$ kg/m^3

$$\frac{(p-0{,}475)\cdot 10^5}{971{,}5\cdot 9{,}81}+1-4{,}32=4{,}5 \qquad \rightarrow \qquad p_{\text{erforderlich}}=1{,}22\ \text{bar}$$

erforderlicher Behälterdruck, um die Pumpe mit 0,5 m Sicherheit über der $NPSH_{3\%}$ - Grenze betreiben zu können.

4.) Reduktion der saugseitigen Verluste ($k_S = 1 . 10^{-4}$)

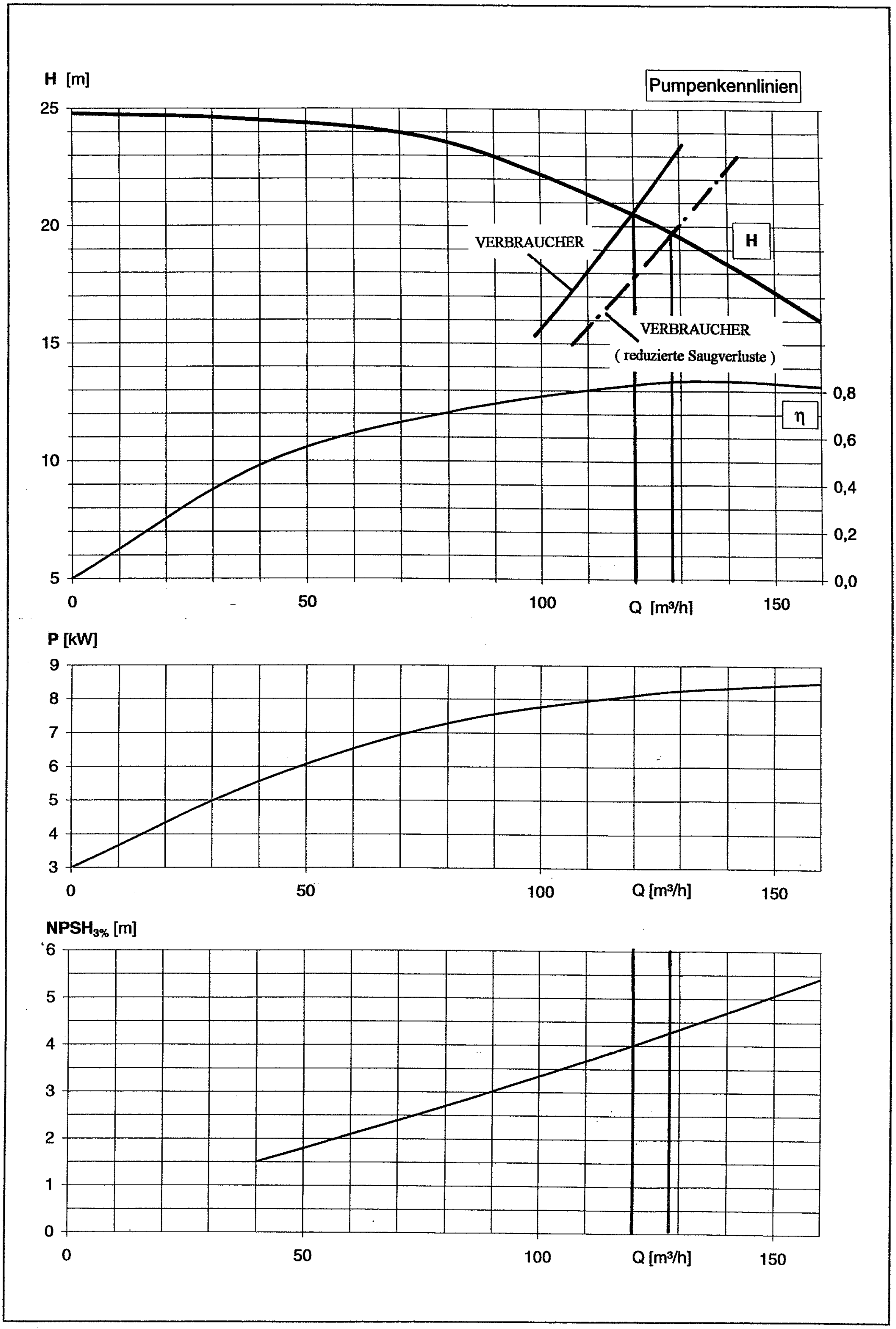
Neue Verbraucherkennlinie : $H_{VERBR} = 5 + 8{,}8 . 10^{-4} . Q^2$
Q annehmen, H_{VERBR} berechnen
Schnitt mit Pumpenkennlinie ergibt: $Q = 128\ m^3 / h$, $H = 19{,}4\ m$

$NPSH_{PUMPE} = 4{,}25\ m$ $(= NPSH_{3\%})$

$$NPSH_{ANLAGE}=\frac{p_{UW}-p_D}{\rho\cdot g}+z_{UW}-z_{PU}-k_S\cdot Q^2 \rightarrow \qquad NPSH_{ANLAGE}=4{,}87\ m$$

$NPSH_{ANLAGE} = 4{,}87\ m$ > $NPSH_{PUMPE} = 4{,}25\ m$

→ Die Pumpe kann ohne Kavitationsgefahr betrieben werden, der Sicherheitsabstand beträgt 0,62 m und ist größer als die geforderten 0,5 m

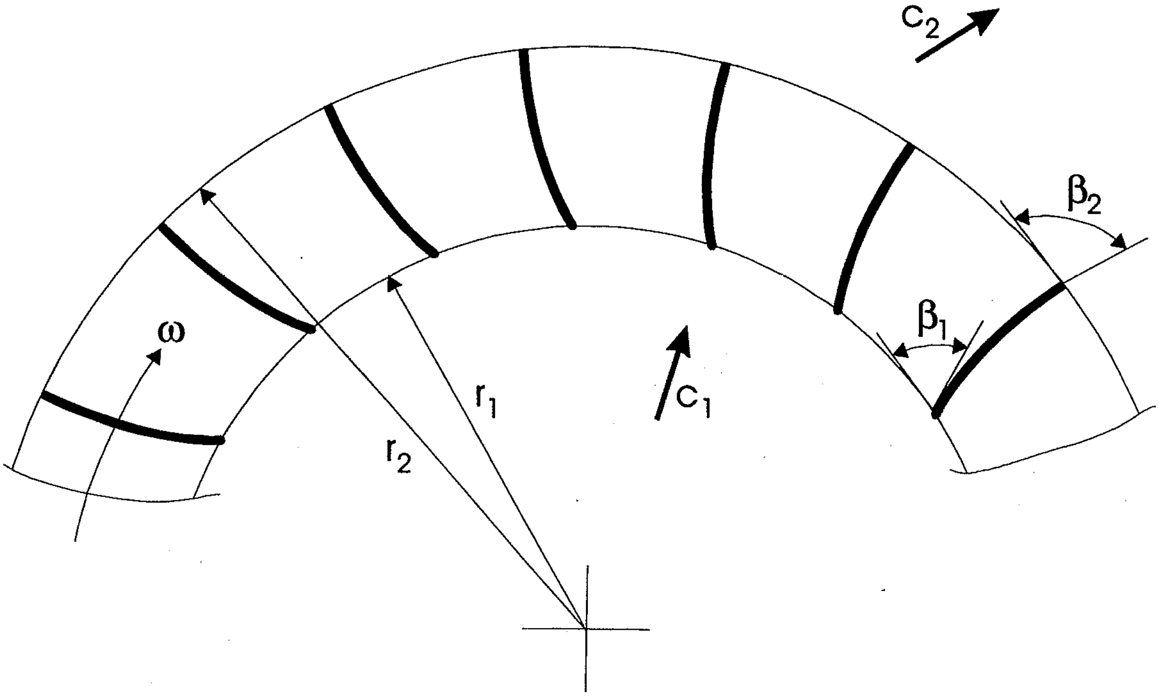


H [m]
Pumpenkennlinien
25
20
15
10
5
0
50
100
Q [m³/h]
150
VERBRAUCHER
H
VERBRAUCHER
(reduzierte Saugverluste)
0,8
η
0,6
0,4
0,2
0,0
P [kW]
9
8
7
6
5
4
3
NPSH3% [m]
6
2
1

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Name:
Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg	Matr. Nr.:
Schriftliche Prüfung 11. Dez. 1998	

Beispiel 1: **Radialpumpe** Sad

Das Laufrad einer Radialpumpe mit konstanter Breite b in Achsrichtung besteht aus einer Reihe sehr eng stehender dünner Schaufeln.



Eine Flüssigkeit der Dichte ρ strömt dem mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Laufrad von innen in radialer Richtung zu; die Strömungsrichtung im rotierenden System stimme überall mit der Schaufelrichtung überein.
Die Schaufeleintritts- und Austrittsrichtung sind durch die Winkel β_1 und β_2 gegeben.

Zahlenwerte:

$b = 0{,}1$ m $\quad r_1 = 0{,}125$ m $\quad \beta_1 = 20°$ $\quad n = 1500$ U/min
$\quad r_2 = 0{,}25$ m $\quad \beta_2 = 75°$ $\quad \rho = 1000$ kg/m^3

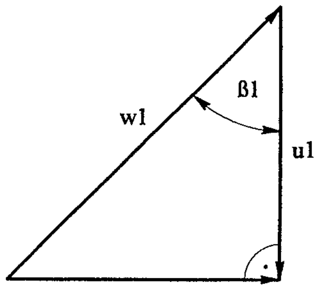
Gesucht sind:

a) die absolute Eintrittsgeschwindigkeit c_1 und die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2,
b) der Volumenstrom Q durch das Laufrad,
c) die erforderliche Antriebsleistung P, wenn der Wirkungsgrad mit 70% angenommen wird,
d) sowie die Förderhöhe der Pumpe.

Lösung Beispiel 1 :

a.) absolute Eintrittsgeschwindigkeit

Zuströmung radial $\rightarrow$ $c_1 = c_{m1}$



$c_1 = u_1 \cdot \tan\beta_1 = r_1 \cdot \omega \cdot \tan\beta_1$

$\omega = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$ $\rightarrow$ $\omega = 157{,}08 \text{ rad / sec}$

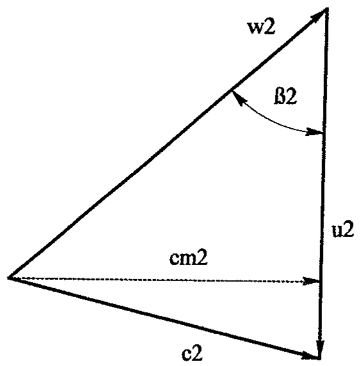
$\rightarrow$ $c_1 = 7{,}147 \text{ m/sec}$

b.) Volumenstrom

$Q = c_1 \cdot 2 \cdot r_1 \cdot \pi \cdot b$ $\rightarrow$ $Q = 0{,}561 \text{ m}^3 \text{ / sec}$

absolute Austrittsgeschwindigkeit :

$c_1 \cdot 2 \cdot r_1 \cdot \pi \cdot b = c_{m2} \cdot 2 \cdot r_2 \cdot \pi \cdot b$ $\rightarrow$ $c_{m2} = c_1 \cdot \dfrac{r_1}{r_2}$



$c_{m2} = 3{,}573 \text{ m/sec}$

$u_2 = 39{,}270 \text{ m/sec}$

$w_2 = c_{m2} \cdot \dfrac{1}{\sin\beta_2}$

$\rightarrow$ $w_2 = 3{,}699 \text{ m / sec}$

$c_2^{\,2} = w_2^{\,2} + u_2^{\,2} - 2 \cdot w_2 \cdot u_2 \cdot \cos\beta_2$

$\rightarrow$ $c_2 = 38{,}479 \text{ m / sec}$

d.) Förderhöhe der Pumpe

$H_u = \dfrac{1}{g} \cdot (u_2 \cdot c_{u2} - u_1 \cdot c_{u1})$ mit $c_{u1} = 0$ $\rightarrow$ $H_u = 153{,}367 \text{ m}$

Annahme : $\eta_u = 1$ $\rightarrow$ $H = H_u \cdot \eta_u = 153{,}367 \text{ m}$

c.) Antriebsleistung

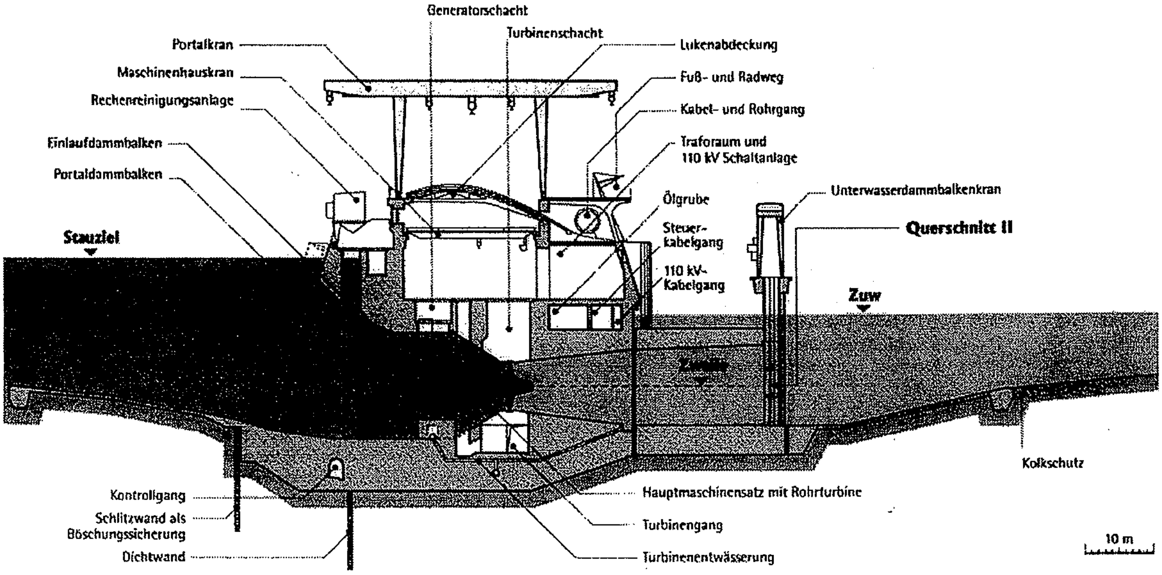
$P = \dfrac{Q \cdot \rho \cdot g \cdot H}{\eta}$ $\rightarrow$ $P = 1206{,}4 \text{ kW}$

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 11. Dez. 1998**	Name: Matr. Nr.:

Beispiel 2: Kraftwerk Freudenau

Sad

Das erst kürzlich in Betrieb gegangene Donaukraftwerk Freudenau besitzt 6 horizontale Kaplan-Rohr-Turbinen und wurde für einen Durchfluß Q_{ges} = 1700 m^3/s sowie eine Fallhöhe H = 8,5 m ausgelegt. Bei einem Nabenverhältnis von 38% beträgt der Laufraddurchmesser D = 7,5 m.



Es gelte überall die Annahme einer über dem jeweiligen Querschnitt konstanten Meridionalgeschwindigkeit. Die Zuströmung zur Turbine werde verlustfrei und die Abströmung drallfrei angenommen.

Weitere Zahlenwerte:

n = 65,2 U/min $\quad z_{ow}$ = 161,35 m $\quad z_{welle}$ = 142,00 m $\quad A_{II}$ = 102 m^2 $\quad \eta_D$ = 0,8

Gesucht sind:

a) die Höhe des Unterwasserspiegels z_{uw} bei erreichtem Stauziel und Ausbaudurchfluß,

b) die effektive Wellenleistung P_{welle} und der Gesamtwirkungsgrad η_{ges} eines Maschinensatzes, wenn die mechanischen Verluste P_{mech} = 650 kW betragen und ein Umfangswirkungsgrad von η_u = 93% angenommen wird,

c) der Eintrittswinkel β_e sowie eine Skizze der Geschwindigkeitsdreiecke am äußersten Stromfaden (Maßstab: 1cm ≡ 2m/s) für den Auslegungspunkt,

d) die Höhe des Unterwasserspiegels, bei der gerade noch kavitationsfreier Betrieb möglich ist. (Anmerkung: Bei der Kavitationsbeurteilung ist zu berücksichtigen, daß im Bereich der Laufschaufel eine zusätzliche Druckabsenkung in der Größe von 25% der Geschwindigkeitshöhe der relativen Austrittsgeschwindigkeit auftritt)

Lösung Beispiel 2 :

Allgemeines

Durchfluß durch eine Turbine : $Q = Q_{ges} / 6$ $\rightarrow$ $Q = 283{,}3\ m^3 / sec$

Verluste :

$$\left.\begin{aligned} hv_{SAUGROHR} &= \frac{c_I^{\,2} - c_{II}^{\,2}}{2 \cdot g} \cdot (1 - \eta_D) \\ hv_{AUSTRITT} &= \frac{c_{II}^{\,2}}{2 \cdot g} \end{aligned}\right\} \rightarrow \sum hv$$

$$c_I = \frac{Q}{A_I} = \frac{Q \cdot 4}{D^2 (1 - 0{,}38^2) \cdot \pi} \quad \rightarrow \quad c_I = 7{,}496\ m / sec$$

$$c_{II} = \frac{Q}{A_{II}} \quad \rightarrow \quad c_{II} = 2{,}778\ m / sec$$

$$\left.\begin{aligned} hv_{SAUGROHR} &= 0{,}494\ m \\ hv_{AUSTRITT} &= 0{,}393\ m \end{aligned}\right\} \rightarrow \sum hv = 0{,}887\ m$$

a.) Höhe des Unterwasserspiegels

Das Saugrohr stellt einen wesentlichen Teil der Maschine dar, weshalb dessen Verluste bereits in der Fallhöhe enthalten sind !

$$\frac{p_{at}}{\rho \cdot g} + \frac{c_{OW}^{\,2}}{2 \cdot g} + z_{OW} = H + \frac{p_{at}}{\rho \cdot g} + \frac{c_{UW}^{\,2}}{2 \cdot g} + z_{UW} + hv_{AUSTRITT}$$

$c_{OW} = 0$, $c_{UW} = 0$, $\rightarrow$ $z_{UW} = 152{,}475\ m$

b.) Wellenleistung, Gesamtwirkungsgrad

$$P_{Welle} = P_{Hydr} \cdot \eta_{ges} = \frac{Q \cdot \rho \cdot g \cdot H \cdot \eta_u}{1000} - P_{mech} \quad \rightarrow \quad P_{Welle} = 21322\ kW$$

$$\eta_{ges} = \frac{P_{Welle}}{P_{Hydr}} = \frac{P_{Welle} \cdot 1000}{Q \cdot \rho \cdot g \cdot H} \quad \rightarrow \quad \eta_{ges} = 90{,}2\%$$

c.) Eintrittswinkel

Turbinenhauptgleichung : $H \cdot \eta_u = \frac{1}{g} \cdot \left(u_e \cdot c_{u,e} - u_a \cdot c_{u,a}\right)$

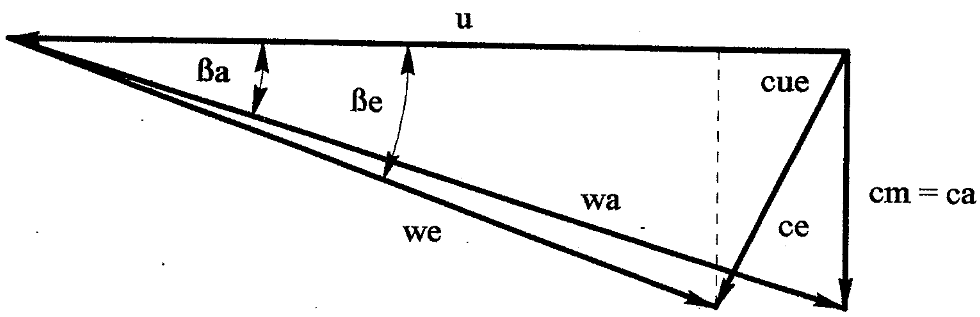
drallfreier Austritt $\rightarrow$ $c_{u,a} = 0$!

$u_e = u_a = u = \frac{D \cdot \pi \cdot n}{60}$ $\rightarrow$ $u = 25{,}604\ m / sec$

$c_{u,e} = \frac{H \cdot \eta_u \cdot g}{u}$ $\rightarrow$ $c_{u,e} = 3{,}029\ m / sec$

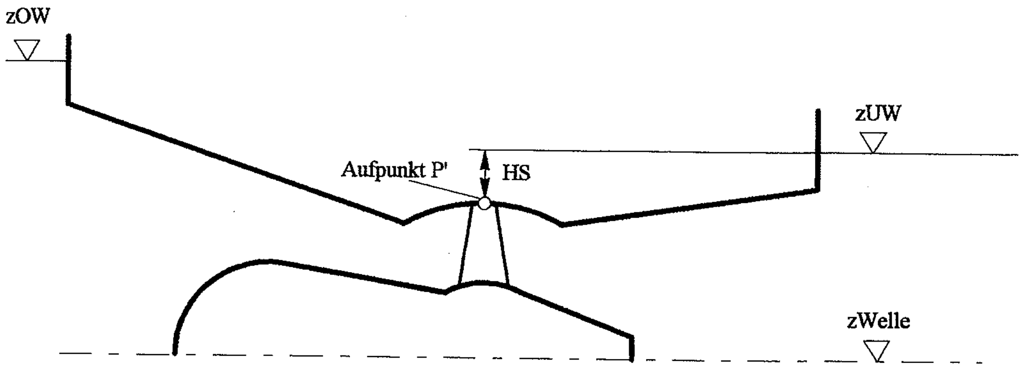
$\tan\beta_e = \frac{c_m}{u - c_{u,e}}$ mit $c_m = c_I$ $\rightarrow$ $\beta_e = 18{,}52\ °$

$w_a = \sqrt{u^2 + c_I^{\,2}}$ $\rightarrow$ $w_a = 26{,}489\ m / sec$

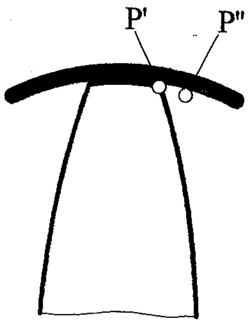


d.) Kavitationsbetrachtung

Der kavitationsgefährdete Aufpunkt befindet sich bei derartigen Maschinen ($D/H \cong 1$) auf der Höhe $z' = z_{Welle} + (D/2)$



Detail :



Bernoulli $P' \rightarrow P''$

$$\frac{p'}{\rho \cdot g} + \frac{c'^2}{2 \cdot g} + z' = \frac{p''}{\rho \cdot g} + \frac{c''^2}{2 \cdot g} + z'' + hv_{' \rightarrow ''}$$

$$\frac{p'' - p'}{\rho \cdot g} = \frac{c'^2 - c''^2}{2 \cdot g} - hv_{' \rightarrow ''} = 0{,}25 \cdot \frac{w_a^2}{2 \cdot g}$$

$$\frac{p''}{\rho \cdot g} = \frac{p'}{\rho \cdot g} + 0{,}25 \cdot \frac{w_a^2}{2 \cdot g}$$

Bernoulli $P'' \rightarrow UW$

$$\frac{p''}{\rho \cdot g} + \frac{c''^2}{2 \cdot g} + z'' = \frac{p_{at}}{\rho \cdot g} + \frac{c_{UW}^2}{2 \cdot g} + z_{UW} + \sum hv$$

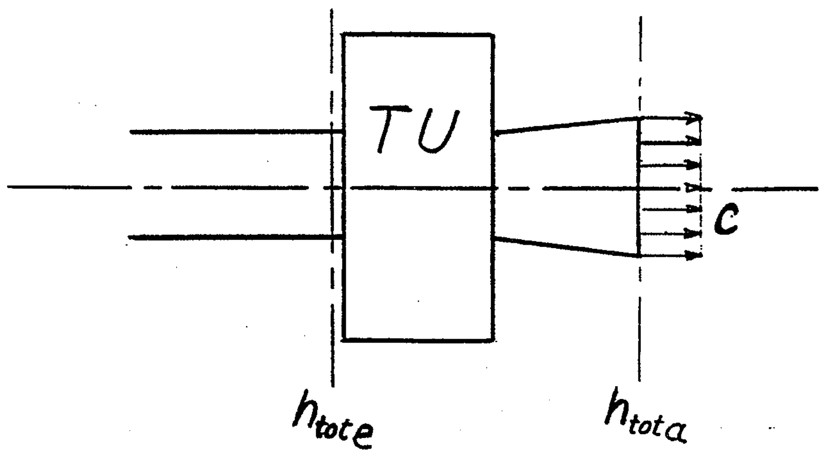
$$z_{UW} = \frac{p'}{\rho \cdot g} - \frac{p_{at}}{\rho \cdot g} + 0{,}25 \cdot \frac{w_a^2}{2 \cdot g} + \frac{c''^2}{2 \cdot g} + z'' - \sum hv$$

mit $p' / \rho . g = h_{Dampf}$
$h_{at} - h_{Dampf} \cong 10$ m
$c'' = c_I$
$z'' = z' = z_{Welle} + (D/2)$

$\rightarrow \quad z_{UW} = 146{,}667$ m

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 22. Jänner 1999 Matrikelnummer:

Messung an einer Modellturbine

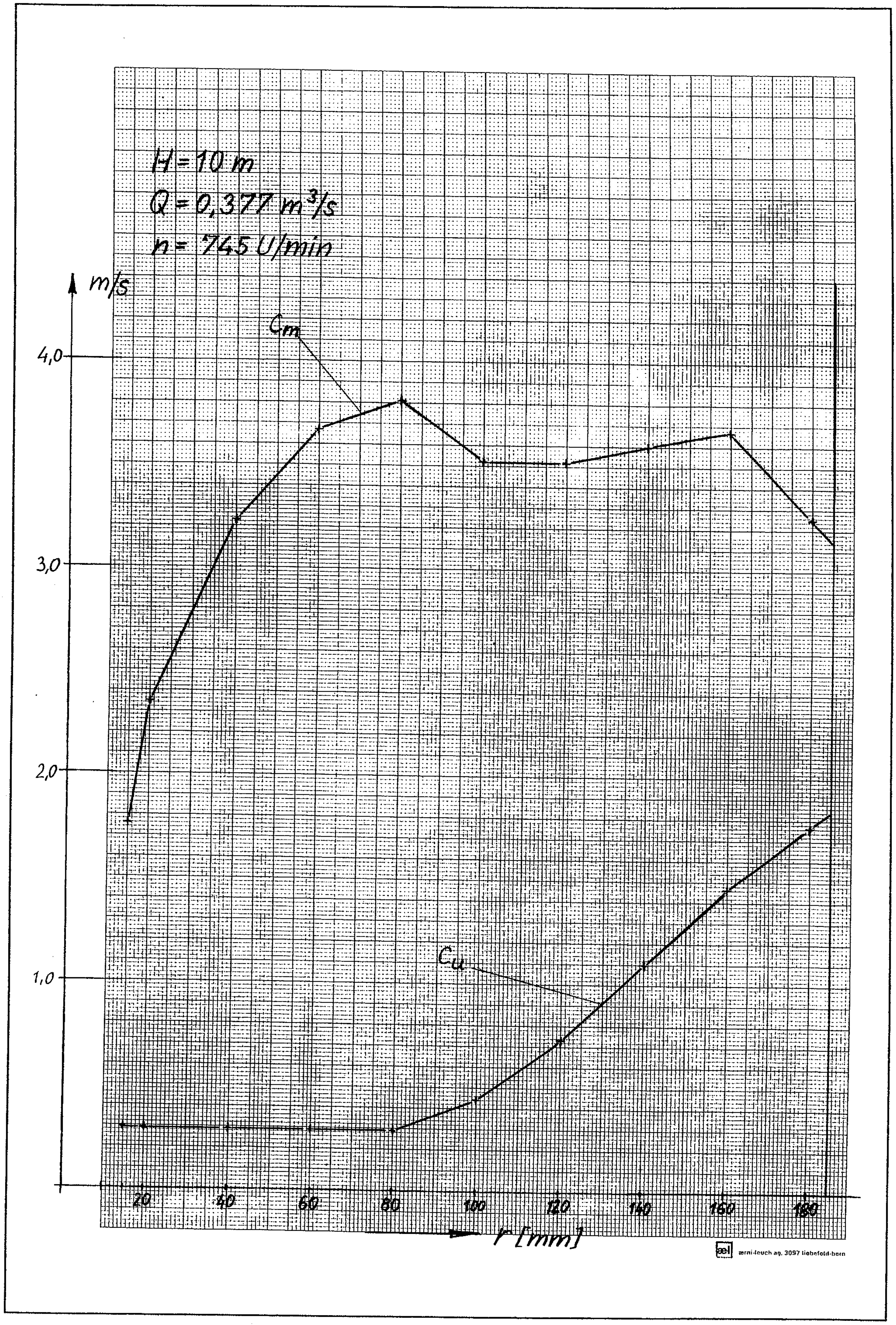


Die Turbinenfallhöhe H ist definiert als Differenz der Totalenergiehöhen zwischen Turbineneintritt und -austritt. Zur Bestimmung der Energiehöhe am Austritt ist nach internationaler Norm die Geschwindigkeit mit $c = Q/A_{Austritt}$ anzusetzen (rechteckiges Geschwindigkeitsprofil).
Jede Abweichung von diesem idealisierten Austrittszustand stellt eine Erhöhung der Austrittsenergie und damit einen zusätzlichen Verlust dar.

An einer Modellturbine wurden im Austrittsquerschnitt (D_a=370mm) Geschwindigkeitsmessungen durchgeführt. Betriebspunkt und Ergebnisse der Messung sind aus beiliegendem Blatt ersichtlich.

Wieviel der Turbinenfallhöhe ($H = htot_e - htot_a = 10$ m laut obiger Definition) **wurde von dieser Turbine <u>nicht</u> genutzt und geht als Verlusthöhe ins Unterwasser ?**

Im achsnahen Bereich r < 15 mm konnten wegen Verwirbelung keine verlässlichen Werte gemessen werden. Dieser Wirbelbereich entspricht 3 Promille des Gesamtdurchflusses und soll hier wie ein fester Zylinder (Wand bei r = 15 mm) betrachtet werden.


H = 10 m
Q = 0,377 m³/s
n = 745 U/min
m/s
4,0
3,0
2,0
1,0
c_m
c_u
20
40
60
80
100
120
140
160
180
r [mm]
zerni-leuch ag. 3097 Liebefeld-bern

Lösung Beispiel 1 :

Geschwindigkeitshöhe im Austritt :

lt. Norm : $h_a = \frac{c^2}{2 \cdot g}$, wobei : $c = \frac{Q}{A} = \frac{0{,}377}{0{,}185^2 \cdot \pi} = 3{,}5063 \text{ m / sec}$

$$\rightarrow \quad \left(\frac{c^2}{2 \cdot g}\right)_{NORM} = \frac{3{,}5063^2}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}6266 \text{ m}$$

tatsächlich : $\left(\frac{c^2}{2 \cdot g}\right)_{eff} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(c_m{}^2 + c_u{}^2\right) = h_{a,eff}$

Mittelung über die Querschnittsfläche :

$$h_a \cdot dA = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(c_m{}^2 + c_u{}^2\right) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$$

$$\overline{h}_a \cdot A = \overline{h}_a \cdot \pi \cdot \left(r_a{}^2 - r_i{}^2\right) = \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot g} \cdot \int_{ri}^{ra} \left(c_m{}^2 + c_u{}^2\right) \cdot r \cdot dr$$

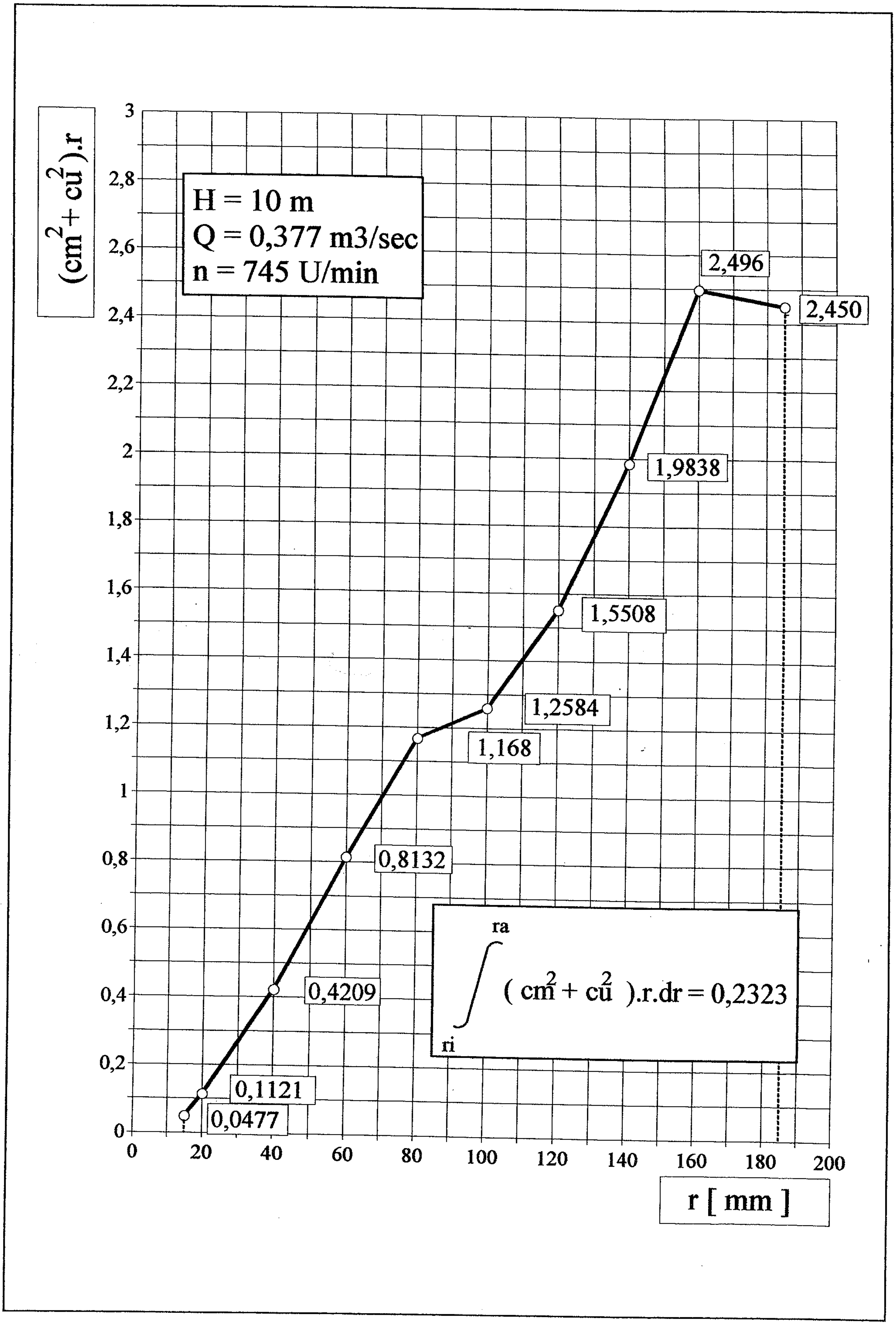
$$\overline{h}_{a,eff} = \frac{1}{\left(r_a{}^2 - r_i{}^2\right) \cdot g} \cdot \int_{ri}^{ra} \left(c_m{}^2 + c_u{}^2\right) \cdot r \cdot dr$$

= Energiehöhe der Austrittsgeschwindigkeit

$$\overline{h}_{a,eff} = \frac{1}{\left(0{,}185^2 - 0{,}015^2\right) \cdot 9{,}81} \cdot 0{,}2323 = 0{,}6966 \text{ m}$$

ungenutzt : $\Delta h = \overline{h}_{a,eff} - \overline{h}_{a,NORM} = 0{,}6966 - 0{,}6266 = 0{,}07 \text{ m} \quad = 0{,}7\%H$

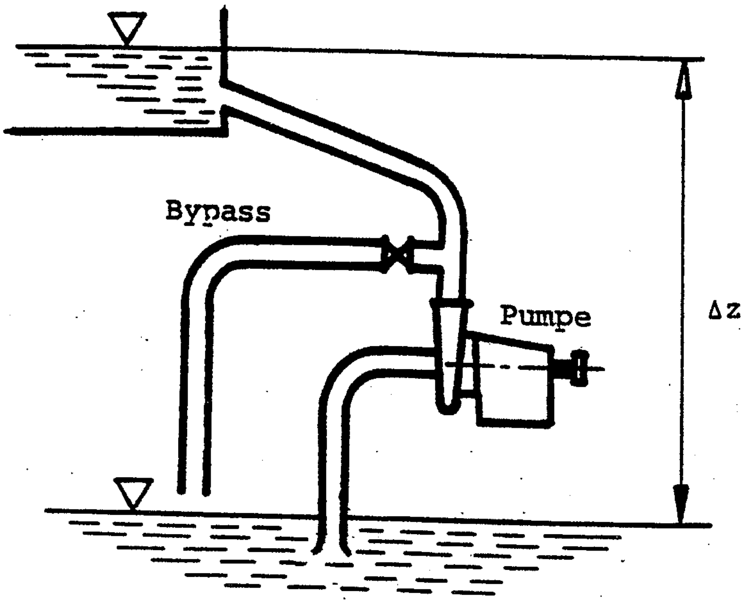
Das aus der Turbine austretende Medium ist um eine Energiehöhe 0,07 m energiereicher gegenüber der normgemäßen Annahme .



$(cm^2 + cu^2).r$
H = 10 m
Q = 0,377 m3/sec
n = 745 U/min
2,496
2,450
1,9838
1,5508
1,2584
1,168
0,8132
0,4209
0,1121
0,0477
$\int_{ri}^{ra} (cm^2 + cu^2).r.dr = 0,2323$
r [mm]

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 22. Jänner 1999 Matrikelnummer:

PUMPE MIT BYPASSREGELUNG



Eine Pumpe (Kennlinie liegt bei) fördert aus einem Becken mit konstantem Wasserstand in ein Oberwasserbecken, dessen Spiegel durch einen geregelten Abfluß ebenfalls konstant ist.

Anlagedaten:

$\Delta z = 100$ m
Rohrleitungsverluste (inkl.Austrittsverl.) $h_v[m] = 264{,}5\ Q^2$ (Q in m^3/s)

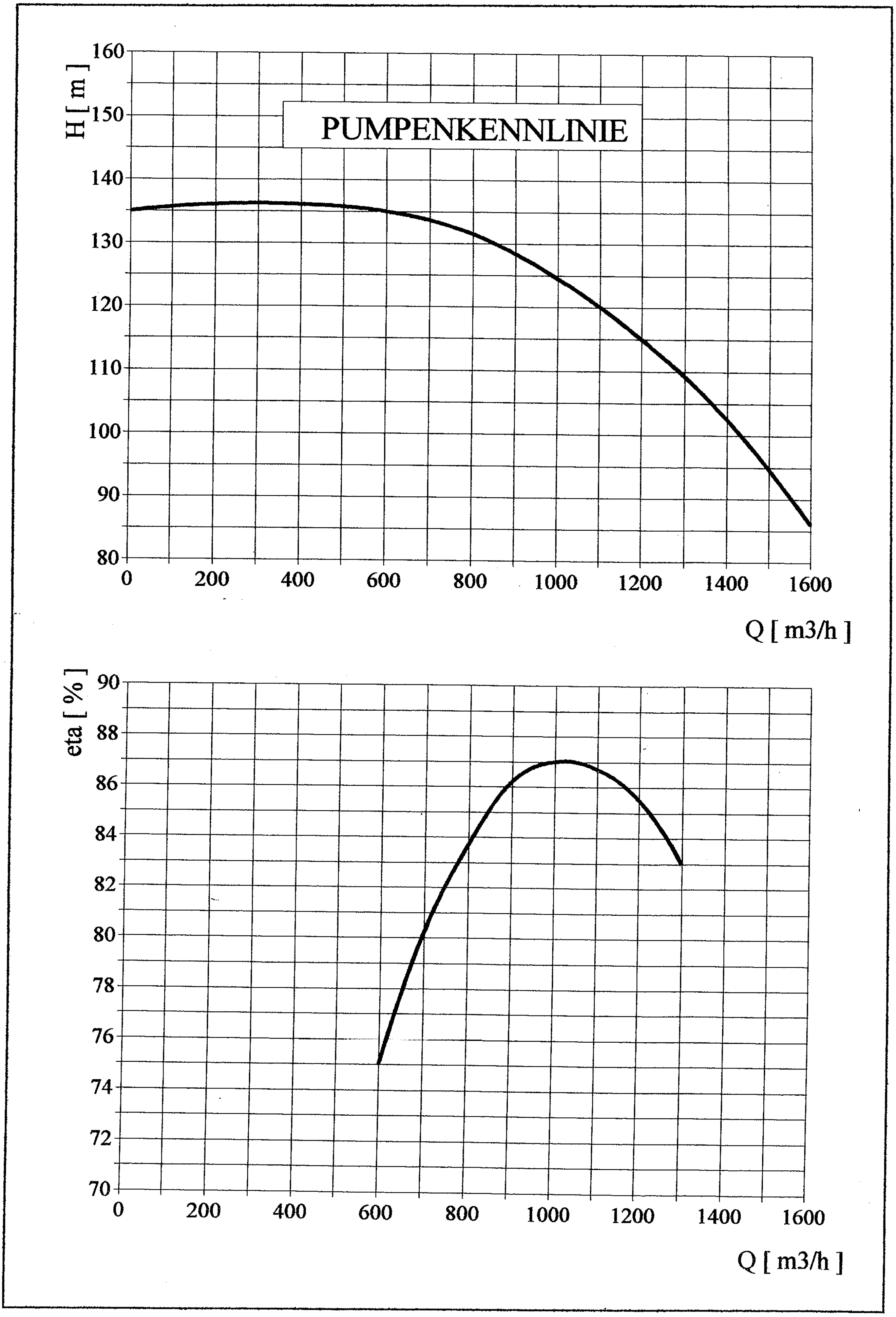
Gesucht:

1) Betriebspunkt bei geschlossenem Bypass (Q,H,P) ?

2) Die aus obigen Daten ermittelte Fördermenge der Pumpe soll durch den Bypass auf 70 % reduziert werden.

   a) Die Daten (Q,H,P) des neuen Betriebspunktes ?

   b) Der Wirkungsgrad der Anlage bei 100% und bei auf 70% reduzierter Fördermenge.
   (Als Nutzeffekt der Anlage wird das Hochpumpen des Wassers um Δz betrachtet.)


PUMPENKENNLINIE
H [m]
160
150
140
130
120
110
100
90
80
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m3/h]
eta [%]
90
88
86
84
82
80
78
76
74
72
70
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m3/h]

Lösung Beispiel 2 :

1.) Betriebspunkt bei geschlossenem Bypass

Verbraucher

$$h_V = 264{,}5 \cdot \left(\frac{Q}{3600}\right)^2 = 2{,}0409 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2 \qquad Q\,[m^3/h]$$

$$H_{PU} = 100 + 2{,}0409 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2 \qquad Q\,[m^3/h]$$

Q annehmen, H_{PU} berechnen, Verbraucherkennlinie in Diagramm eintragen
Schnitt mit Pumpenkennlinie

$\rightarrow$ $Q = 1050\ m^3/h = 0{,}2917\ m^3/sec$, $H = 122{,}5\ m$

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{1000 \cdot \eta} = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 122{,}5 \cdot 0{,}2917}{1000 \cdot 0{,}87} = 402{,}88\ kW$$

2a) Betriebspunkt bei geöffnetem Bypass

$Q_{red} = 0{,}7.1050 = 735\ m^3/h$

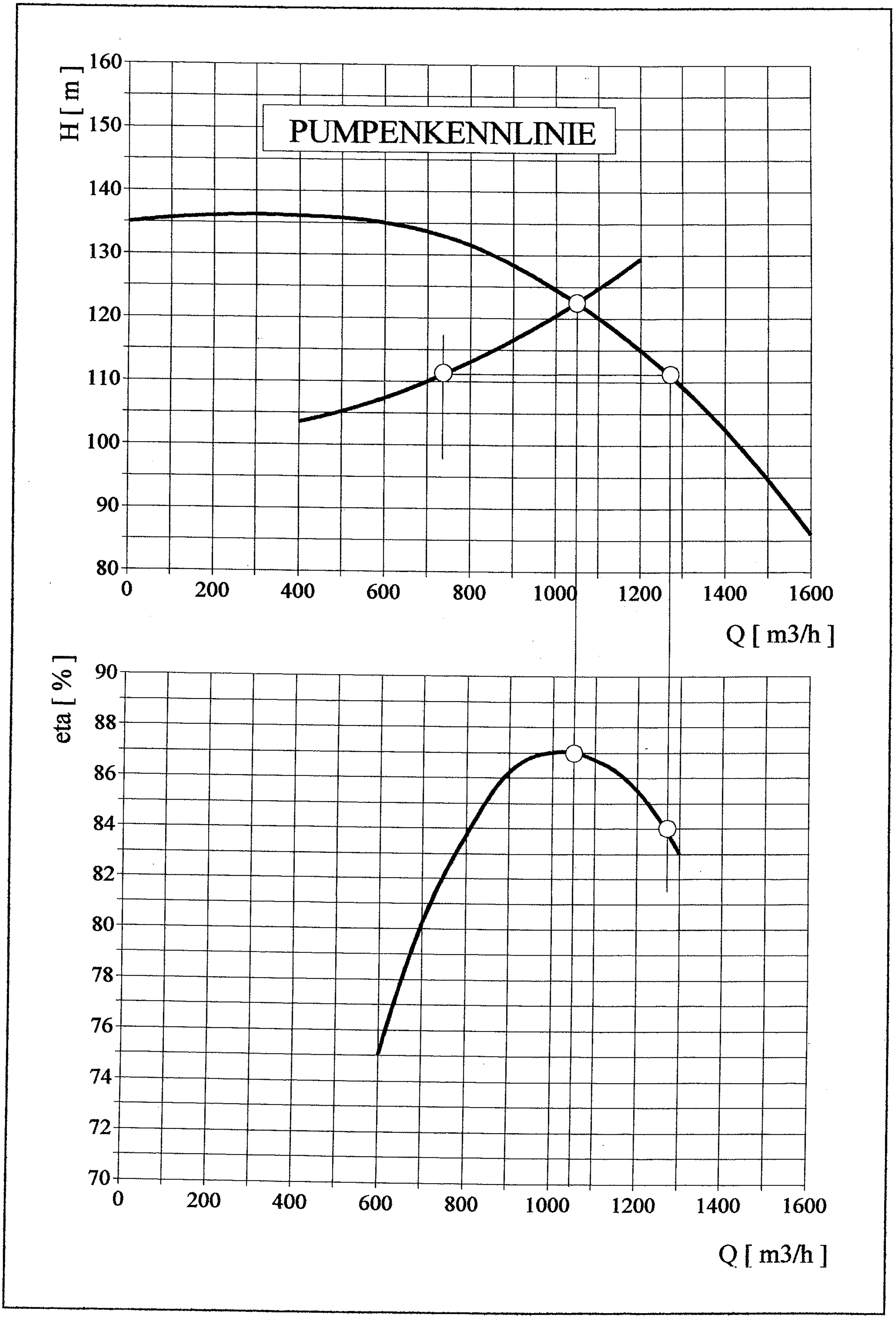
$Q'_{PU} = 1270\ m^3/h$, $H'_{PU} = 111\ m$ $\eta' = 0{,}84$

$\rightarrow$ $P = 457{,}3\ kW$

2b) Wirkungsgrad der Anlage

$$\eta_{A,100\%} = \eta_{PU} \cdot \frac{H_A}{H_{PU}} = 0{,}87 \cdot \frac{100}{122{,}5} = 0{,}71$$

$$\eta_{A,70\%} = \eta_{PU} \cdot \frac{Q_{NUTZ} \cdot H_{NUTZ}}{Q_{PU} \cdot H_{PU}} = 0{,}84 \cdot \frac{735 \cdot 100}{1270 \cdot 111} = 0{,}438$$


PUMPENKENNLINIE
H [m]
160
150
140
130
120
110
100
90
80
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m3/h]
eta [%]
90
88
86
84
82
80
78
76
74
72
70
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m3/h]

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

PUMPENAEHNLICHKEIT

Gegeben:

Durchmesser D, Drehzahl n und das Kennliniendiagramm einer Industriepumpe. (HPK, CPK 65-250)

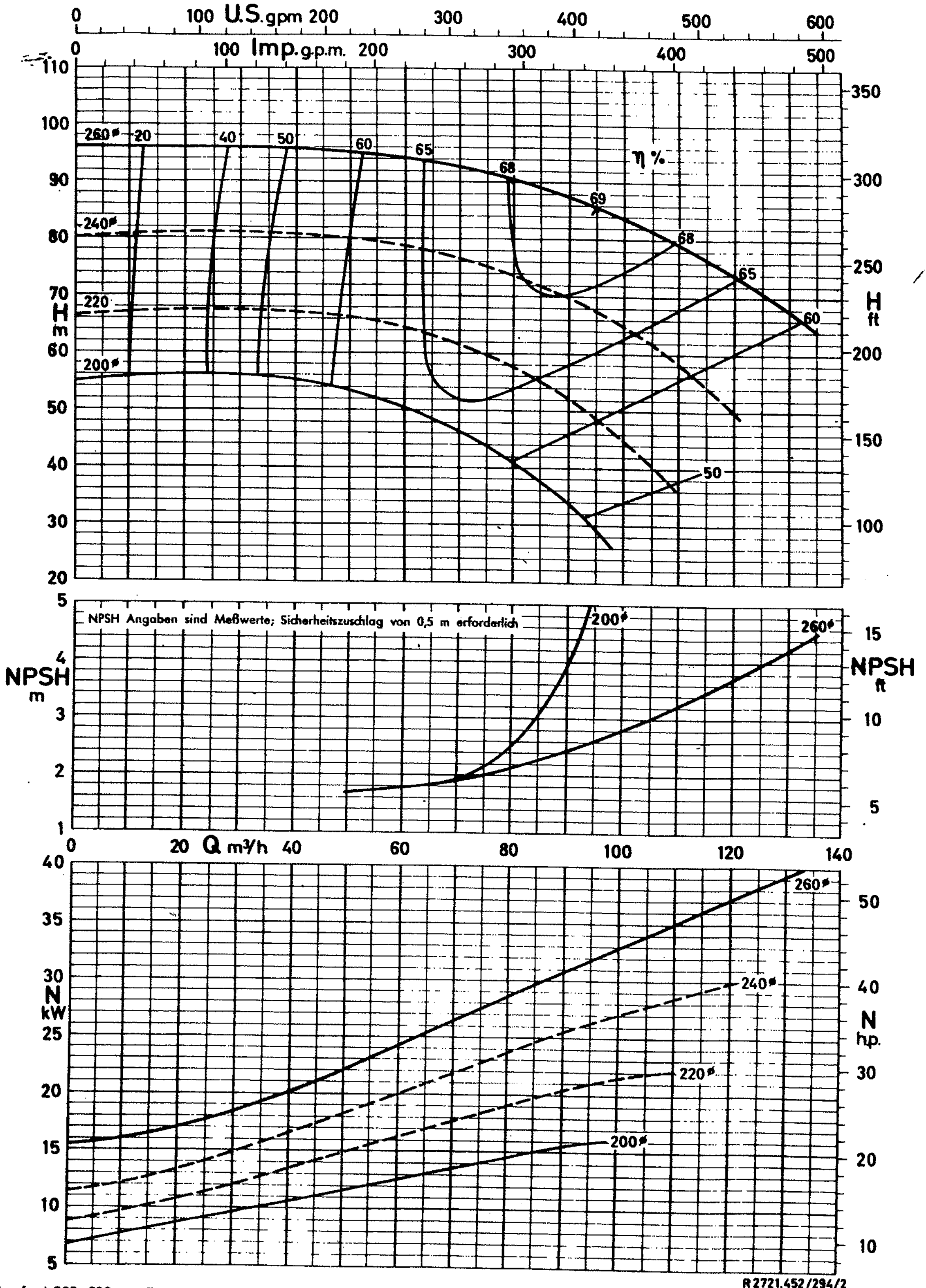
D = 0,260m   n = 2900 U/min   (Asynchronmotor)

a) Gesucht ist die Drehzahl der Pumpe, die einen bestimmten Betriebspunkt $Q = 70m^3/h$, H = 70m erreicht.
Welcher Wirkungsgrad wird erreicht?

b) Der Asynchronmotor aus a) hat einen Defekt. Als Ersatz steht nur ein Synchronmotor mit der Drehzahl 3000rpm zur Verfügung. Dieser Motor wird an die Pumpe angeflanscht. Da der gleiche Betriebspunkt ($Q = 70m^3/h$, H = 70m) unbedingt eingehalten werden muss, ist das Laufrad abzudrehen.
Um wieviel Millimeter muss das Laufrad (D = 0,260m) abgedreht werden und welcher Wirkungsgrad stellt sich ein.?

HPK, CPK 65-250

2900 U/min - RPM - tr/min - r.p.m.



Laufrad	260–200 mm Ø	Breite	13 mm	Zeichnungs-Nr.	W 150 171	Modell-Nr.	Z 38 106	Kennlinien Nr.	K 18 124
Impeller	260–200 mm Ø	Width	13 mm	Drawing No.	W 150 171	Design No.	Z 38 106	Performance curve No.	K 18 124
Roue	260–200 mm Ø	Largeur	13 mm	Dessin Nr.	W 150 171	Modele-Nr	Z 38 106	Courbes caractéristiques Nr.	K 18 124
Rodete	260–200 mm Ø	Anchura	13 mm	Dibujo nº	W 150 171	Modelo nº	Z 38 106	Curvas caracteristicas nº	K 18 124

KSB R 2721.452/294/2

Lösung Beispiel 1 :

a.) Pumpendrehzahl, Wirkungsgrad

Betriebspunkt BP : $Q_{BP} = 70\ m^3/h$, $H_{BP} = 70\ m$, $D = 260\ mm$

Erreichen des vorgegebenen Betriebspunktes durch Drehzahlvariation

wobei gilt : $H \sim n^2, Q \sim n, \rightarrow H \sim Q^2 \quad \rightarrow \quad H = H_{BP} \cdot \left(\frac{Q}{Q_{BP}}\right)^2$

Q annehmen, H berechnen, Einzeichnen der Ähnlichkeitsparabel in Diagramm,

Schnitt mit der Kennlinie für D = 260 mm, $\rightarrow H^* = 90{,}6\ m$, $n^* = 2900$ U/min

mit $H \sim n^2 \quad \rightarrow \quad n_{BP} = \sqrt{n^{*2} \cdot \left(\frac{H_{BP}}{H^*}\right)} \quad \rightarrow \quad n_{BP} = 2549$ U/min

$\eta_{BP} = \eta^* = 68\ \%$ (Ähnlichkeitsparabel)

b.) Laufraddurchmesser, Wirkungsgrad

Betriebspunkt ($H_{BP} = 70\ m$, $Q_{BP} = 70\ m^3/h$) soll mit dem abgedrehten Laufrad bei n = 3000 U/min erreicht werden.

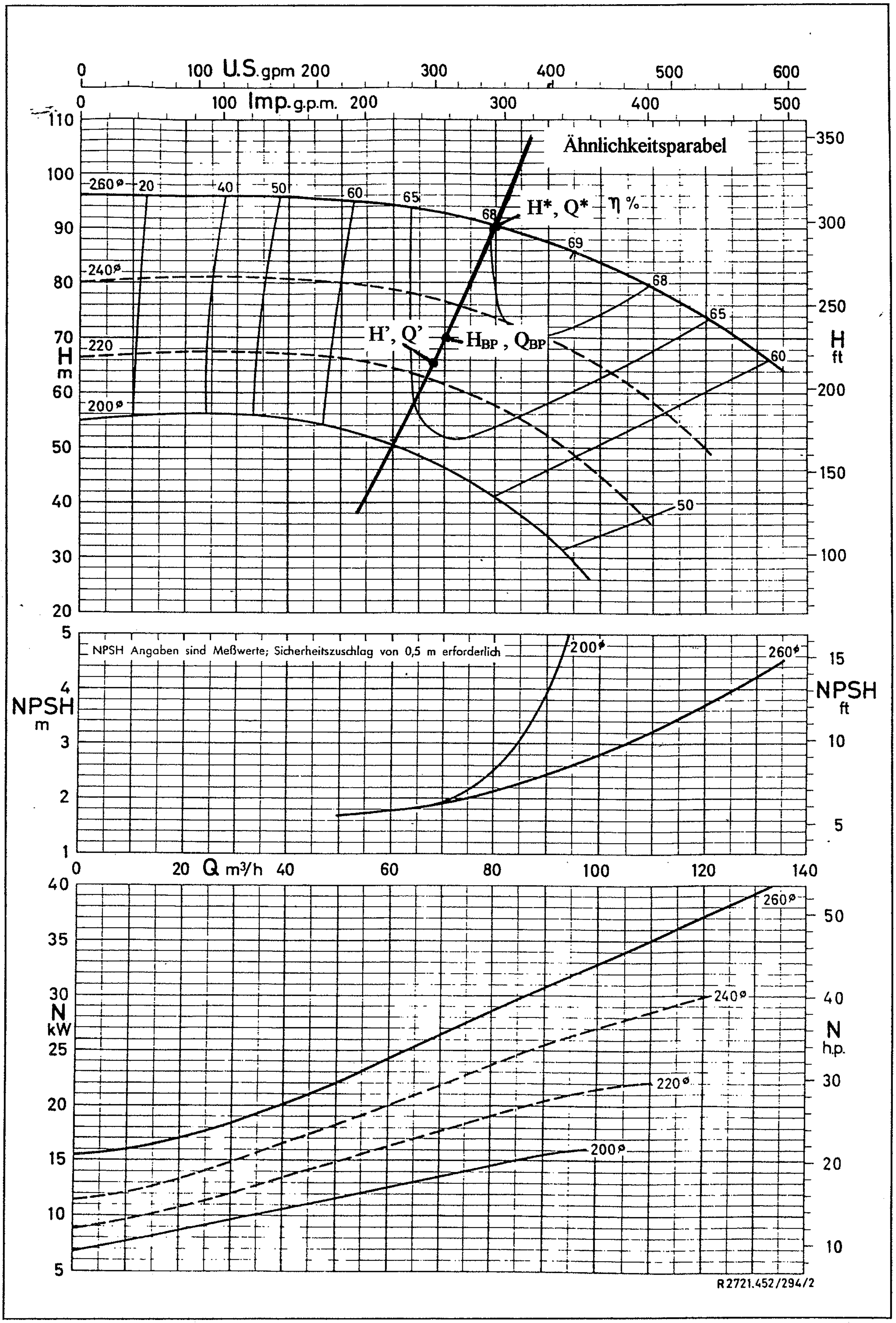
Umrechnen von H_{BP} auf Drehzahl 2900 U/min

$$H' = H_{BP} \cdot \left(\frac{2900}{3000}\right)^2 \quad \rightarrow \quad H' = 65{,}4\ m$$

Interpolation aus Diagramm ergibt : D' = 224,5 mm

→ Durchmesser des Laufrades aus a.) muß um 35,5 mm verkleinert werden.

→ $\eta' = 65{,}8\ \%$



U.S. gpm
Imp. g.p.m.
Ähnlichkeitsparabel
H*, Q* η %
H', Q'
H_{BP}, Q_{BP}
260ø
240ø
220
200ø
H m
H ft
NPSH Angaben sind Meßwerte; Sicherheitszuschlag von 0,5 m erforderlich
NPSH m
NPSH ft
Q m³/h
N kW
N h.p.
R 2721.452/294/2

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum: 05.02.1999
	Matrikelnummer:

PUMPSYSTEM FUER FISCHZUCHTBETRIEB

Ein Fischzuchtbetrieb besitzt zwei große Fischteiche auf unterschiedlichem geodätischen Niveau (s. Skizze). Die Höhendifferenz der Wasseroberflächen beträgt 10m. Da nur der tieferliegende Teich einen Wasserzu- und -ablauf hat, sind beide Teiche mit zwei völlig voneinander getrennten identischen Leitungen verbunden. In jeder Leitung befindet sich eine einstufige, einflutige Kreiselpumpe in Inline-Ausführung.

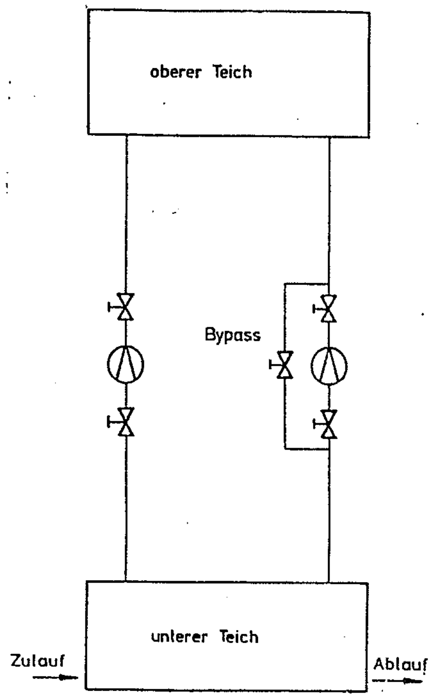
Mit dieser Einrichtung können folgende Aufgaben bewerkstelligt werden:

I. Ausgleich von Verdunstung- bzw. Versickerungsverlusten:
Eine oder beide Pumpen fördern Wasser von dem tiefergelegenene in den höhergelegenen Teich (kurzzeitiger Betrieb).

II. Langsames Umwälzen und teilweises Erneuern des Wassers im oberen Teich:
Eine Pumpe fördert wie unter I., die andere ist außer Betrieb und durch einen Bypass überbrückt.

Es liegen folgende Daten von der Anlage vor:

Widerstandsziffer jeder Rohrleitung bezogen auf 80mm Durchmesser: $\zeta = 6.885$ (unabhängig von der Durchströmrichtung, beinhaltet Austrittsverluste)
Nenndrehzahl jeder Pumpe: n = 3000 rpm
Kennlinie jeder Pumpe für Nenndrehzahl: siehe Beiblatt



a) Ermitteln Sie für Fall I jeweils Förderhöhe und Volumenstrom für den Betrieb einer und beider Pumpen gleichzeitig.

Betrachten Sie nun den Betrieb II.

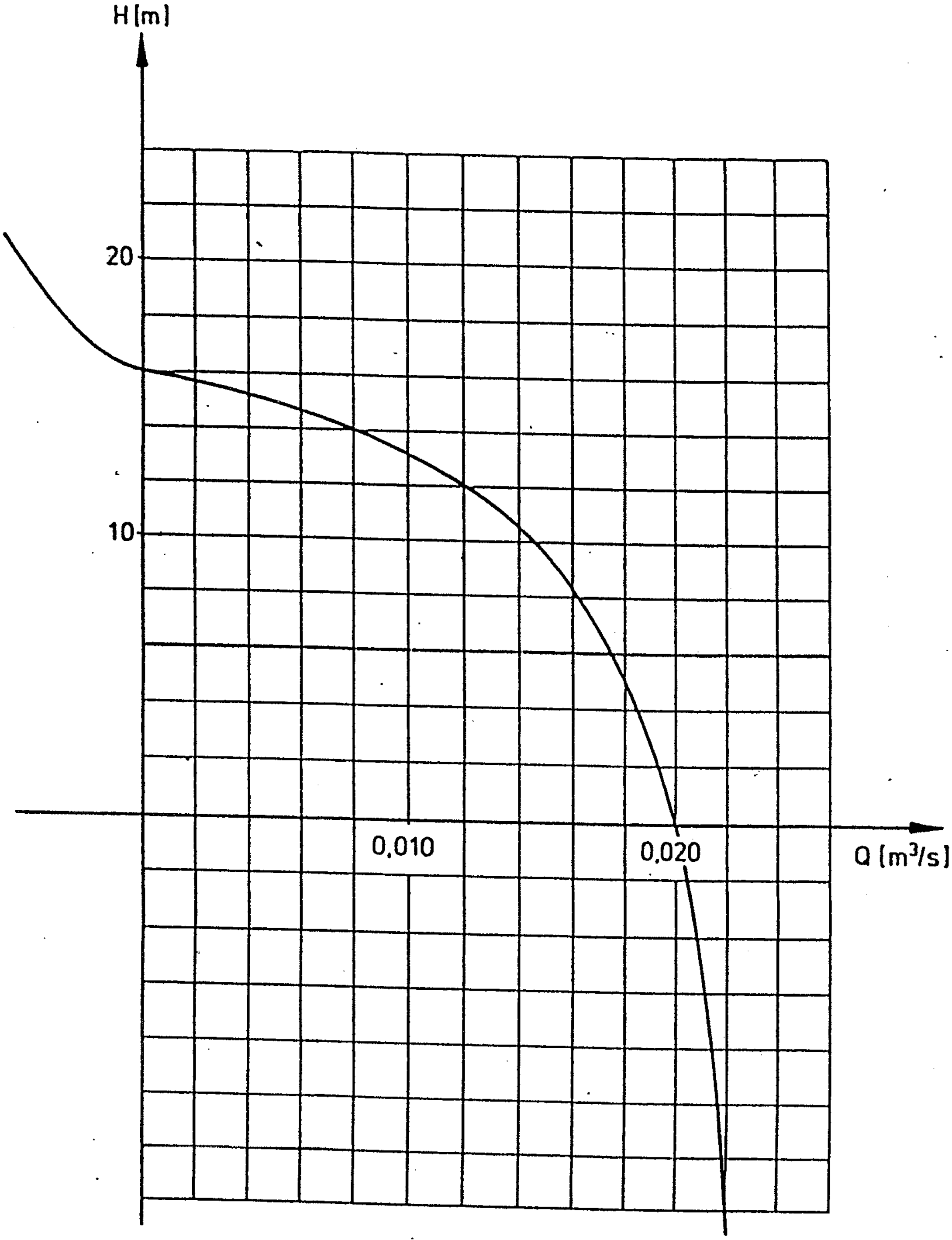
b) Skizzieren Sie die Laufradform der Kreiselpumpe.

c) Wie groß muß der Druckverlust am Bypass sein, damit der Wasserstand in dem oberen Teich konstant bleibt?

Die durch Bypass überbrückbare Pumpe muß aufgrund eines Schadenfalles ausgetauscht werden. Der Fischzüchter - ein begeisteter Hobbybastler - baut die neue Inlinepumpe aus Unachtsamkeit verkehrt herum ein. Nach getaner Arbeit setzt er beide Pumpen bei geschlossenem Bypass mit Nenndrehzahl in Betrieb.

d) Ermitteln Sie jeweils mit Angabe der Flußrichtung die Einzelvolumenströme der beiden Pumpen sowie den resultierenden Volumenstrom zwischen den beiden Fischteichen.

Anmerkung: Versickerungs- und Verdunstungsverluste können bei der Rechnung vernachlässigt werden.


H [m]
20
10
0,010
0,020
Q [m³/s]

Lösung Beispiel 2 :

a.) Förderhöhe, Fördermenge :

$$h_v = \zeta \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} \qquad c = \frac{Q \cdot 4}{0{,}08^2 \cdot \pi} \qquad \rightarrow \qquad h_v = 13888{,}8 \cdot Q^2$$

Anlagenkennlinie : $H_v = 10 + h_v$

Q annehmen, H_v berechnen , Anlagenkennlinie mit Pumpenkennlinie schneiden

→	1 Pumpe :	H = 12 m ,	Q = 0,012 m^3/sec
	2 Pumpen parallel :	H = 12 m ,	Q = 0,024 m^3/sec

b.) Laufradform

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \qquad \rightarrow \qquad n_q = 51 \qquad \rightarrow \qquad \text{Halbaxialrad}$$

Radialräder	$n_q \approx$ 12 bis 35 min^{-1}
Halbaxialräder	$n_q \approx$ 35 bis 160 min^{-1}
Axialräder	$n_q \approx$ 160 bis 400 min^{-1} und mehr.

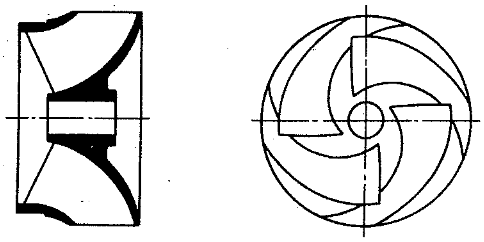


Bild 3: Halbaxialrad (Schraubenrad, Diagonalrad)
(Draufsicht ohne vordere Deckscheibe dargestellt)

c.) Druckverlust am Bypaß

Eine Pumpe fördert Q = 0,012 m^3/sec .
Diese Menge muß über den Bypaß 2. Rohrleitung zurück .

$h_v = 13888{,}8 \,.\, Q^2 = 2$ mWS (Rohrleitungs - und Austrittsverlust)

$$\left(\frac{\Delta p}{\rho \cdot g}\right)_{\text{Bypaß}} = 10 - h_v = 8 \text{ mWS}$$

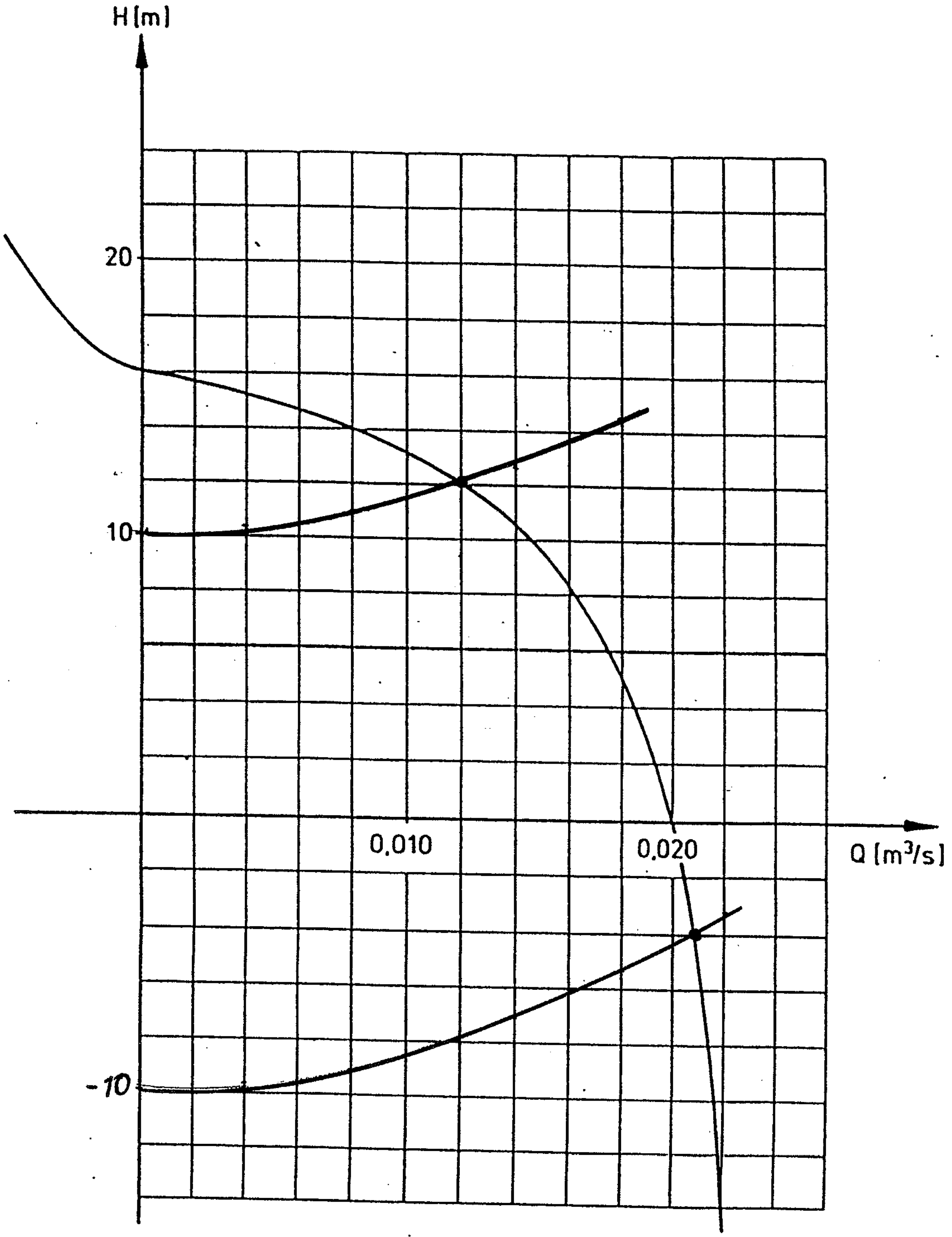
$$(\Delta p)_{\text{Bypaß}} \approx 0{,}8 \text{ bar}$$

d.) resultierende Wassermenge

Anlagenkennlinie : $H_v = -10 + h_v$

1. Pumpe :	Q = 0,012 m^3/sec	H = 12 m	von unten nach oben
2. Pumpe :	Q = 0,0208 m^3/sec	H = - 4 m	von oben nach unten

ΣQ = 0,0088 m^3/sec vom oberen Teich in den unteren Teich


H [m]
20
10
-10
0,010
0,020
Q [m³/s]

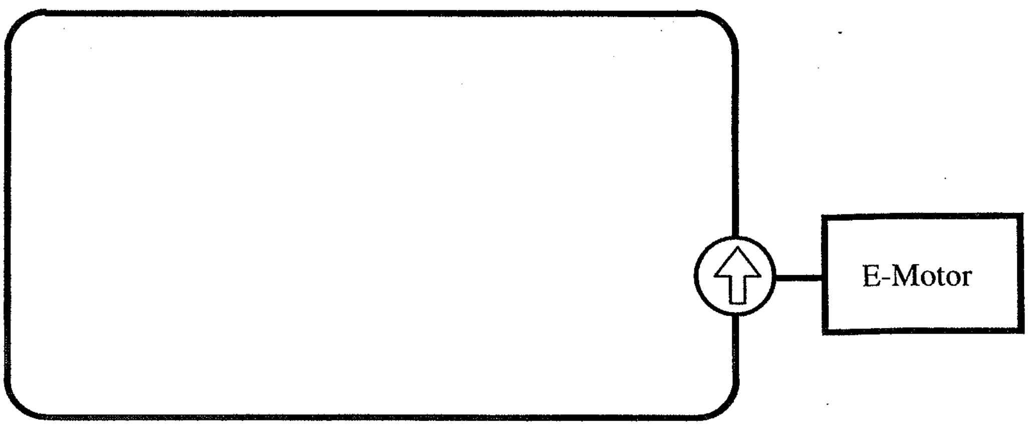
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:
	Schriftliche Prüfung: Strömungsmaschinen 15. März 1999

1. Beispiel: Pumpe mit Asynchronmotor

Ein hydraulischer Prüfstand mit Wasser als Betriebsmedium ist als geschlossener Kreislauf ausgeführt. Die Kreislaufverluste wurden durch Versuche ermittelt.
Sie sind durch die Gleichung: $\mathbf{H_V}$ [m] $= \mathbf{1{,}28 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2}$, Q in [m³/h] bestimmt.

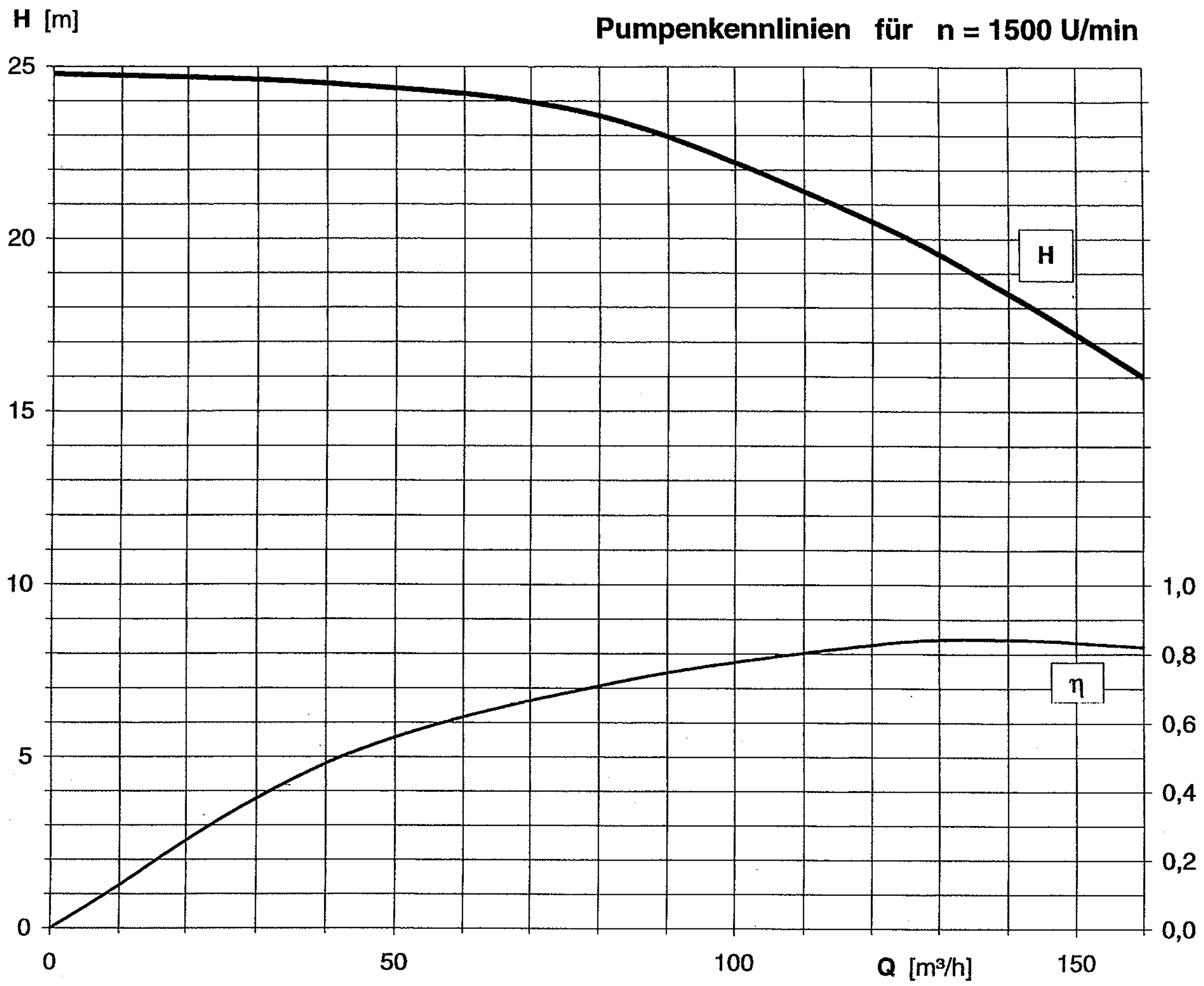
Eine Pumpe hält den Wasserkreislauf in Gang. Die beiliegenden Kennlinien der Pumpe gelten für eine Pumpendrehzahl von 1500 U/min.

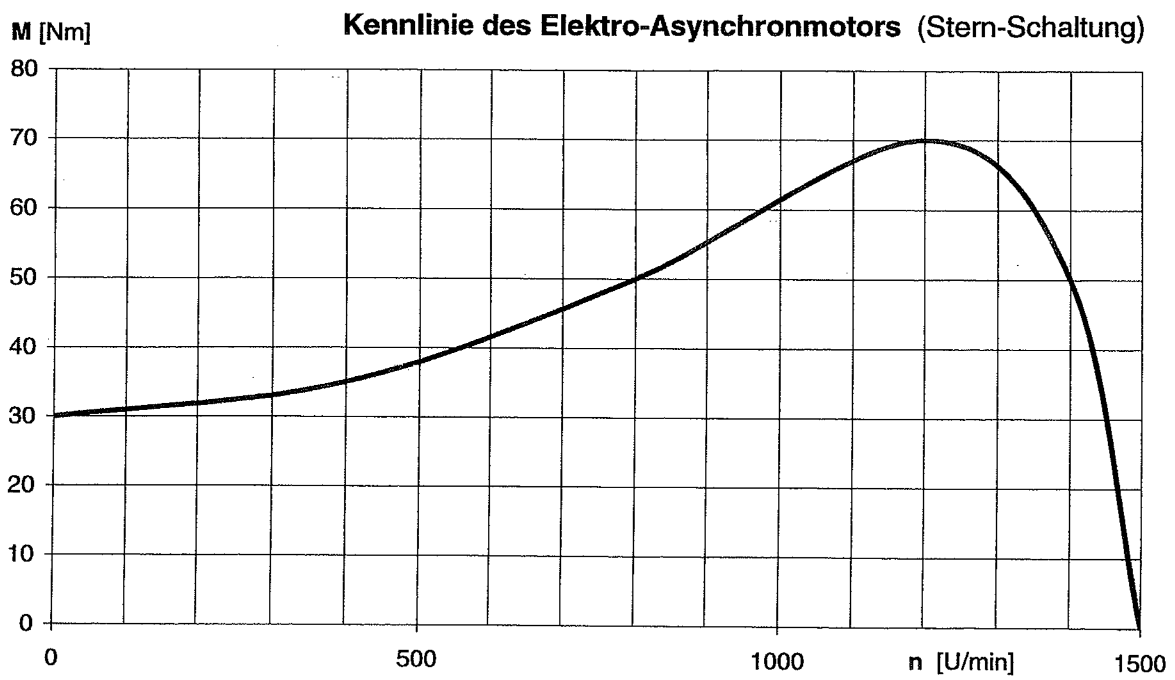
Angetrieben wird die Pumpe von einem Elektro-Asynchronmotor. Der Moment-Drehzahl-Verlauf des Asynchronmotors ist ebenfalls auf dem beiliegenden Kurvenblatt dargestellt.



Gesucht:

1. Die Pumpendrehzahl **n**
2. Der Betriebspunkt der Pumpe: **Q, H, P,** η


H [m]
Pumpenkennlinien für n = 1500 U/min
25
20
15
10
5
0
H
η
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
0
50
100
Q [m³/h]
150


M [Nm]
Kennlinie des Elektro-Asynchronmotors (Stern-Schaltung)
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
500
1000
n [U/min]
1500

Lösung Beispiel 1 :

1.) Pumpendrehzahl

Verbraucher : H_V [m] = $1{,}28.10^{-3}.Q^2$, Q in [m^3/h]
Geschlossener Kreislauf $\Delta p = 0,\ \Delta z = 0$
Q annehmen, H_V berechnen,
Verbraucher H_V (Q) mit Pumpenkennlinie H_{PU} (Q) schneiden →

Betriebspunkt bei n* = 1500 U/min : $H_{PU} = H_V$

$H^* = 20$ m $Q^* = 125\ m^3/h$ $\eta^* = 0{,}84$

$$P^* = Q^* \cdot H^* \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{1}{\eta^*} = 8{,}11\ \text{kW} \qquad P^* = M^* \cdot \omega^* \rightarrow \qquad M^*_{PU} = 51{,}6\ \text{Nm}$$

Die Pumpendrehzahl ergibt sich bei : $M_{PU} = M_{MOTOR}$

Momentenbedarf der Pumpe in Abhängigkeit von der Drehzahl :

$$M_{PU} = M^*_{PU} \cdot \left(\frac{n}{n^*}\right)^2$$

Ähnliche Betriebspunkte zu * , da geschlossener Kreislauf
(Verbraucherparabel = Ähnlichkeitsparabel)

n annehmen, M_{PU} (n) berechnen
Momentenbedarf der Pumpe M_{PU} (n) mit der Motorkennlinie schneiden.
Das ergibt die gesuchte Pumpendrehzahl : → n = 1415 U/min

2.) Betriebspunkt der Pumpe bei n = 1415 U/min

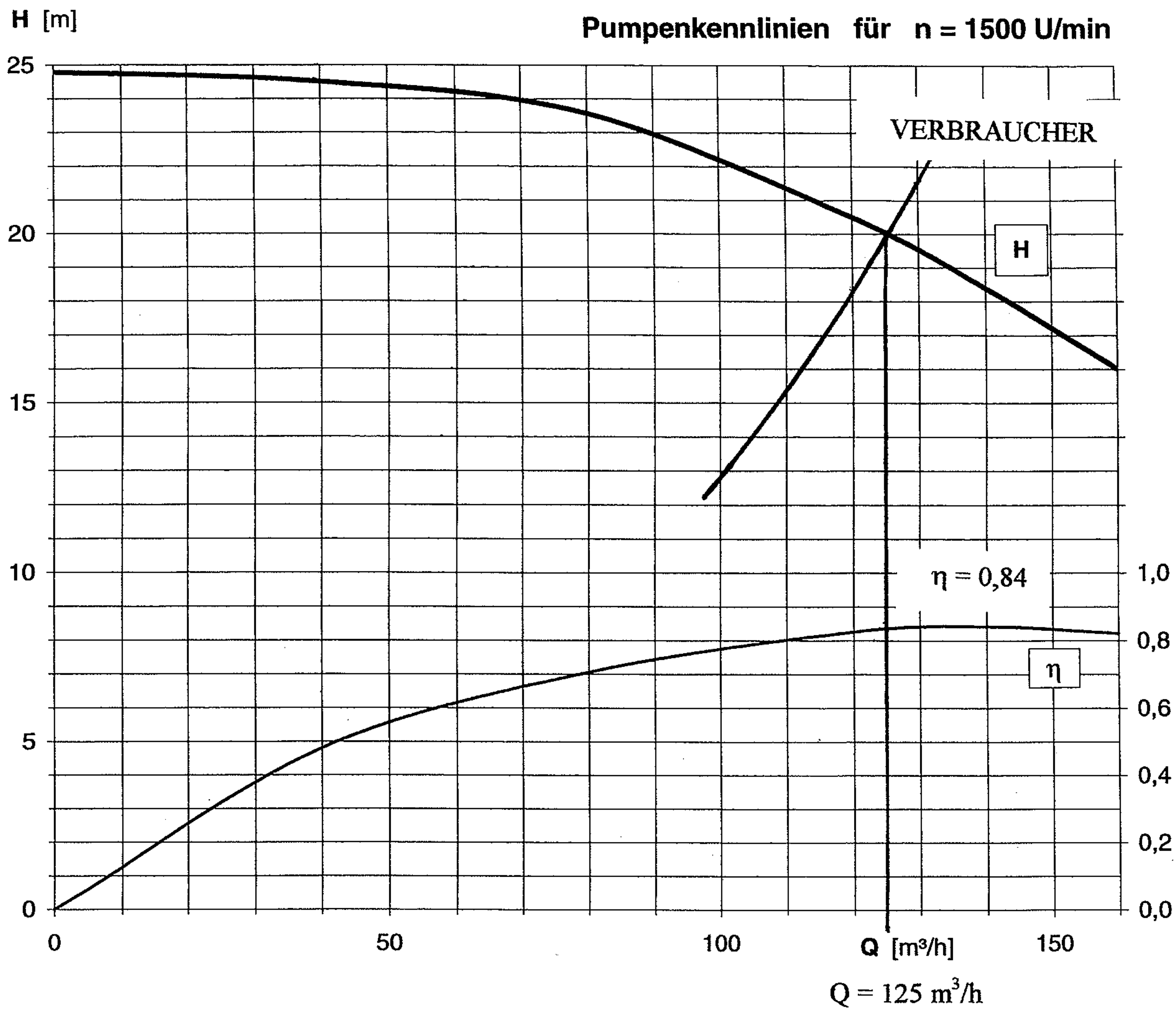
$$Q = Q^* \cdot \frac{n}{n^*} = 125 \cdot \frac{1415}{1500} = 117{,}9\ \frac{m^3}{h}$$

$$H = H^* \cdot \left(\frac{n}{n^*}\right)^2 = 20 \cdot \left(\frac{1415}{1500}\right)^2 = 17{,}8\ \text{m}$$

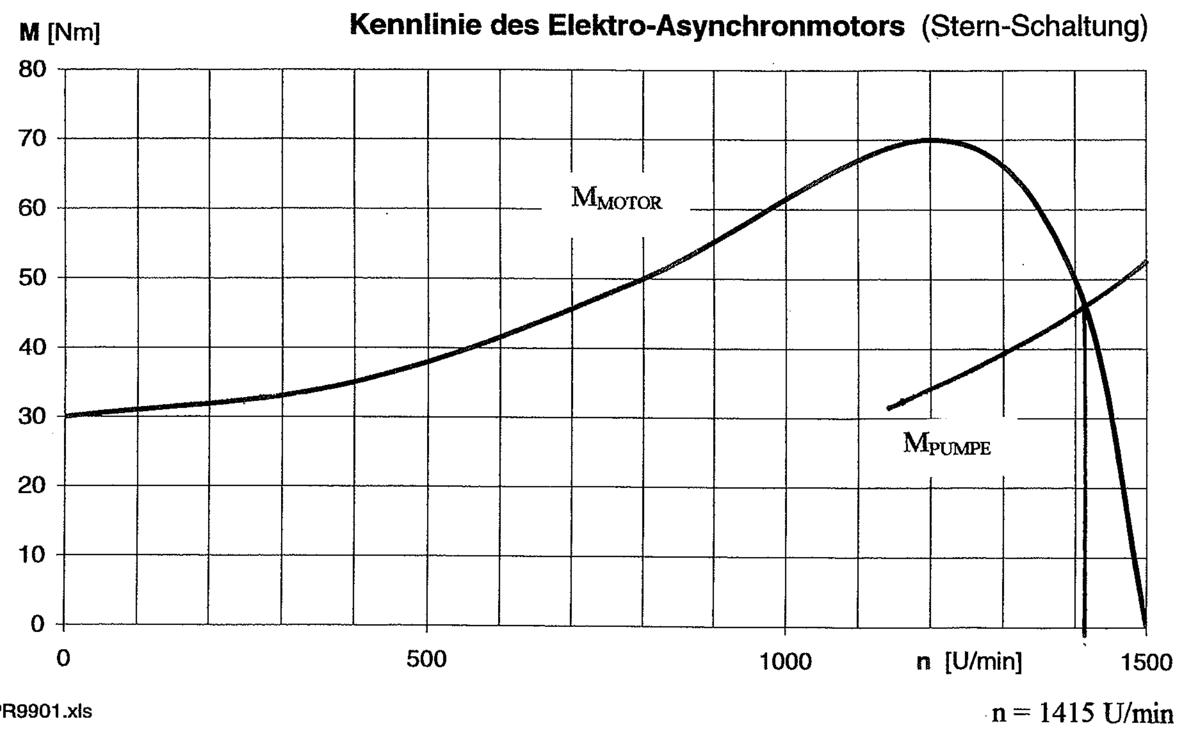
$$\eta = \eta^* = 0{,}84$$

$$P = P^* \cdot \left(\frac{n}{n^*}\right)^3 = 8{,}11 \cdot \left(\frac{1415}{1500}\right)^3 = 6{,}81\ \text{kW}$$

Wegen des geschlossenen Kreislaufes mit rein quadratischem Verbraucher ($H_V = k.Q^2$) ist der Betriebspunkt der Pumpe ähnlich zum bereits gefundenen Betriebspunkt * bei n* = 1500 U/min.
(Verbraucherparabel = Ähnlichkeitsparabel)



H [m]
Pumpenkennlinien für n = 1500 U/min
25
20
15
10
5
0
VERBRAUCHER
H
η = 0,84
η
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
0
50
100
Q [m³/h]
150
Q = 125 m³/h



M [Nm]
Kennlinie des Elektro-Asynchronmotors (Stern-Schaltung)
80
70
60
50
40
30
20
10
0
M MOTOR
M PUMPE
0
500
1000
n [U/min]
1500
n = 1415 U/min

PR9901.xls

I N S T I T U T F Ü R	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftliche Prüfung: Strömungsmaschinen 15. März 1999

2. Beispiel: Trinkwasser-Transportleitung

Eine Trinkwasser-Transportleitung ist im Laufe des langjährigen Betriebes innen stark korrodiert und verkrustet. Die Lieferfähigkeit ist soweit zurückgegangen, daß ein Austausch der Leitung erforderlich wird.
Die Leitung wird ohne Pumpe im freien Gefälle mit konstanter Fallhöhe betrieben. Wegen der großen Leitungslänge sind die Verluste am Ein- und Austritt sowie in den Armaturen und Formstücken gegenüber den Rohrreibungsverlusten klein, sodaß sie für erste Überlegungen vernachlässigt werden sollen.

Derzeitige maximale Lieferfähigkeit	$Q = 100\ m^3/h$
Rohrinnendurchmesser	$D = 150\ mm$
Fallhöhe	$\Delta z = 160\ m$
Leitungslänge	$L = 5000\ m$
Kinematische Zähigkeit des Wassers	$\nu = 1{,}3 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$

Gesucht:

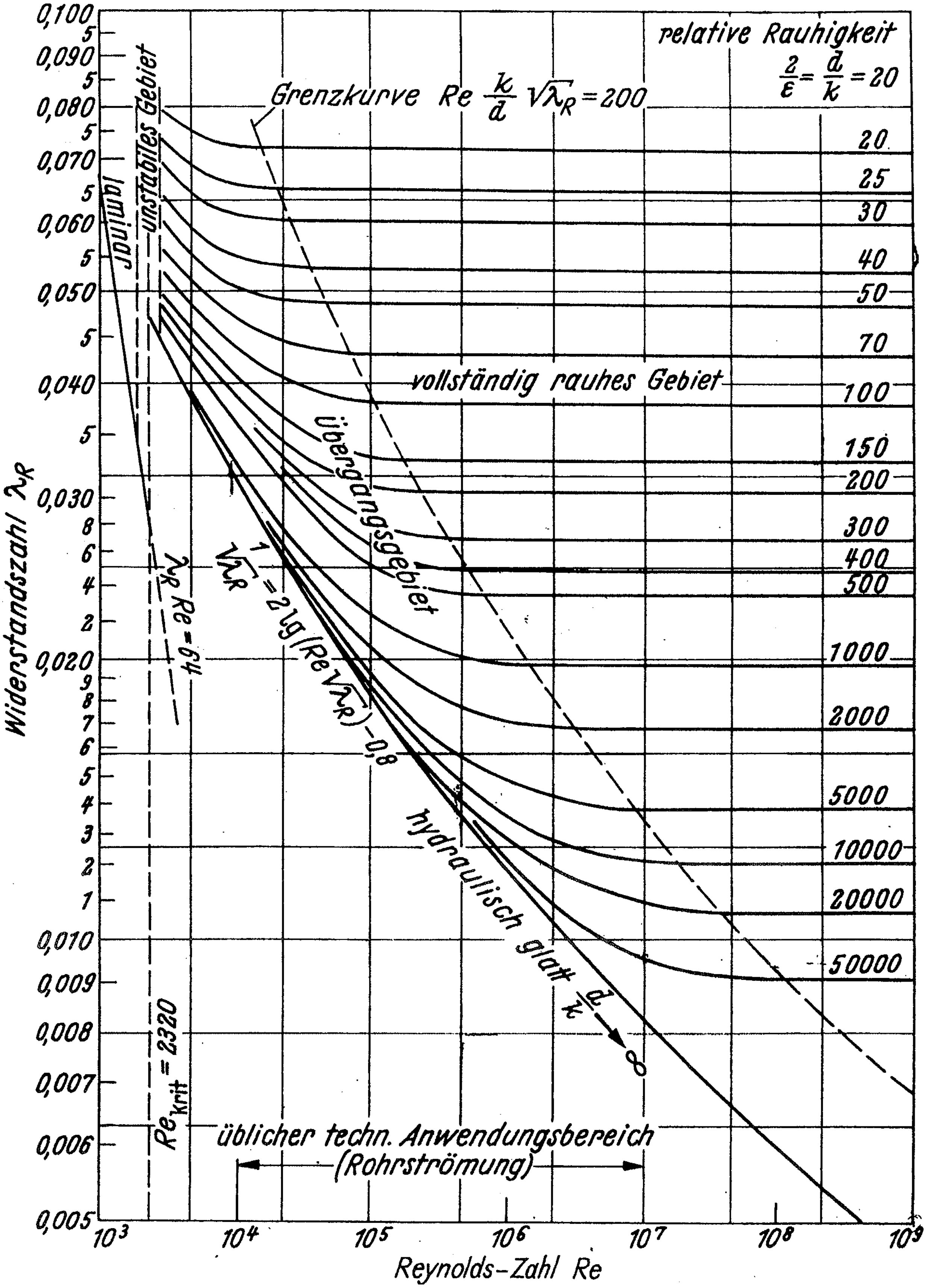
1. Welche maximale Lieferfähigkeit kann mit einer neuen Rohrleitung gleichen Durchmessers bestenfalls erreicht werden?

   Welche Forderung muß die Rohrbeschaffenheit erfüllen?

2. Welcher Rohrinnendurchmesser ist für eine neue Leitung zu wählen, damit sie auch nach langjährigem Betrieb mit einer Rauigkeit von 1,5 mm eine Lieferfähigkeit von $Q = 200\ m^3/h$ behält?

3. Welche Pumpenförderhöhe bzw. Pumpenantriebsleistung ($\eta_{PU}=0{,}8$) wäre erforderlich, um mit der alten verkrusteten Rohrleitung $Q = 200\ m^3/h$ zu erreichen?

FÜR GENAUES EINTRAGEN BZW. ABLESEN
LOGARITHMISCHE ACHSENTEILUNGEN BEACHTEN



Lösung Beispiel 2 :

1.) Maximale Lieferfähigkeit mit neuer Rohrleitung

Energiebilanz : $\Delta z = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$ (1)

bestenfalls : hydraulisch glatte Rohrleitung mit :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg\left(Re \cdot \sqrt{\lambda}\right) - 0{,}8 \qquad (2)$$

$$Re = \frac{c \cdot D}{\nu} \qquad (3)$$

aus (1) folgt : $\sqrt{\lambda} = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta z \cdot \frac{D}{L}}$ (4)

(3) und (4) in (2) eingesetzt und nach c aufgelöst, ergibt :

$$c = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta z \cdot \frac{D}{L}} \cdot \left[2 \cdot \lg\left(\frac{D}{\nu} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta z \cdot \frac{D}{L}} \right) - 0{,}8 \right]$$

$\rightarrow$ $c = 2{,}55$ m/sec $\rightarrow$ $Q = 162\ m^3/h$

Alternative Lösung : **iterativ**

λ schätzen, $\rightarrow$ c aus Glg. (1) ,$\rightarrow$ Re aus Glg. (3) $\rightarrow \lambda$
Vorgang solange wiederholen, bis λ mit $\lambda_{SCHÄTZUNG}$ ausreichend genau übereinstimmt.

Erforderliche Rohrbeschaffenheit : **hydraulisch glatt**

$$Re = \frac{c \cdot D}{\nu} = \frac{2{,}55 \cdot 0{,}15}{1{,}3 \cdot 10^{-6}} = 2{,}94 \cdot 10^5 \quad \rightarrow \quad \lambda_{hydr.glatt} = 0{,}01452$$

$$\lambda_{\frac{d}{k}} = \lambda_{hydr.glatt} \quad \rightarrow \quad \frac{d}{k} \geq \text{ca. } 20000 - 50000$$

Kontrolle : $\Delta z = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = 160{,}4$ m (Soll $\Delta z = 160$ m)

2.) Durchmesser D für : k = 1,5 mm, Q = 200 m³/h

$$\Delta z = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot \left(\frac{D^2 \cdot \pi}{4} \right)^2}$$

$$\rightarrow \qquad D = \left[\frac{8 \cdot \lambda \cdot L}{g \cdot \Delta z} \cdot \left(\frac{Q}{\pi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{5}} \qquad (5)$$

Geschätzt : $D = 180$ mm $\rightarrow$ $D/k = 120$, $Re \approx 3.10^5$
$\rightarrow$ $\lambda = 0{,}035$ aus (5) $\rightarrow$ $D = 195$ mm
$D = 195$ mm $\rightarrow$ $D/k = 130$, $Re = 2{,}8.10^5$
$\rightarrow$ $\lambda = 0{,}034$ aus (5) $\rightarrow$ **D = 193,5 mm**

Kontrolle : $c = 1{,}89$ m/sec, $Re = 2{,}8.10^5$ $D/k = 129$ $\rightarrow$ $\lambda = 0{,}034$
$\rightarrow$ $\Delta z = 160{,}0$ m

3.) Pumpenförderhöhe, Pumpenantriebsleistung

Alte verkrustete Rohrleitung **ohne Pumpe** ($Q = 100$ m³/h)

aus (1) $\rightarrow$ $$\lambda = \frac{\Delta z}{\left(\frac{L}{D}\right) \cdot \left(\frac{c^2}{2 \cdot g}\right)} = 0{,}0381$$

$$Re = \frac{c \cdot D}{\nu} = 1{,}81 \cdot 10^5$$

Damit folgt aus dem λ - Diagramm : $D/k = 100$ $\rightarrow$ $k = 1{,}5$ mm

Mit Pumpe : $Q = 200$ m³/h, $\rightarrow$ $Re = 3{,}62.10^5$
$\rightarrow$ $\lambda = 0{,}0381$ = konst., da schon bei $Q = 100$ m³/h
im vollständig rauhen Gebiet.

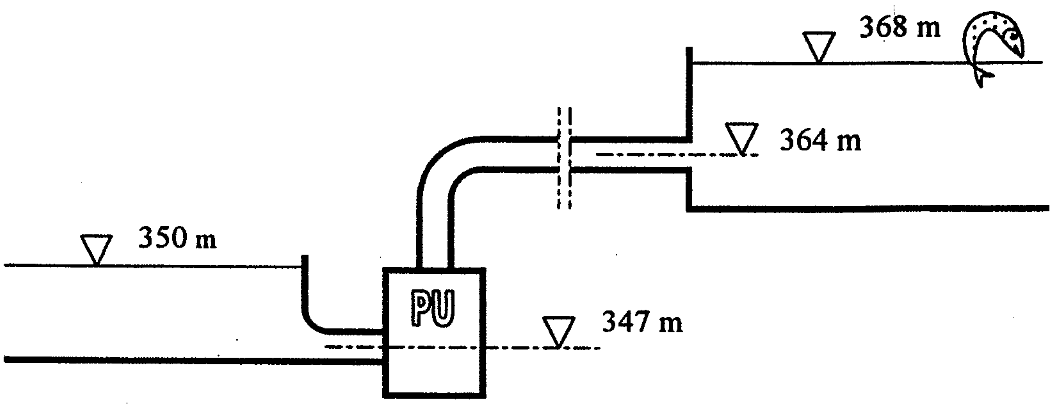
Energiebilanz : $$\Delta z + H_{PU} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} \qquad \rightarrow \qquad H_{PU} = 480 \text{ m}$$

$$P = Q \cdot H \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{1}{\eta} \qquad \rightarrow \qquad P = 327 \text{ kW}$$

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 17. 5. 1999 Matrikelnummer:

1.Aufgabe:

PROJEKT EINER TRINKWASSERANLAGE



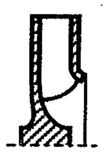
Durch eine 3500 m lange Rohrleitung (d=430mm, Rauhtiefe k=0.2mm) soll eine Pumpe stündlich mindestens 2000m^3 Wasser aus einem offenen Becken in einen Hochbehälter fördern. Anlagedaten laut Skizze. Einlauf-und Krümmerverluste sind vernachlässigbar klein.

Aus den vier angebotenen Laufradurchmessern des Kennlinienblattes ist der günstigste auszuwählen.

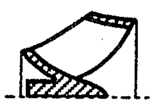
1) Welcher Betriebspunkt stellt sich ein ?

2) Wie beeinflusst eine Vergrößerung des Rohrleitungsdurchmessers um 20 mm die Wahl der Pumpe und damit die Förderkosten bei durchlaufendem Betrieb über einen Zeitraum von 10 Jahren ?
Der Wirkungsgrad des elektrischen Antriebsmotors ist mit 0.97, der Stromtarif mit 1 S/kWh anzusetzen.

3) Um welchenTyp handelt es sich wohl bei der hier angebotenen Pumpe ?

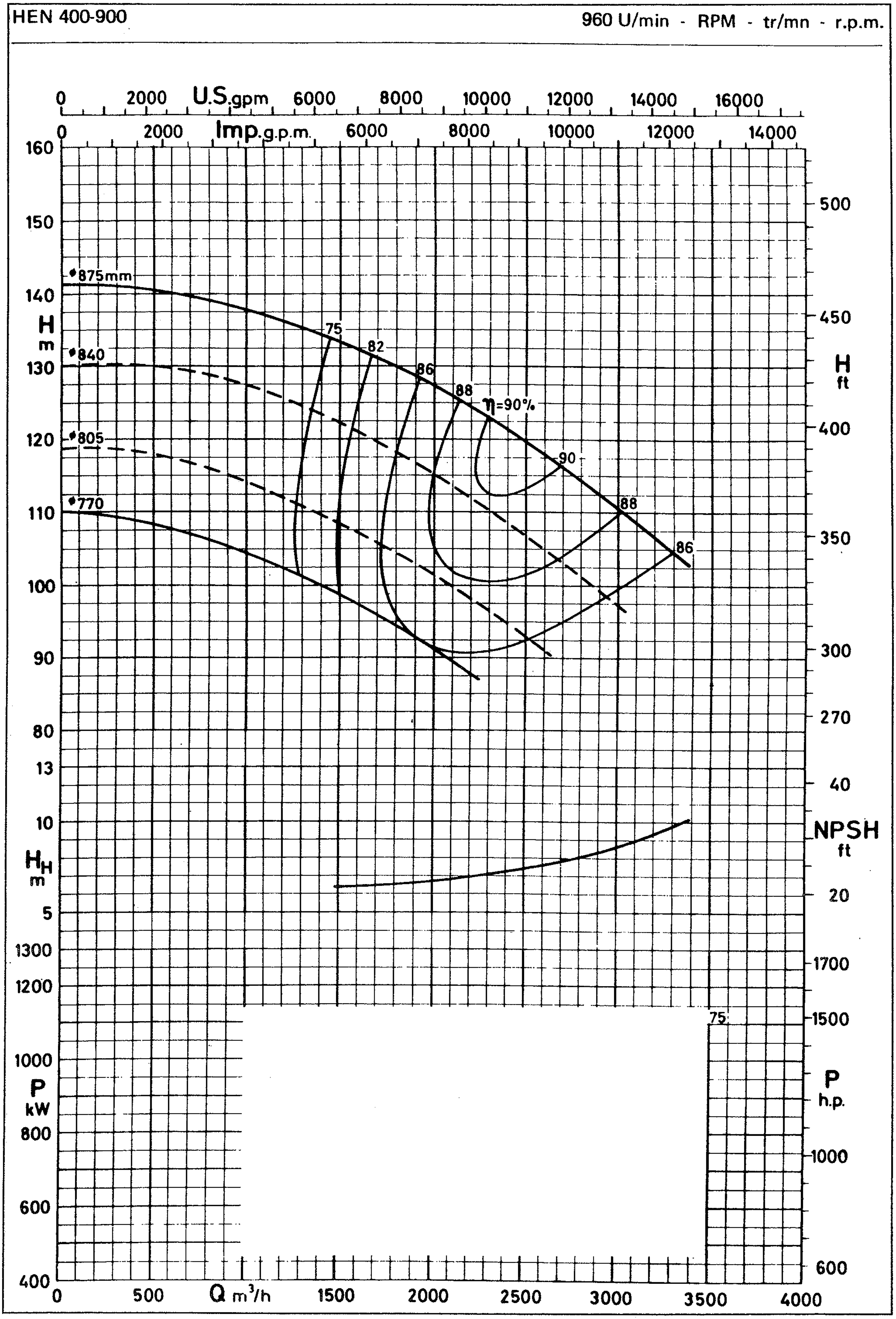


radial

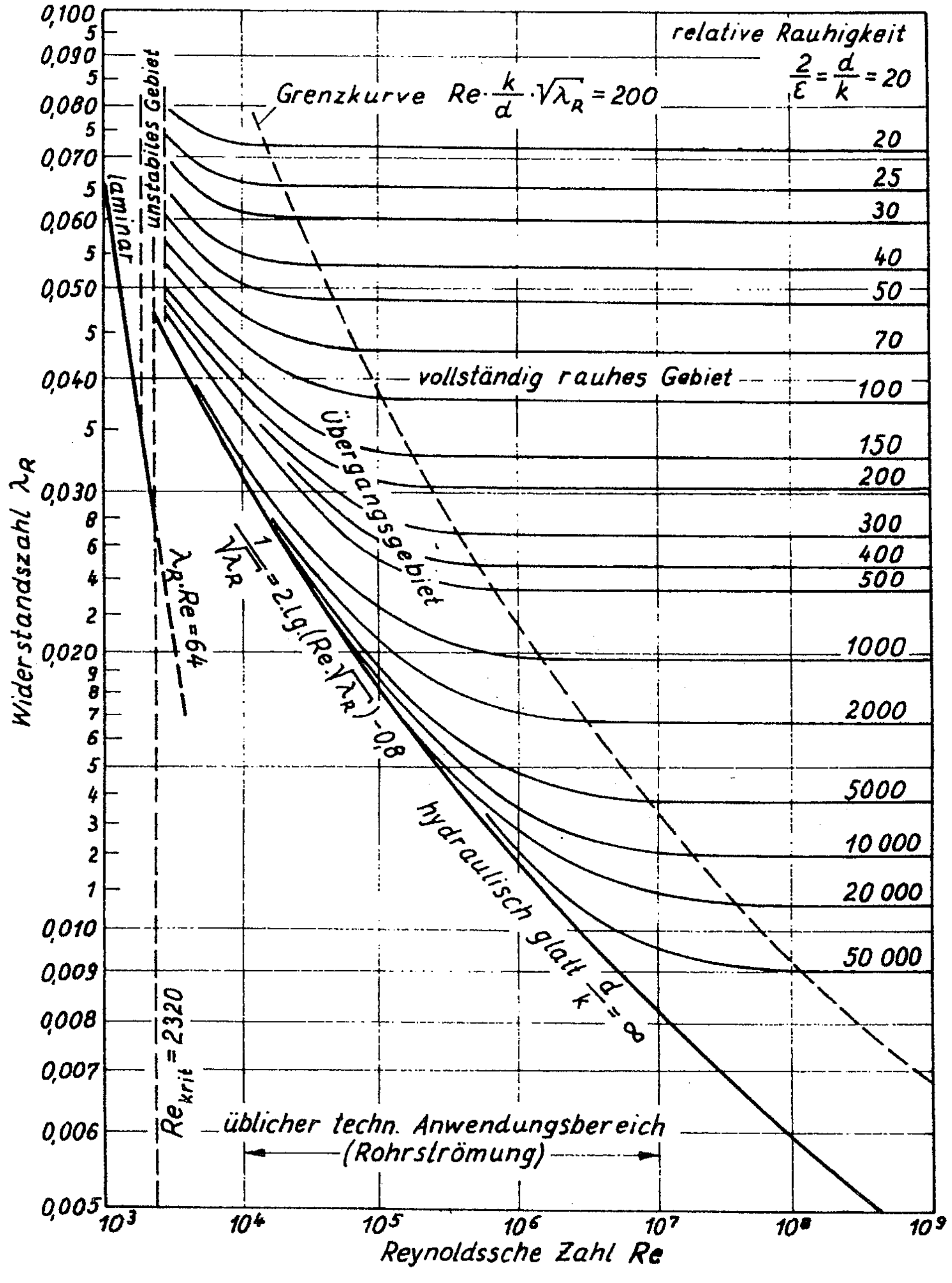


halbaxial

axial



HEN 400-900
960 U/min - RPM - tr/mn - r.p.m.
U.S.gpm
0 2000 6000 8000 10000 12000 14000 16000
Imp.g.p.m.
0 2000 6000 8000 10000 12000 14000
H m
160 150 140 130 120 110 100 90 80
ø875mm
ø840
ø805
ø770
75 82 86 88 η=90% 90 88 86
H ft
500 450 400 350 300 270
13 10 5
H_H m
NPSH ft
40 20
P kW
1300 1200 1000 800 600 400
75
P h.p.
1700 1500 1000 600
Q m³/h
0 500 1500 2000 2500 3000 3500 4000



Widerstandsformel nach Prantl - Colebrook

(aus Richter, Rohrhydraulik)

Lösung Beispiel 1 :

1.) Betriebspunkt

$Q = 2000\ m^3/h,\quad d = 430\ mm \quad\rightarrow\quad Re = 1{,}65.10^6 \quad (\nu = 1.10^{-6}\ m^2/sec)$

$d/k = 2150 \quad\rightarrow\quad \lambda = 0{,}0165$

$$h_v = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} + \frac{c^2}{2 \cdot g} \quad\rightarrow\quad h_v = 2{,}52 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2 \qquad Q\left[\frac{m^3}{h}\right]$$

$h_{geod} = 368 - 350 = 18\ m$

$$H_{PU\,erf} = H_{VERBR} = h_{geod} + h_v = 18 + 2{,}52.10^{-5}.Q^2 \qquad Q\left[\frac{m^3}{h}\right]$$

Q annehmen, H_{VERBR} berechnen, mit Pumpenkennlinie 875 mm schneiden

$\rightarrow$ **D = 875 mm, Q = 2070 m³/h, H = 126,25 m, η = 0,875**

2.) Vergrößerung des Rohrleitungsdurchmessers auf 450 mm

$Q = 2000\ m^3/h,\quad d = 450\ mm$

Rechenvorgang **Pkt. 1.)** mit d = 450 mm wiederholen

$\rightarrow\quad h_v = 2{,}01.10^{-5}.Q^2$

$\rightarrow\quad H_{PU\,erf} = H_{VERBR} = h_{geod} + h_v = 18 + 2{,}01.10^{-5}.Q^2$

$\rightarrow$ **D = 805 mm, Q = 2030 m³/h, H = 101 m, η = 0,875**

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{1000 \cdot \eta_{PU} \cdot \eta_{MOTOR}} \quad\rightarrow\quad P_{D=875\,mm} = 839{,}05\ kW,\ P_{D=805\,mm} = 658{,}27\ kW$$

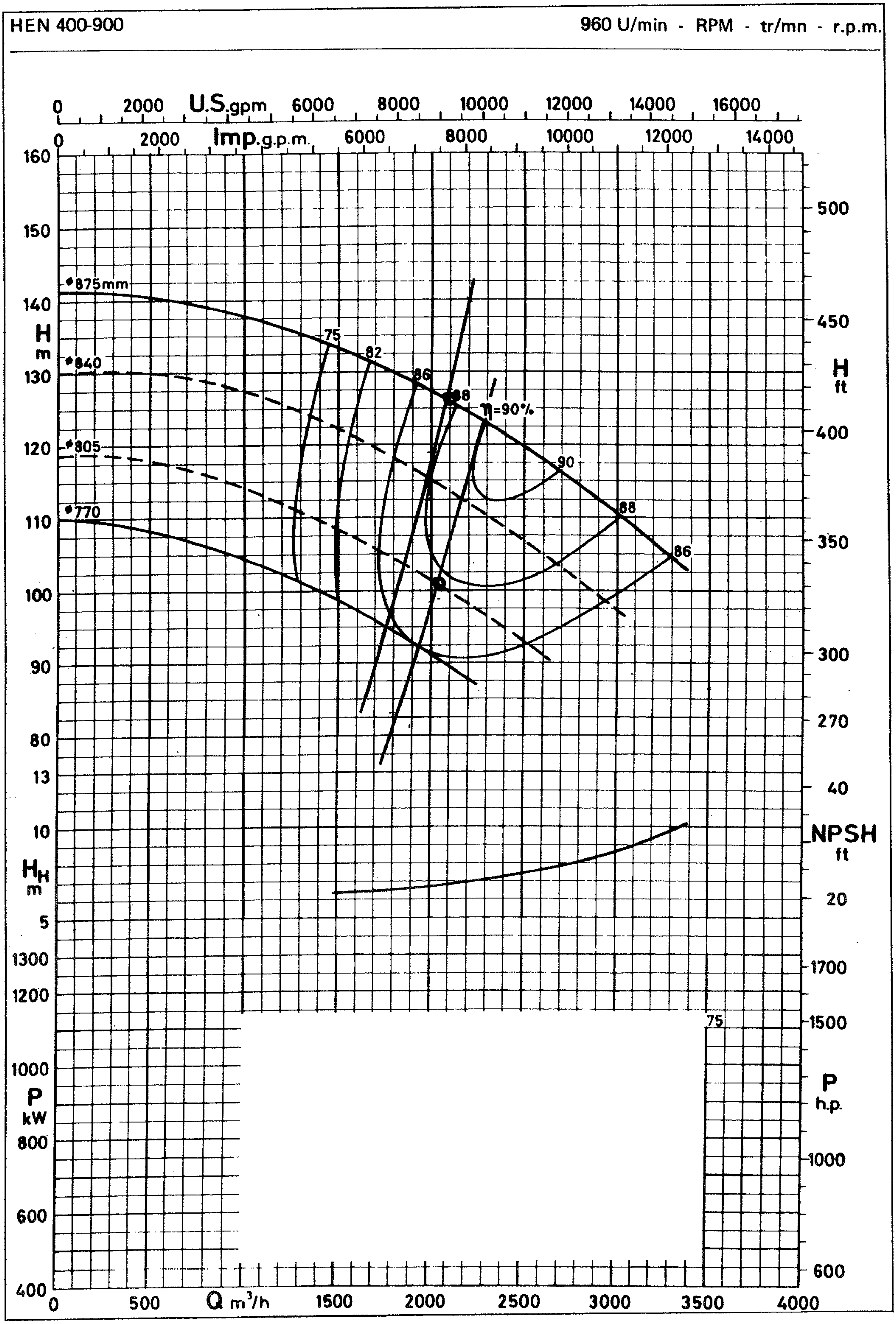
839,05.24.365 = 7350079,1 kWh
658,27.24.365 = 5766446,1 kWh

Differenz = 1583633 kWh / Jahr

$\rightarrow$ in 10 Jahren 15836330 S

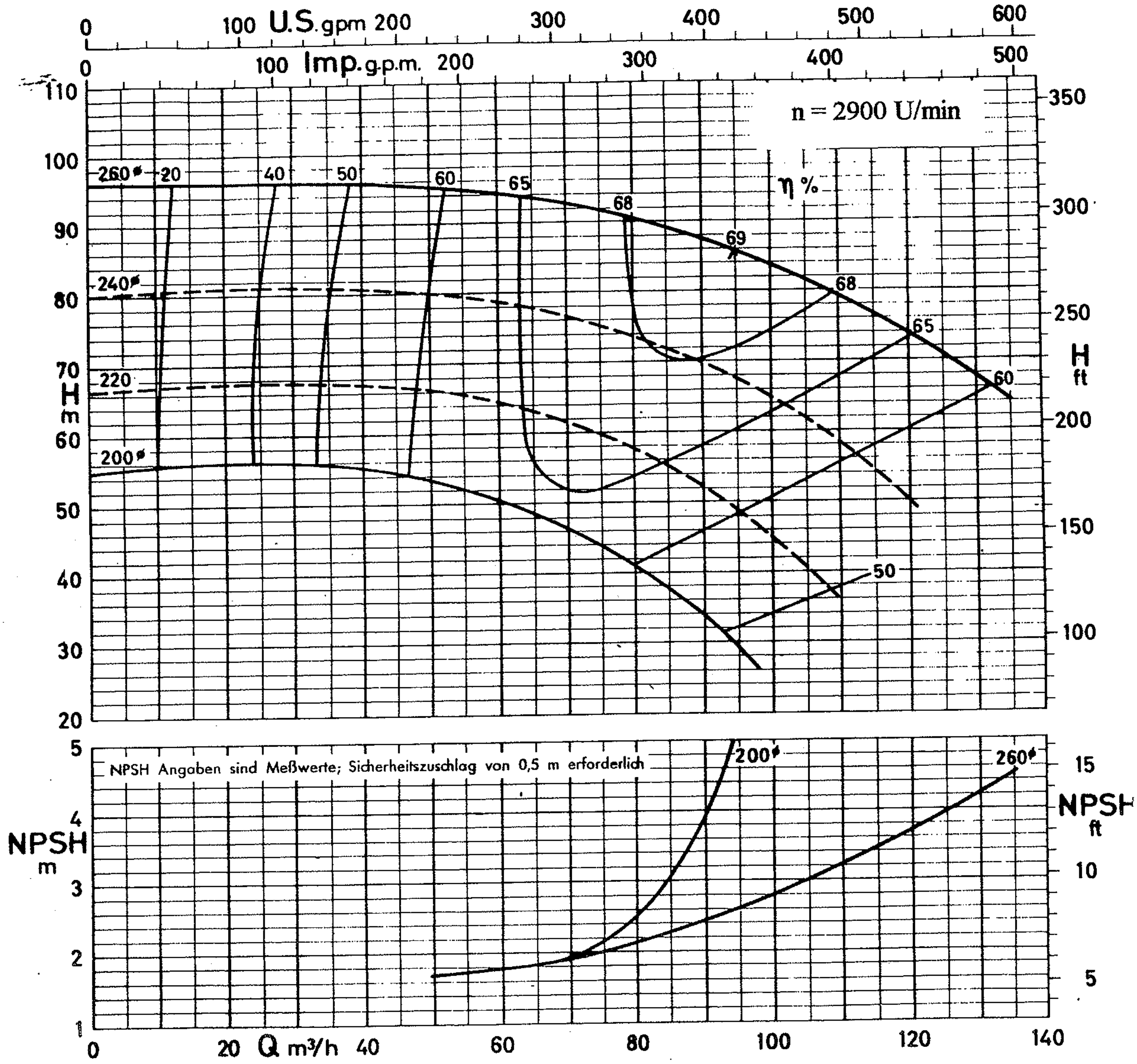
3.) Pumpentyp

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} = 960 \cdot \frac{\left(\frac{2500}{3600}\right)^{\frac{1}{2}}}{120^{\frac{3}{4}}} = 22 \quad\rightarrow\quad \text{radial}$$


HEN 400-900
960 U/min - RPM - tr/mn - r.p.m.
U.S.gpm
0
2000
6000
8000
10000
12000
14000
16000
Imp.g.p.m.
0
2000
6000
8000
10000
12000
14000
H
m
160
150
140
130
120
110
100
90
80
H
ft
500
450
400
350
300
270
ϕ875mm
ϕ840
ϕ805
ϕ770
75
82
86
88
η=90%
90
88
86
13
10
H_H
m
5
40
NPSH
ft
20
1300
1200
1000
P
kW
800
600
400
1700
1500
P
h.p.
1000
600
75
Q m³/h
0
500
1500
2000
2500
3000
3500
4000

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum: 17. 5. 1999
	Matrikelnummer:

2.Aufgabe:



Die hydraulischen Eigenschaften einer Pumpe (D= 260mm, n = 2900 U/min) sind in diesem Diagramm als Kennlinie mit den dazugehörigen Wirkungsgradwerten dargestellt. Die weiteren Kennlinien für durch Abdrehen reduzierte Laufraddurchmesser sind hier nicht von Belang.

Zu ermitteln sind:

Drehzahl und Durchmesser einer ähnlichen Pumpe, die den **Betriebspunkt** **$Q = 350\ m^3/h$** **$H = 32\ m$**

a) mit optimalem Wirkungsgrad erreicht

b) mit möglichst gutem Wirkungsgrad erreicht <u>und mit einer Synchrondrehzahl</u> läuft.

Lösung Beispiel 2 :

a.) Drehzahl, Durchmesser für optimalen Wirkungsgrad

Kennlinie , η_{opt} : $Q = 95\ m^3/h$, $H = 86\ m$, $n = 2900\ U/min$

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \quad \rightarrow \quad n_q = 16{,}68$$

Betriebspunkt : $Q = 350\ m^3/h$, $H = 32\ m$

für $n_q = 16{,}68 \rightarrow$

$$n = n_q \cdot \frac{H^{\frac{3}{4}}}{Q^{\frac{1}{2}}} \quad \rightarrow \quad n = 719{,}8\ U/min$$

$$\psi_{KENNL} = \frac{2 \cdot g \cdot H}{u^2} = 7156{,}52 \cdot \frac{H}{D^2 \cdot n^2} = 1{,}08$$

$$\psi_{KENNL} = \psi_{AUSFÜHRUNG} : \rightarrow D_{AUSFÜHRUNG} = \sqrt{\frac{7156{,}52 \cdot H}{\psi \cdot n^2}} = 0{,}639$$

$\rightarrow$ $D = 0{,}639\ m$, $n = 719{,}8\ U/min$

b.) Drehzahl, Durchmesser für möglichst guten Wirkungsgrad und Synchrondrehzahl

nächste Synchrondrehzahl : $n_{Syn} = 750\ U/min$

$$n_q = 750 \cdot \frac{\left(\frac{350}{3600}\right)^{\frac{1}{2}}}{32^{\frac{3}{4}}} = 17{,}38 = 2900 \cdot \frac{\left(\frac{Q}{3600}\right)^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}}$$

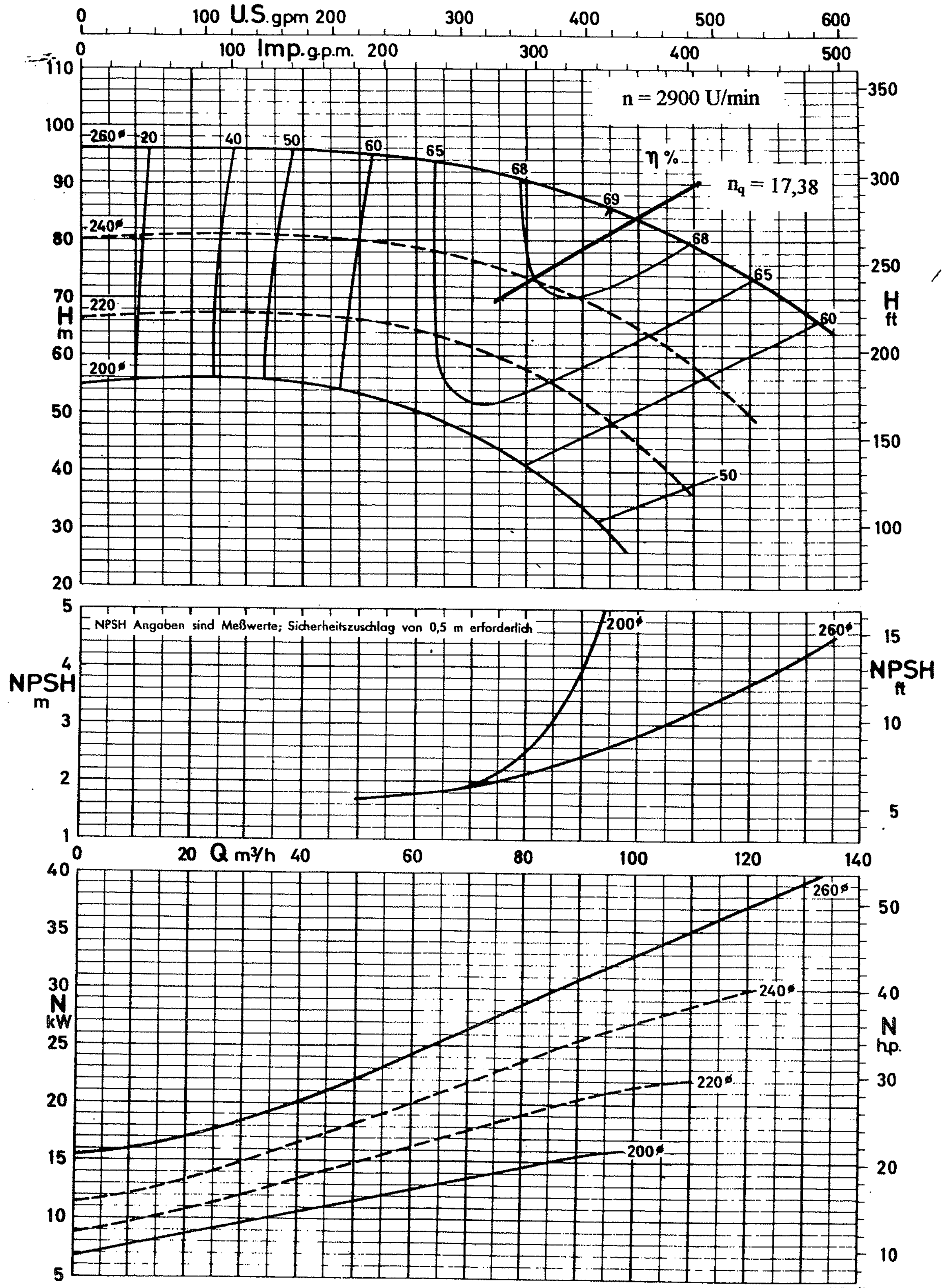
$$\rightarrow \quad Q\left[m^3/h\right] = \left(\frac{17{,}38}{2900}\right)^2 \cdot 3600 \cdot H^{\frac{3}{2}} \quad \rightarrow \quad Q = 0{,}1293 \cdot H^{\frac{3}{2}}$$

H annehmen, Q berechnen.
Auf dieser Kurve liegen alle Q-H-Zuordnungen, die mit $n = 750\ U/min$
$n_q = 17{,}38$ ergeben.

Schnittpunkt : $H = 84\ m$, $Q = 99{,}55\ m^3/h$, $\eta = 68{,}6\ \%$

$$\psi_{KENNLINIE} = \psi_{AUSFÜHRUNG} \quad \rightarrow \quad D_A{}^2 = \frac{32 \cdot 0{,}26^2 \cdot 2900}{84 \cdot 750^2}$$

$\rightarrow$ $D_A = 0{,}621\ m$, $n = 750\ U/min$



R 2721.452/294/2

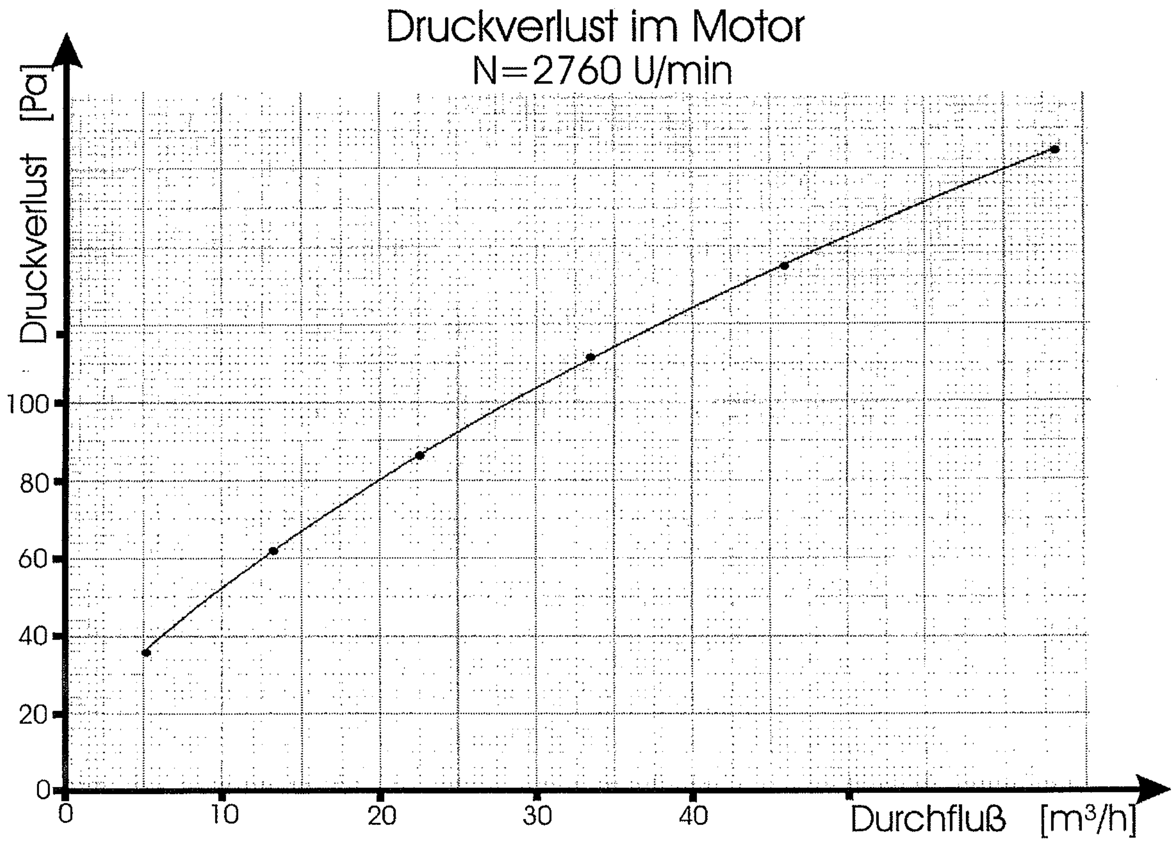
Laufrad	260–200 mm Ø	Breite	13 mm	Zeichnungs-Nr.	W 150 171	Modell-Nr.	Z 38 106	Kennlinien Nr.	K 18 124
Impeller	260–200 mm Ø	Width	13 mm	Drawing No.	W 150 171	Design No.	Z 38 106	Performance curve No.	K 18 124
Roue	260–200 mm Ø	Largeur	13 mm	Dessin Nr.	W 150 171	Modele-Nr	Z 38 106	Courbes caractéristiques Nr.	K 18 124
Rodete	260–200 mm Ø	Anchura	13 mm	Dibujo nº	W 150 171	Modelo nº	Z 38 106	Curvas caracteristicas nº	K 18 124

KSB R 2721.452/294/2

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 11. Juni 1999**	Name: Matr. Nr.:

Beispiel 1: **Lüfterauslegung** Sad

Eine neue Generation elektrisch betriebener Rasenmäher erfordert die Neukonstruktion des Antriebsmotors. Der Lüfter dieses Motors muß so ausgelegt werden, daß im Vollastbetrieb für eine ausreichende Kühlung der Kupferwicklungen gesorgt ist.
Messungen am Prototyp des Motors bei Vollast (siehe Diagramm) ergaben, daß ein Durchsatz von $Q = 20$ m³/h erforderlich ist, diese Kühlleistung zu erbringen.

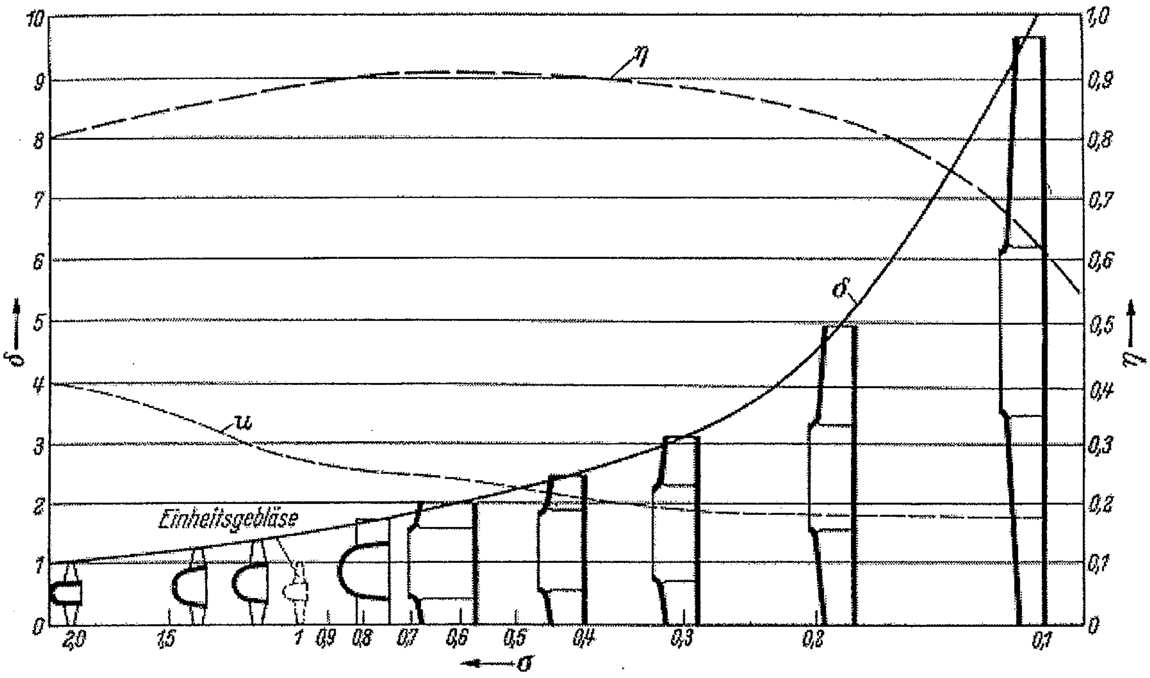


Messung am Motor unter Vollast

Es soll eine geeignete Bauform für das Laufrad gefunden, sowie dessen geometrische Maße bestimmt werden (d_1, d_2, b_1, b_2, β_1, β_2, z). Die Geschwindigkeitsdreiecke sind zu skizzieren.

β_1 und daraus d_1 sind so zu wählen, daß die in der Fachliteratur als Empfehlungen angegebenen Anhaltswerte $\beta_1 \le 35{,}5°$ und $\frac{d_1}{d_2} \ge 1{,}194 \cdot \sqrt[3]{\varphi}$ eingehalten werden.

Vereinfachend sei angenommen, daß der absolute Eintrittswinkel $\alpha_1 = 90°$, die Austrittskantenlänge $b_2 = 0{,}2 \cdot d_1$ und das Verhältnis von axialem Zulaufquerschnitt zu Ringquerschnitt am Schaufelanfang gleich 1 ist.



Eintragung der verschiedenen Bautypen in das δ-σ Diagramm

Sonstige benötigte Formeln:

Schnellaufzahl $\sigma = \frac{n_q}{157{,}8} = \frac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}}$

Durchmesserkennwert $\delta = 1{,}865 \cdot d_2 \sqrt[4]{\frac{H}{Q^2}}$

Schaufelanzahl $z = \frac{4 \cdot \pi}{1{,}5} \cdot \frac{\sin \beta_2}{\left(1 - \frac{d_1}{d_2}\right)}$

Dichte der Luft $\rho_{Luft} = 1{,}2 \, {}^{kg}/_{m^3}$

Lösung Beispiel 1 :

Bauform, geometrische Abmessungen, Geschwindigkeitsdreiecke

Betriebspunkt : $Q = 20\ m^3/h = 5{,}55.10^{-3}\ m^3/sec$

Aus Diagramm $\rightarrow$ $\Delta p = 80\ Pa$
$n = 2760\ U/min$

Förderhöhe $H = \dfrac{\Delta p}{\rho \cdot g}$ mit $\rho_{Luft} = 1{,}2\ kg/m^3$ $\rightarrow$ $H = 6{,}796\ m$

Spezifische Drehzahl $n_q = n \cdot \dfrac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}}$ $\rightarrow$ $n_q = 48{,}876$

Schnellaufzahl $\sigma = \dfrac{n_q}{157{,}8}$ $\rightarrow$ $\sigma = 0{,}31$

Aus δ - σ - Diagramm folgt Durchmesserkennwert $\rightarrow$ $\delta = 3$

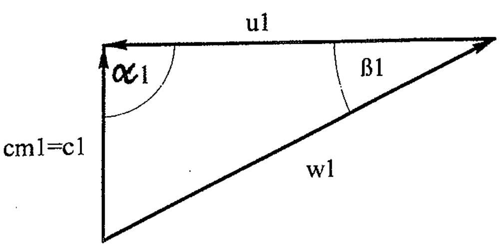
$\delta = 1{,}865 \cdot d_2 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{H}{Q^2}}$ $\rightarrow$ $d_2 = \dfrac{\delta}{1{,}865} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{Q^2}{H}}$ $\rightarrow$ $d_2 = 74{,}26\ mm$

Druckziffer $\psi = \dfrac{\Delta p}{\frac{\rho}{2} \cdot u_2^2}$ $\rightarrow$ $\psi = 1{,}158$

Förderziffer $\varphi = \dfrac{Q}{u_2 \cdot d_2^2 \cdot \frac{\pi}{4}}$ $\rightarrow$ $\varphi = 0{,}12$

Geometrieempfehlung : $\beta_1 \le 35{,}5\,°$, $\dfrac{d_1}{d_2} \ge 1{,}194 \cdot \sqrt[3]{\varphi} = 0{,}588$

Geschwindigkeitsdreieck am Eintritt



$$c_1 = \frac{Q}{d_1 \cdot \pi \cdot b_1} \qquad u_1 = \frac{d_1 \cdot \pi \cdot n}{60}$$

$$\tan\beta_1 = \frac{c_{m1}}{u_1} = \frac{c_1}{u_1} = \frac{60 \cdot Q}{d_1^2 \cdot \pi^2 \cdot n \cdot b_1}$$

Axialer Zulaufquerschnitt = Ringquerschnitt am Schaufelanfang

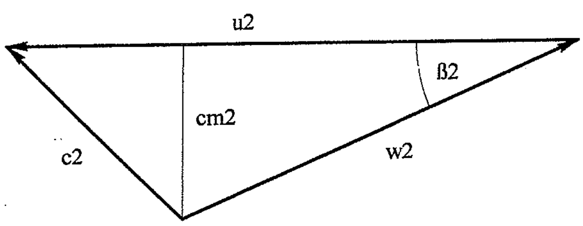
$$d_1^2 \cdot \frac{\pi}{4} = d_1 \cdot \pi \cdot b_1 \qquad \rightarrow \qquad b_1 = \frac{d_1}{4}$$

$$\tan\beta_1 = \frac{240 \cdot Q}{d_1^3 \cdot \pi^2 \cdot n} \qquad \rightarrow \qquad d_1 = \sqrt[3]{\frac{240 \cdot Q}{\pi^2 \cdot n \cdot \tan\beta_1}}$$

β_1 [°]	d_1 [mm]	d_1 / d_2	Bemerkung
35	41,194	0,555	scheidet als Lösung aus
30	43,930	0,592	
25	47,172	0,635	exemplarisch ausgewählt
20	51,234	0,690	

$$b_1 = \frac{d_1}{4} \qquad \rightarrow \qquad b_1 = 11{,}793 \text{ mm}$$

Geschwindigkeitsdreieck am Austritt



$$\tan\beta_2 = \frac{c_{m2}}{(u_2 - c_{u2})}$$

$$c_{m2} = \frac{Q}{d_2 \cdot \pi \cdot b_2}$$

$$b_2 = 0{,}2 \cdot d_1 = 9{,}434 \text{ mm}$$

$$\rightarrow \qquad c_{m2} = 2{,}524 \text{ m / sec}$$

Aus der Hauptgleichung $\Delta p = \rho.(u_2\, c_{u2} - u_1\, c_{u1})$
ergibt sich unter Heranziehung der Annahme eines näherungsweisen
radialen Eintritts ($\alpha_1 = 90°$, $c_{u1} = 0$)

$$c_{u2} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot u_2} \qquad \rightarrow \qquad c_{u2} = 6{,}212 \text{ m / sec}$$

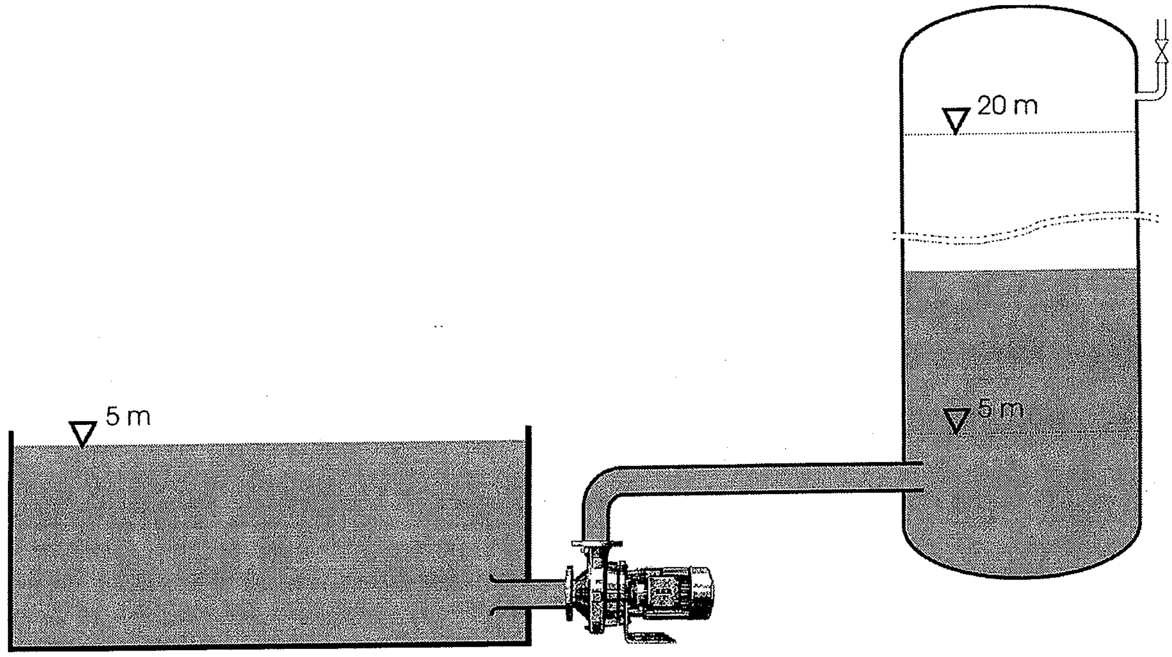
$$\beta_2 = \arctan\frac{c_{m2}}{(u_2 - c_{u2})} \qquad \rightarrow \qquad \beta_2 = 29{,}184°$$

Schaufelzahl :

$$z = \frac{4 \cdot \pi}{1{,}5} \cdot \frac{\sin\beta_2}{1 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right)} = 11{,}192 \qquad \rightarrow \qquad z = 11$$

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Name:
Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg	Matr. Nr.:
Schriftliche Prüfung 11. Juni 1999	

Beispiel 2: Wasserspeicher Sad

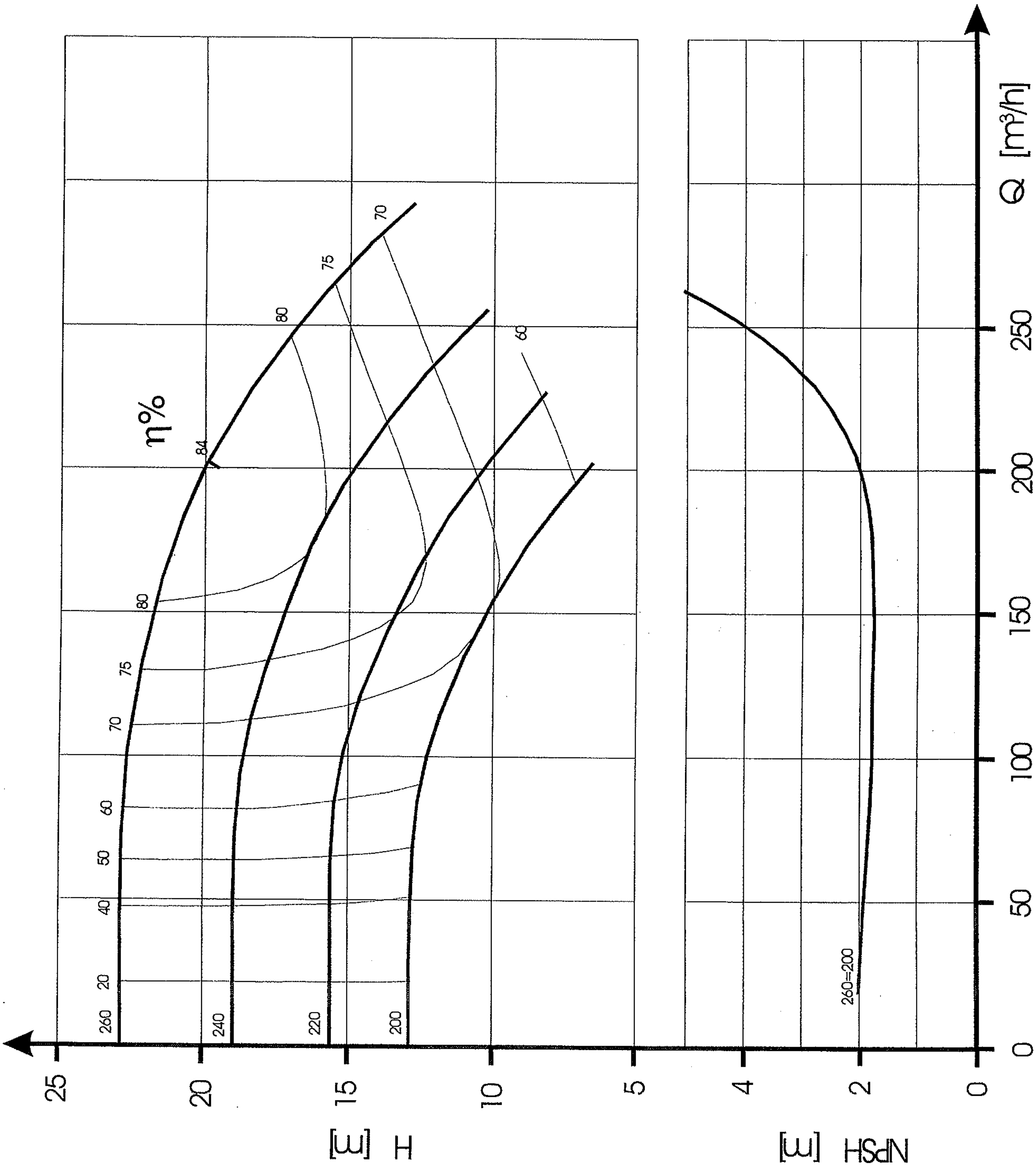


In der skizzierten Anlage fördert eine Pumpe (*D = 260 mm, Kennlinie liegt bei*) Wasser aus einem Becken mit konstantem Spiegel in einen zylindrischen Kessel von *2 m* Durchmesser.

Welche Zeit benötigt die Pumpe, um den Kessel von der Kote *5 m* bis zur Kote *20 m* zu füllen ? (die Anfahrzeit der Pumpe bleibt unberücksichtigt)

Der Kessel ist während des Füllvorganges belüftet, sodaß im Raum über dem Wasser Atmosphärendruck herrscht. Die Länge der Rohrleitung beträgt $l = 80$ m, ihr Durchmesser $d = 0.125$ m. Für die Verlustrechnung ist $\lambda = 0.04$ anzunehmen. Die Krümmer- und Einlaufverluste sind vernachlässigbar.

Pumpenkennlinie

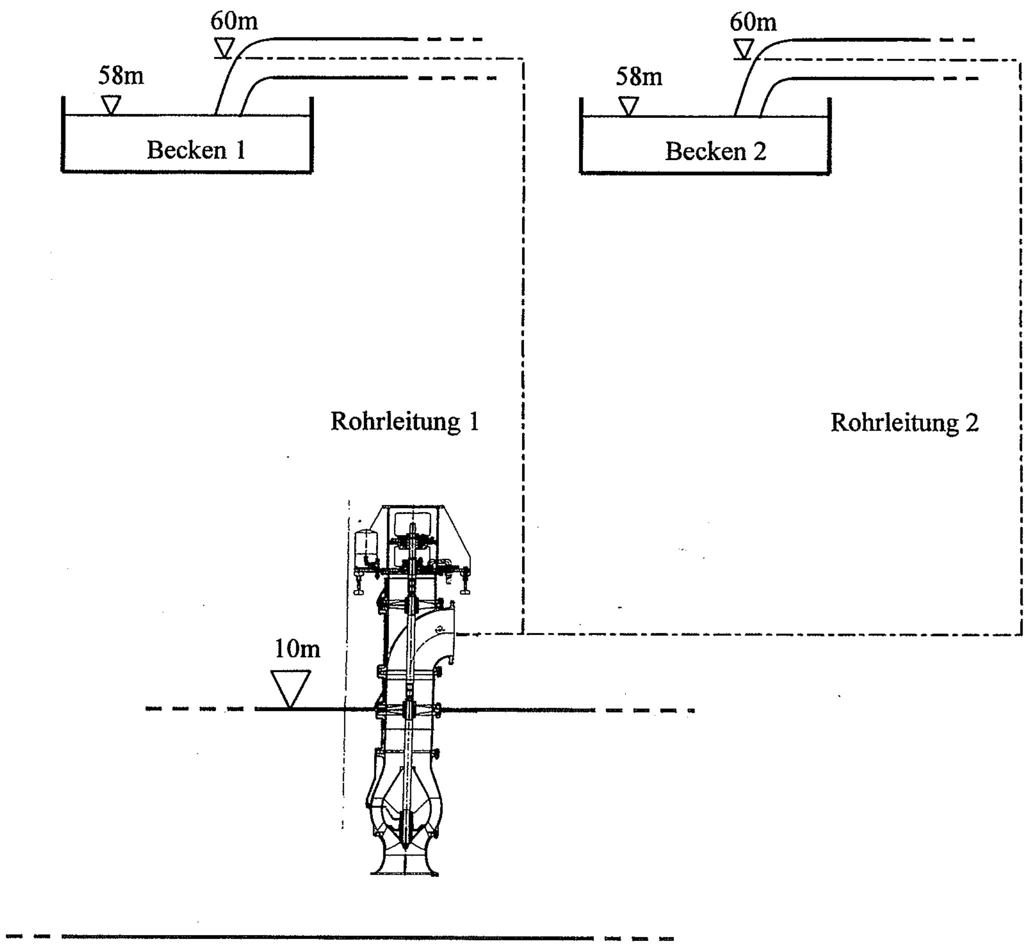


Lösung Beispiel 2 :

Siehe Beispiel 1 vom 26.1.1998

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 2. Juli 1999
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

PUMPE-ROHRLEITUNGSSYSTEM



Eine Pumpe deren Kennfeld vorliegt, fördert aus einem Becken mit konstant gehaltenem Spiegel Flüssigkeit mit einer Dichte ρ=1000kg/m^3 über 2 unterschiedliche Rohrleitungen in die beiden höher gelegenen Becken (siehe Skizze). Daten der Rohrleitung:

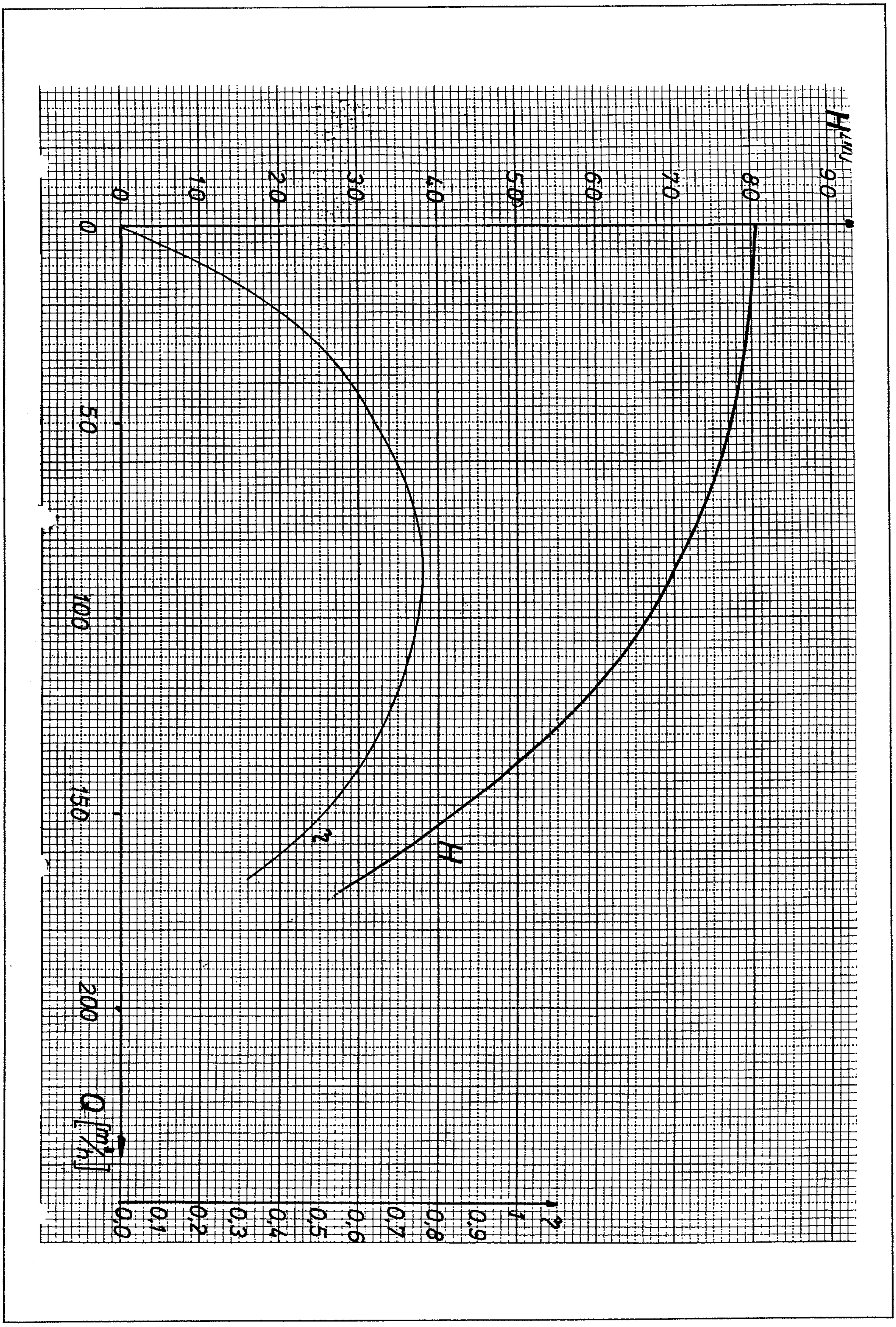
Rohrleitung 1: Länge l_1 = 300m; Durchmesser d_1 = 0,10 m und Rohrreibungszahl λ_1 = 0,03

Rohrleitung 2: Länge l_2 = 500m; Durchmesser d_2 = 0,12 m und Rohrreibungszahl λ_2 = 0,026

Die Verzweigung der Rohrleitung sitzt direkt am Pumpenaustritt. Die an der Verzweigung und in den Krümmern entstehenden Verluste können unberücksichtigt bleiben. Die Eintrittsverluste in die Pumpe sind bereits im Pumpendiagramm berücksichtigt.

a) Gefragt ist die erforderliche Pumpenantriebsleistung und die stündlich in jedes der beiden Becken strömende Flüssigkeitsmenge.

b) Bestimmen Sie den Betriebspunkt der sich einstellen würde, wenn die Pumpe durch Drehzahlsteuerung so betrieben wird, daß sie mit maximalem Wirkungsgrad arbeitet?


H [m]
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
Q [m³/h]
0
50
100
150
200
η
0,0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
H
η

Lösung Beispiel 1 :

Pumpenantriebsleistung, Fördermengen

Rohrleitung 1 :

$$h_{v1} = \left(\frac{\lambda_1 \cdot l_1}{d_1} + 1\right) \cdot \frac{c_1^{\,2}}{2 \cdot g} = \left(\frac{\lambda_1 \cdot l_1}{d_1} + 1\right) \cdot \frac{Q_1^{\,2} \cdot 16}{d_1^{\,4} \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot g \cdot 3600^2} \qquad Q\left[\frac{m^3}{h}\right]$$

$$\rightarrow \qquad h_{v1} = 5{,}80 \cdot 10^{-3} \cdot Q_1^{\,2}$$

Rohrleitung 2 :

$$h_{v2} = \left(\frac{\lambda_2 \cdot l}{d_2} + 1\right) \cdot \frac{c_2^{\,2}}{2 \cdot g} = \left(\frac{\lambda_2 \cdot l_2}{d_2} + 1\right) \cdot \frac{Q_2^{\,2} \cdot 16}{d_2^{\,4} \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot g \cdot 3600^2} \qquad Q\left[\frac{m^3}{h}\right]$$

$$\rightarrow \qquad h_{v2} = 3{,}36 \cdot 10^{-3} \cdot Q_2^{\,2}$$

Parallelschalten der beiden Rohrleitungen :

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad , \quad h_{v1} = h_{v2} = h_v$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{h_v}{5{,}80 \cdot 10^{-3}}} \qquad Q_2 = \sqrt{\frac{h_v}{3{,}36 \cdot 10^{-3}}} \qquad Q = \sqrt{h_v} \cdot 30{,}38$$

$$\rightarrow \qquad h_v = 1{,}08 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

Verbraucherkennlinie :

$$H = h_{geodätisch} + h_v$$

$$H = 50 + 1{,}08 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2 \qquad Q\left[\frac{m^3}{h}\right]$$

Q annehmen, H berechnen, Schnitt mit Pumpenkennlinie liefert :

$$Q = 110\ m^3/h\,, \quad H = 63{,}1\ m\,, \quad \eta = 0{,}73\,, \quad h_v = 13{,}1\ m$$

$$P = \frac{\rho \cdot Q \cdot g \cdot H}{\eta} \qquad \rightarrow \qquad P = 25{,}91\ kW$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{h_v}{5{,}80 \cdot 10 - 3}} \qquad \rightarrow \qquad Q_1 = 47{,}52\ \frac{m^3}{h}$$

$$Q_2 = Q - Q_1 \qquad \rightarrow \qquad Q_2 = 62{,}48\ \frac{m^3}{h}$$

b.) Drehzahlregelung für Betrieb mit maximalem Wirkungsgrad

$\eta_{max} = 0{,}76$ bei $Q = 88\ m^3/h$, $H = 70\ m$

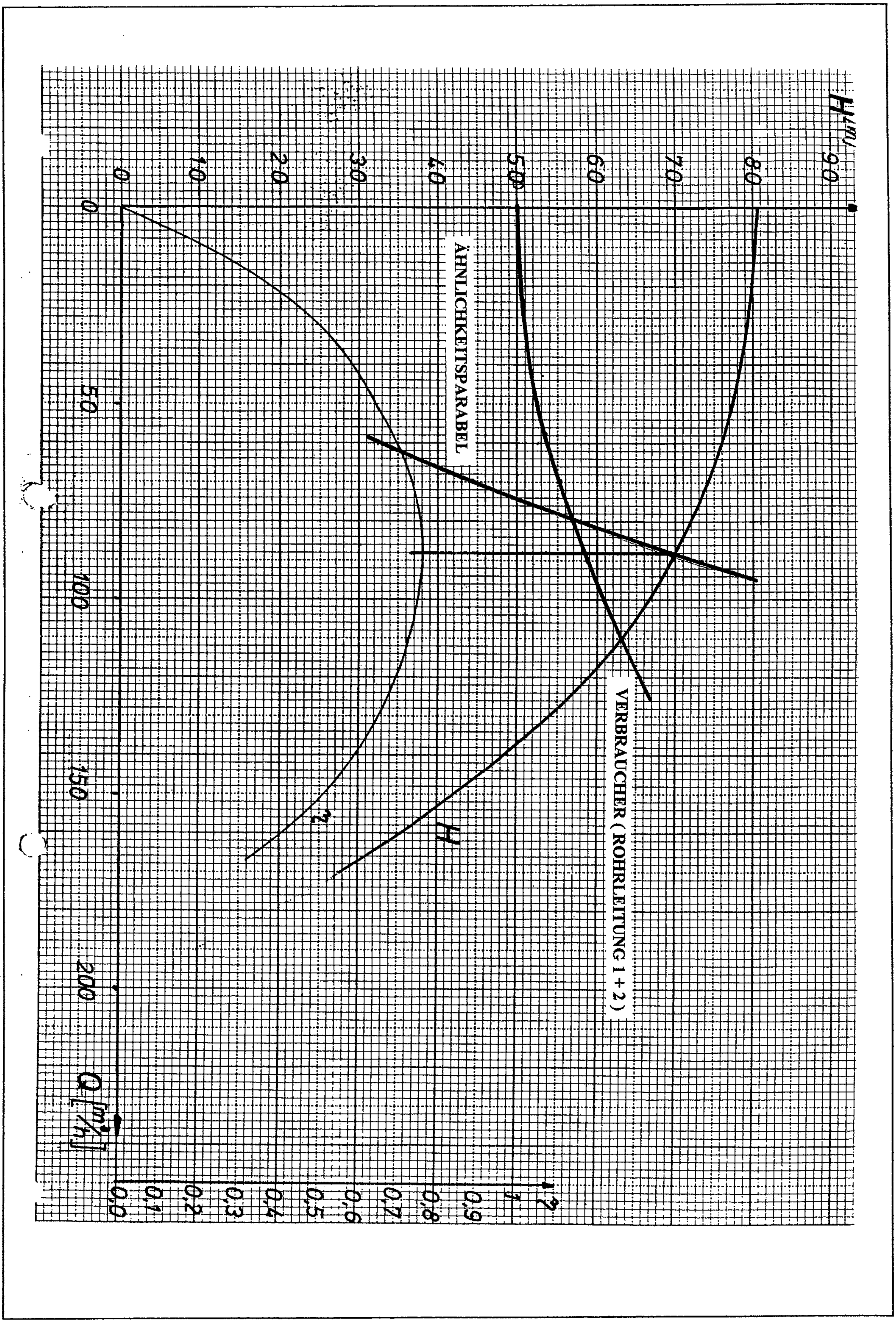
Drehzahlregelung : Ähnlichkeitsparabel $\rightarrow$ $H = K \,.\, Q^2$

$$K = \frac{H}{Q^2} = \frac{70}{88^2} = 9{,}04 \cdot 10^{-3}$$

$$\rightarrow \quad H^* = 9{,}04 \cdot 10^{-3} \cdot Q^{*2}$$

Q* annehmen, H* berechnen,
Ähnlichkeitsparabel mit Verbraucherkennlinie schneiden

$\rightarrow$ $Q^* = 79\ m^3/h$, $H^* = 56{,}5\ m$, $\eta^* = \eta_{max} = 0{,}76$


H [m]
ÄHNLICHKEITSPARABEL
VERBRAUCHER (ROHRLEITUNG 1 + 2)
H
η
Q [m³/h]
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
50
100
150
200
0,0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 2. Juli 1999
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

PUMPEN VORAUSLEGUNG

Da die Wasserkosten ständig steigen, möchten Sie Ihren Garten mit Hilfe einer Kreiselpumpe aus einem Regenwasserauffangbecken bewässern. Sie haben dabei eine **Förderhöhe** von **H=8m** zu überwinden. Damit das Gießen nicht zu lange dauert, sollte die Pumpe einen **Volumenstrom** von $\mathbf{Q_N=36.000 l/h}$ fördern. Um frühere Motorbastelarbeiten von Ihnen wiederverwenden zu können, möchten Sie die Kreiselpumpe wahlweise mit $n_1=1450\text{min}^{-1}$ oder $n_2=2900\text{min}^{-1}$ antreiben.
Die Erdbeschleunigung beträgt $\mathbf{g=9{,}81 m/s^2}$, die Dichte von Wasser $\mathbf{\rho=1000 kg/m^3}$.

Mit diesen Angaben machen Sie eine Vorauslegung der Pumpe:

a) Berechnen Sie mit obigen Parametern die spezifische Drehzahl n_q der beiden möglichen Kreiselpumpenvarianten.
Welche Laufradformen ergeben sich?

b) Für welche spezifische Drehzahl n_q ist der Wirkungsgrad maximal ($Q=Q_N$, siehe Diagramm)?
Ist es möglich durch eine zweistufige (i=2) bzw. zweiflutige (f=2) oder eine Kombination zweistufig und zweiflutig dem maximalen Wirkungsgrad näher zu kommen als eines der Laufräder aus a)?

c) Welche Pumpenvariante aus a) und b) ist nach dem Wirkungsgraddiagramm zu bevorzugen?

d) Von Ihrem Nachbarn, einem erfahren Pumpenbauer, wissen Sie, daß die spezifische Saugzahl n_{qs} einer Vielzahl ausgeführter Pumpen im Mittel bei $n_{qs}=200\text{min}^{-1}$ liegt (wobei ein in der Praxis übliches Kriterium für ein zulässiges Ausmaß an Kavitation und damit für NPSHR zugrundegelegt wurde, z. B. ein Förderhöhenabfall um 3%).
Geben Sie damit und mit der angegebenen Formel eine Abschätzung über den zu erwartenden Wert von NPSHR der ausgewählten Maschine in c) an.

$$NPSHR_{opt} = \left(\frac{n}{n_{qs}}\right)^{4/3} \cdot \left(\frac{Q_N}{f}\right)^{2/3}$$

Q in [m³/s], NPSHR in [mWS]

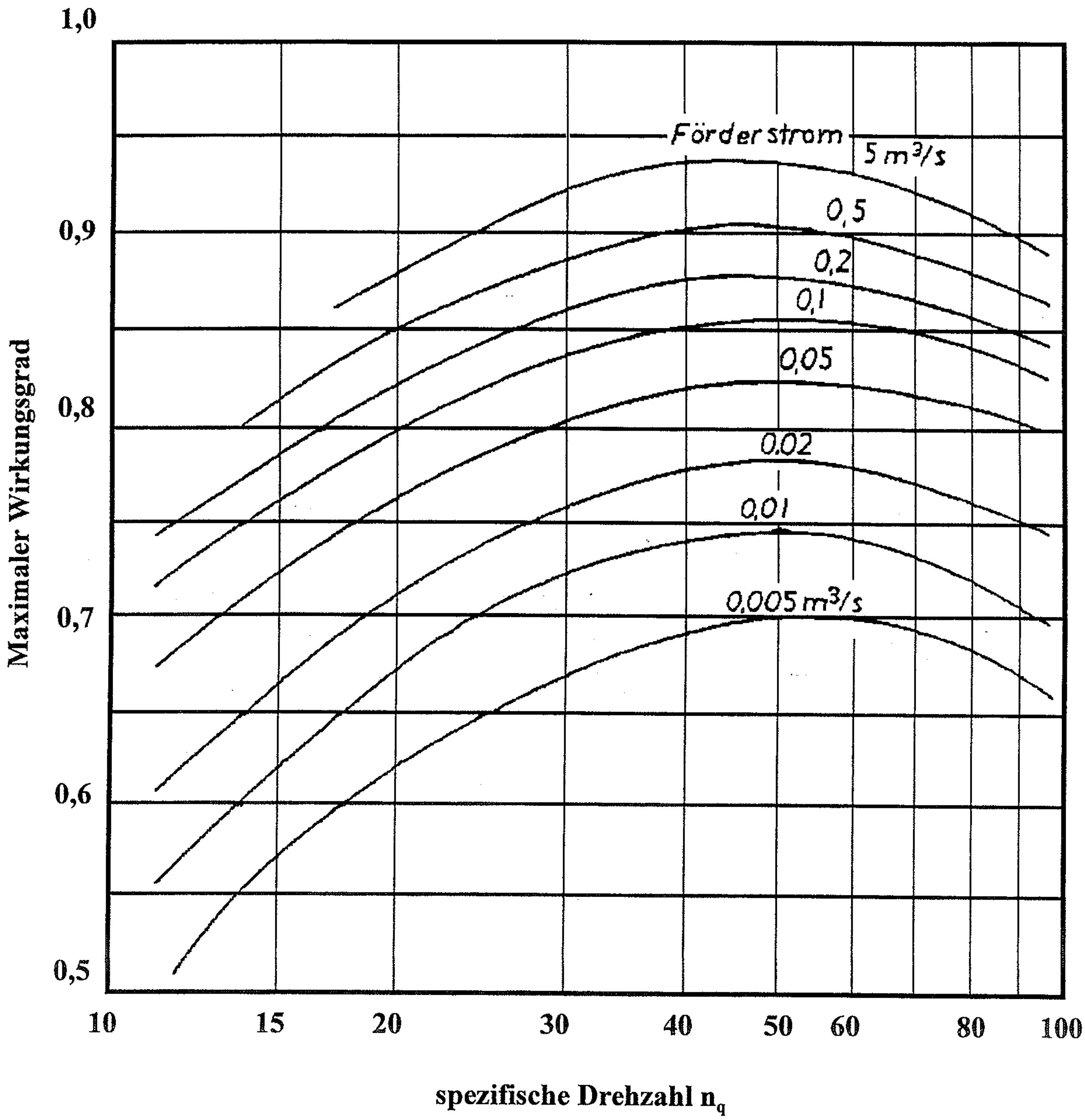
e) Geben Sie außerdem eine erste Abschätzung über die Baugröße der ausgewählten Pumpe, genauer den erforderlichen Laufrad-Außendurchmesser D_2 an.
Verwenden Sie dazu den für übliche Schaufelzahlen und –winkel festgestellten Zusammenhang zwischen Druckzahl ψ (im Auslegepunkt) und spezifischer Drehzahl n_q (für $n_q<100\text{min}^{-1}$)

$$\psi = 1{,}245 - 0{,}0074 \cdot n_q$$

n_q in $[\text{min}^{-1}]$

f) Bestimmen Sie die Stromkosten für 24h Dauerbetrieb im Nennpunkt. Gehen Sie dabei von einem Motorwirkungsgrad von $\eta_{Motor}=0{,}9$ und einem Strompreis von e=0,1 Euro/kWh aus.

Stufenwirkungsgrad



Lösung Beispiel 2 :

a.) Spezifische Drehzahl, Laufradformen

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}}$$

$$n_{q1} = 1450 \cdot \frac{0{,}01^{\frac{1}{2}}}{8^{\frac{3}{4}}} = 30{,}48 \quad \rightarrow \quad \text{Radialrad} \quad \eta_1 = 0{,}726$$

$$n_{q2} = 2900 \cdot \frac{0.01^{\frac{1}{2}}}{8^{\frac{3}{4}}} = 60{,}96 \quad \rightarrow \quad \text{Halbaxialrad} \quad \eta_2 = 0{,}74$$

b.) mehrstufig, mehrflutig

$$n_q = n \cdot \frac{\left(\frac{Q}{f}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{H}{i}\right)^{\frac{3}{4}}}$$

Stufen	Fluten	n = 1450 U/min		n = 2900 U/min	
i	f	nq	η	nq	η
1	1	30,48	0,726	60,96	0,74
2	1	51,27	0,746	102,53	
1	2	21,55		43,11	0,69
2	2	36,25		72,5	

2 Stufen, einflutig $\rightarrow$ $n_q = 51{,}25$ $\eta = 0{,}746$

c.) Pumpenvariante

Nach Wirkungsgraddiagramm
(ohne Berücksichtigung des Mehraufwandes bei 2 - stufiger Ausführung)
ist die Varinte

zweistufig , einflutig , n = 1450 U/min , n_q = 51,25

zu bevorzugen.

d.) NPSHR

$$NPSHR_{opt} = \left(\frac{n}{n_{qs}}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \left(\frac{Q_N}{f}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1450}{200}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \left(\frac{0{,}01}{1}\right)^{\frac{2}{3}} \rightarrow NPSHR_{opt} = 0{,}651 \text{ mWS}$$

e.) Laufrad - Außendurchmesser

$$\psi = 1{,}245 - 0{,}0074 \,.\, n_q = 1{,}245 - 0{,}0074 \,.\, 51{,}25 = 0{,}8658$$

$$\psi = \frac{2 \cdot g \cdot \left(\frac{H}{i}\right)}{u_2^{\,2}} \qquad u_2 = \frac{D_2 \cdot \pi \cdot n}{60} \qquad \rightarrow \qquad D_2 = 125{,}4 \text{ mm}$$

f.) Stromkosten für 24 h Dauerbetrieb im Nennpunkt

$$P = \frac{\rho \cdot Q \cdot g \cdot H}{\eta \cdot \eta_{Motor}} = \frac{1000 \cdot 0{,}01 \cdot 9{,}81 \cdot 8}{0{,}746 \cdot 0.9} \qquad \rightarrow \qquad P = 1168{,}9 \text{ W}$$

in 24 h : 28,05 kWh

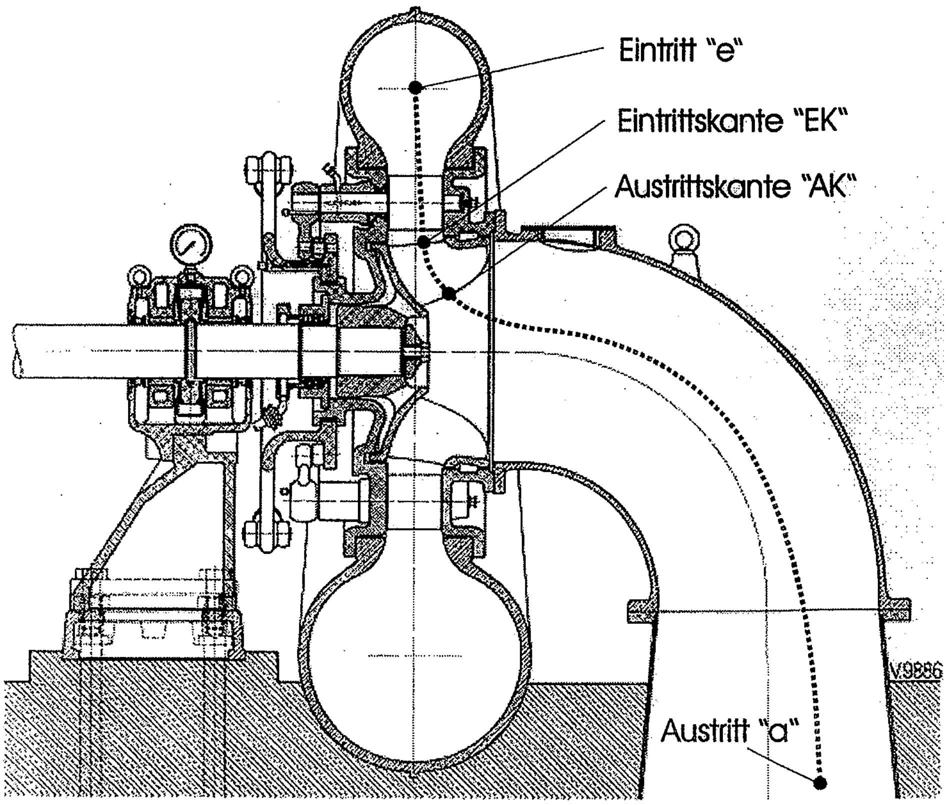
Kosten : 0,1 . 28,05 = 2,81 Euro

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 15. Okt. 1999**	Name: Matr. Nr.:

Beispiel 1: Energiebilanz einer Francis-Turbine Sad

Gegeben ist eine Francis-Turbine mit folgenden Daten im optimalen Betriebspunkt:

$H = 90$ m $\quad Q = 0{,}375$ m³/s $\quad n = 1000$ U/min



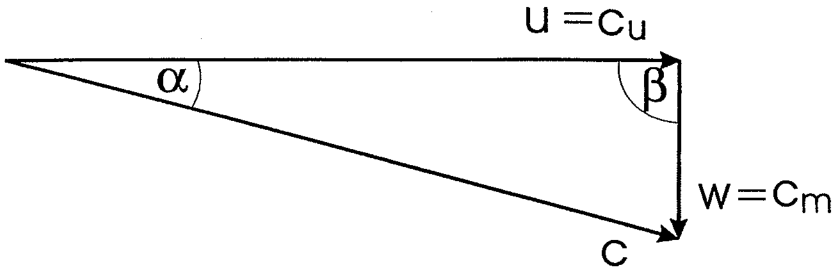
Die Druckhöhenverluste in der Turbine werden in Prozent der vom Medium geleisteten Umfangsarbeit angegeben, und teilen sich wie folgt auf:

Verluste in Spirale und Leitrad:	9,95 %
Laufradverluste:	13,05 %
Saugrohrverluste:	0,51 %
Gesamtverluste:	23,51 %

Weiters sind die Geschwindigkeitsdreiecke für den mittleren Stromfaden am Laufradein- bzw. -austritt bekannt. Der statische Druck am Eintritt ist 87,5 mWS Überdruck gegenüber Atmosphäre, die Eintrittsgeschwindigkeit 8,278 m/s. Der statische Druck am Austritt ist gleich dem Atmosphärendruck.

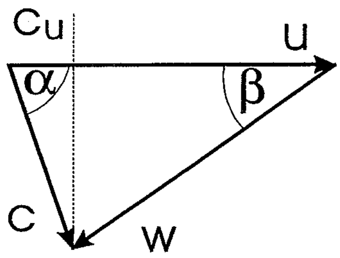
Es ist die Energiebilanz der Turbine in den Punkten *e,EK,AK* und *a* zu berechnen sowie in einem Diagramm darzustellen.

Geschwindigkeitsdreieck an der Laufschaufel-Eintrittskante:



$\beta = 90°$
$u = 26{,}810$ m/s
$c_m = 6{,}051$ m/s

Geschwindigkeitsdreieck an der Laufschaufel-Austrittskante:



$\beta = 21{,}5°$
$u = 15{,}422$ m/s
$c_m = 6{,}051$ m/s

Lösung Beispiel 1 :

Energiebilanz Francis–Turbine

Hauptgleichung : $$H \cdot \eta_u = \frac{1}{g} \cdot \left(u_{EK} \cdot c_{u\,EK} - u_{AK} \cdot c_{u\,AK} \right)$$

Austrittskante : $$\tan \beta_{AK} = \frac{c_{m\,AK}}{u_{AK} - c_{u\,AK}}$$

$$c_{u\,AK} = u_{AK} - \frac{c_{m\,AK}}{\tan\beta_{AK}} = 0{,}061 \text{ m/sec}$$

$$H \cdot \eta_u = H_u = \frac{1}{g} \cdot (26{,}810 \cdot 26{,}810 - 15{,}422 \cdot 0{,}061) = 73{,}174 \text{ m}$$

$$\rightarrow \qquad \eta_u = \frac{H_u}{H} = 81{,}3\,\%$$

Eintritt :

$$H_{stat\,e} = 87{,}5 \text{ m}$$

$$H_{dyn\,e} = \frac{c_e^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad \rightarrow \qquad H_{dyn\,e} = 3{,}493 \text{ m}$$

$$H_{tot\,e} = H_{stat\,e} + H_{dyn\,e} \qquad \rightarrow \qquad H_{tot\,e} = 90{,}993 \text{ m}$$

Eintrittskante :

$$H_{tot\,EK} = H_{tot\,e} - \sum h_{v\,e\text{-}EK}$$

$$H_{tot\,EK} = 90{,}993 - 0{,}0995 \cdot H_u \qquad \rightarrow \qquad H_{tot\,EK} = 83{,}712 \text{ m}$$

$$c_{EK}^{\,2} = c_{u\,EK}^{\,2} + c_{m\,EK}^{\,2} \qquad \rightarrow \qquad c_{EK} = 27{,}484 \text{ m/sec}$$

$$H_{dyn\,EK} = \frac{c_{EK}^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad \rightarrow \qquad H_{dyn\,EK} = 38{,}501 \text{ m}$$

$$H_{stat\,EK} = H_{tot\,EK} - H_{dyn\,EK} \qquad \rightarrow \qquad H_{stat\,EK} = 45{,}211 \text{ m}$$

Austrittskante :

$$H_{tot\,AK} = H_{tot\,EK} - H_u - \sum h_{v\,EK\text{-}AK}$$

$$= H_{tot\,EK} - H_u \cdot (1 + 0{,}1305) \qquad \rightarrow \qquad H_{tot\,AK} = 0{,}989\,\text{m}$$

$$c_{AK}^{\;2} = c_{u\,AK}^{\;2} + c_{m\,AK}^{\;2} \qquad \rightarrow \qquad c_{AK} = 6{,}051\,\text{m/sec}$$

$$H_{dyn\,AK} = \frac{c_{AK}^{\;2}}{2 \cdot g} \qquad \rightarrow \qquad H_{dyn\,AK} = 1{,}866\,\text{m}$$

$$H_{stat\,AK} = H_{tot\,AK} - H_{dyn\,AK} \qquad \rightarrow \qquad H_{stat\,AK} = -0{,}877\,\text{m}$$

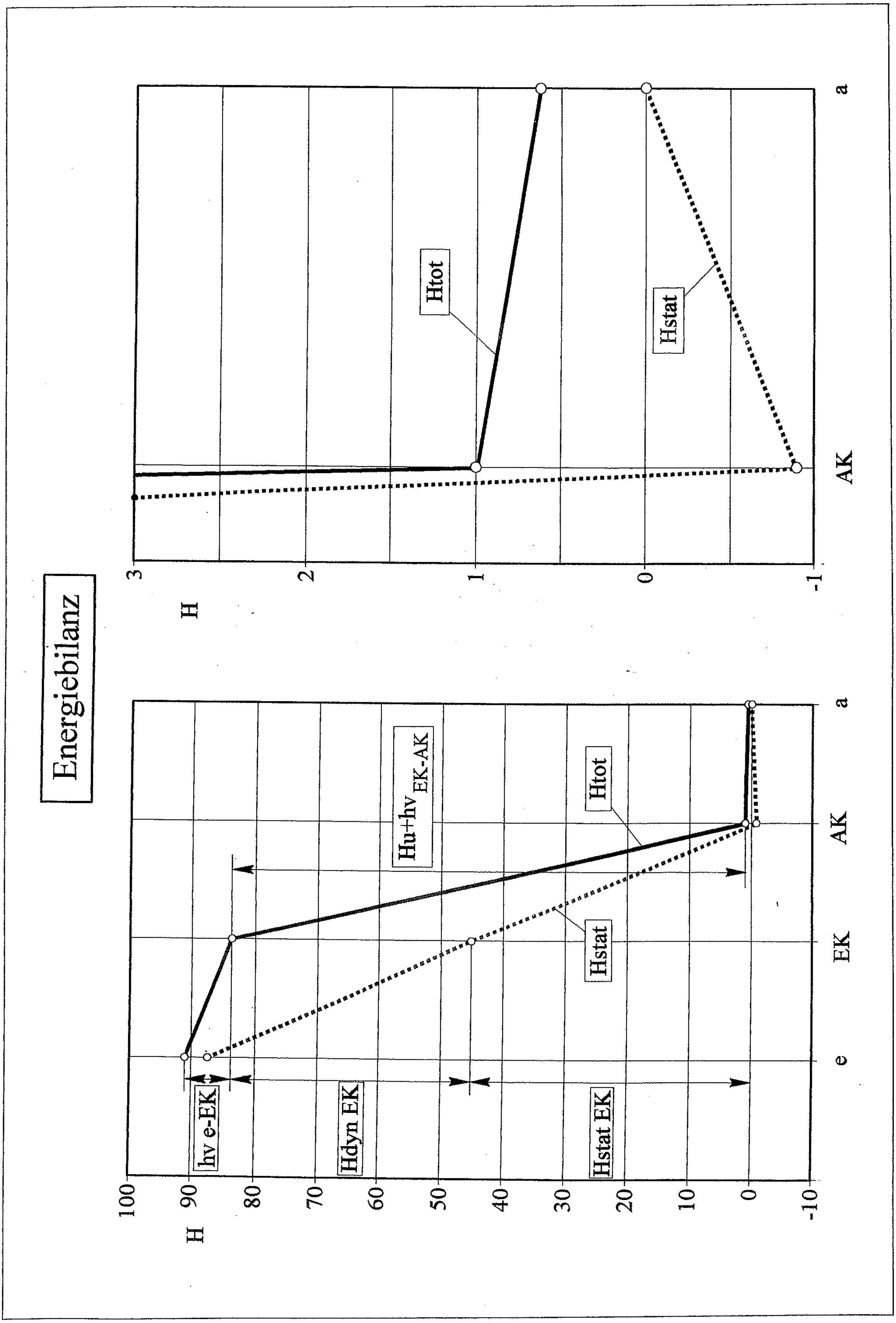
Austritt :

$$H_{stat\,a} = 0\,\text{m}$$

$$H_{tot\,a} = H_{tot\,AK} - \sum h_{v\,AK\text{-}a}$$

$$= H_{tot\,AK} - 0{,}0051 \cdot H_u \qquad \rightarrow \qquad H_{tot\,a} = 0{,}616\,\text{m}$$

$$H_{dyn\,a} = H_{tot\,a} - H_{stat\,a} \qquad \rightarrow \qquad H_{dyn\,a} = 0{,}616\,\text{m}$$

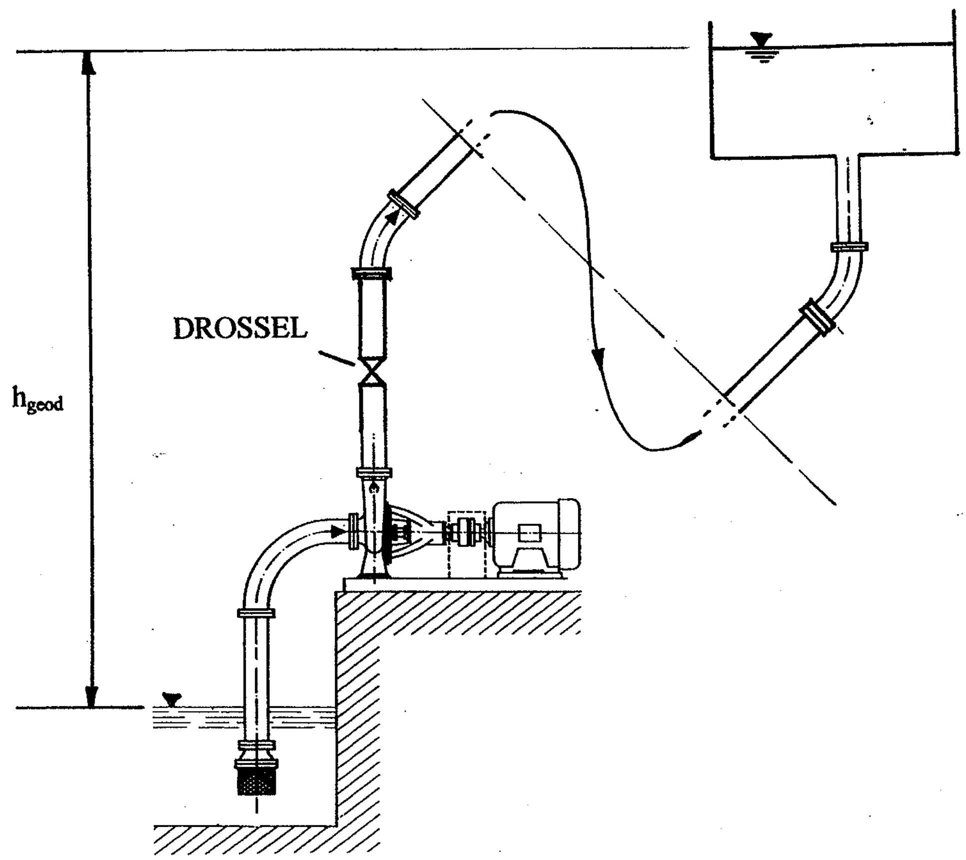


Energiebilanz
H
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
-10
e
EK
AK
a
hv e-EK
Hdyn EK
Hstat EK
Hu+hv EK-AK
Htot
Hstat
H
3
2
1
0
-1
AK
a
Htot
Hstat

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 15. Okt. 1999**	Name: Matr. Nr.:

Beispiel 2: Pumpendrosselung

Sad



Gegeben ist ein Pumpendiagramm in Industriedarstellung mit einem Laufraddurchmesser von D=615mm. Das Fördermedium ist Wasser. An die Pumpe ist ein Verbraucher angeschlossen, dessen Kennlinie sich aus folgenden Daten ergibt:

Geodätische Förderhöhe $h_{geod} = 100\text{m}$

Verluste (Rohrleitung) $h_{V,reib}$ in [Meter-Flüssigkeitssäule]

$$h_{V,reib} = 264{,}49 \cdot Q^2$$

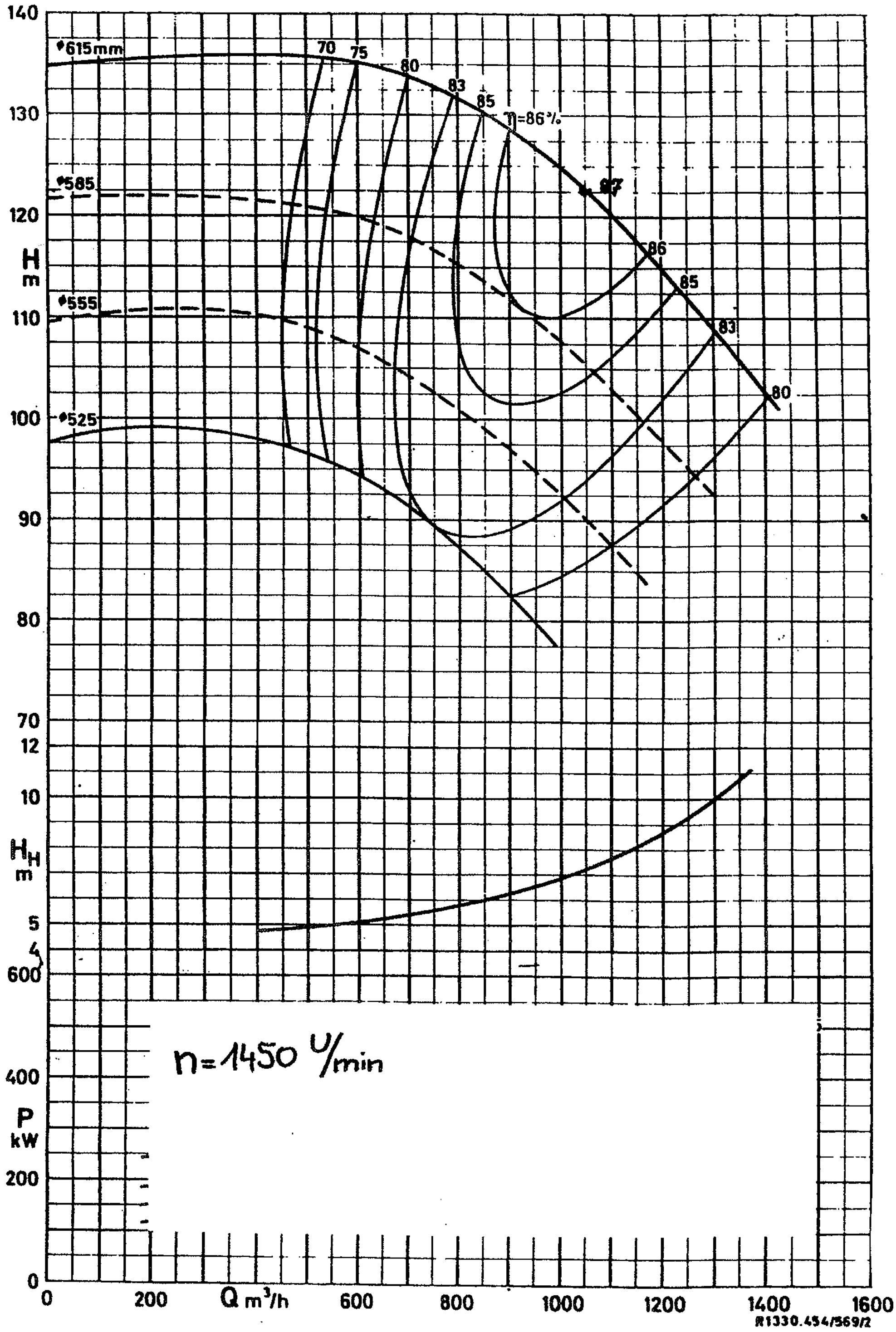
Volumenstrom Q ist in [m^3/s] einzusetzen.

1. Gesucht ist der resultierende Betriebspunkt der Pumpe (Volumenstrom Q, Förderhöhe H, Wirkungsgrad η, Drehzahl n).

2. Die aus obigen Daten ermittelte Fördermenge der Pumpe soll mit Hilfe einer in die Rohrleitung eingebauten Drossel auf 80% reduziert werden. Wie sind die neuen Pumpendaten des neuen Betriebspunktes (Volumenstrom Q, Förderhöhe H, Wirkungsgrad η, Drehzahl n) ?

3. Wie groß ist der Wirkungsgrad der Anlage (Pumpe, Drossel, Rohrleitung) bei 100% Fördermenge und bei auf 80% reduzierter Fördermenge?

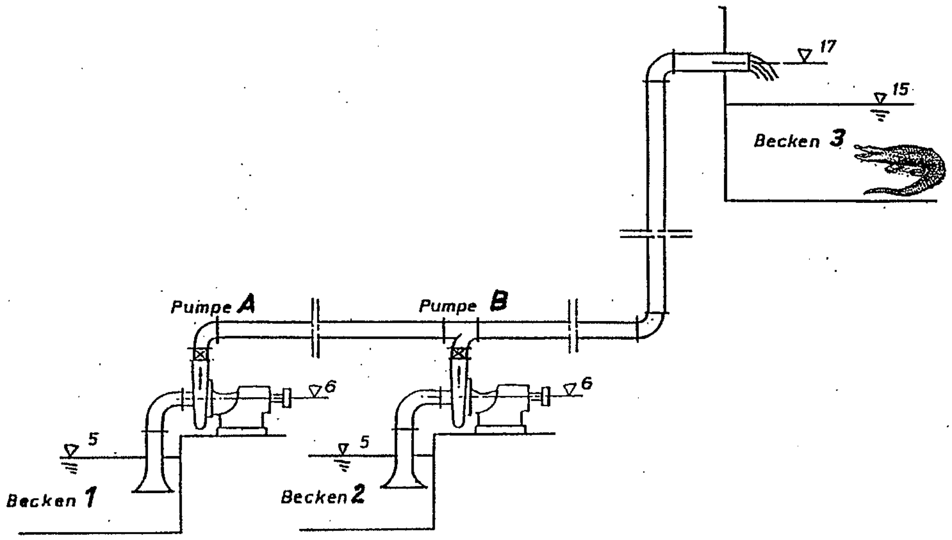
4. Welcher Wirkungsgrad der Anlage (Pumpe,Rohrleitung) ist zu erreichen, wenn anstelle der Drosselregulierung auf 80% die verminderte Fördermenge durch Abdrehen des Laufrades erreicht werden soll?



Lösung Beispiel 2 :

siehe 25.9.1998 S. 1 - 4

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 19. 11. 1999 Matrikelnummer:



In der skizzierten Anlage fördern die beiden unterschiedlichen Pumpen "A" und "B" (Kennlinien liegen bei) Wasser aus dem Becken "1" bzw. "2" in das Becken "3". Die Höhenkoten [m] sind der Skizze zu entnehmen, die Spiegelhöhen in den einzelnen Becken sind konstant.

Der Rohrleitungsdurchmesser ist einheitlich d = 100 mm.

Rohrleitungslängen: Druckleitung von Pumpe "A" bis Einmündung von "B" : l = 50 m.
Druckleitung von Pumpe "B" bis Ende im Becken "3" : l = 42.3 m

Für die Rohrleitungsverluste kann eine Widerstandszahl $\lambda_R = 0.04$ angenommen werden.

Folgende Vereinfachungen sollen gelten:

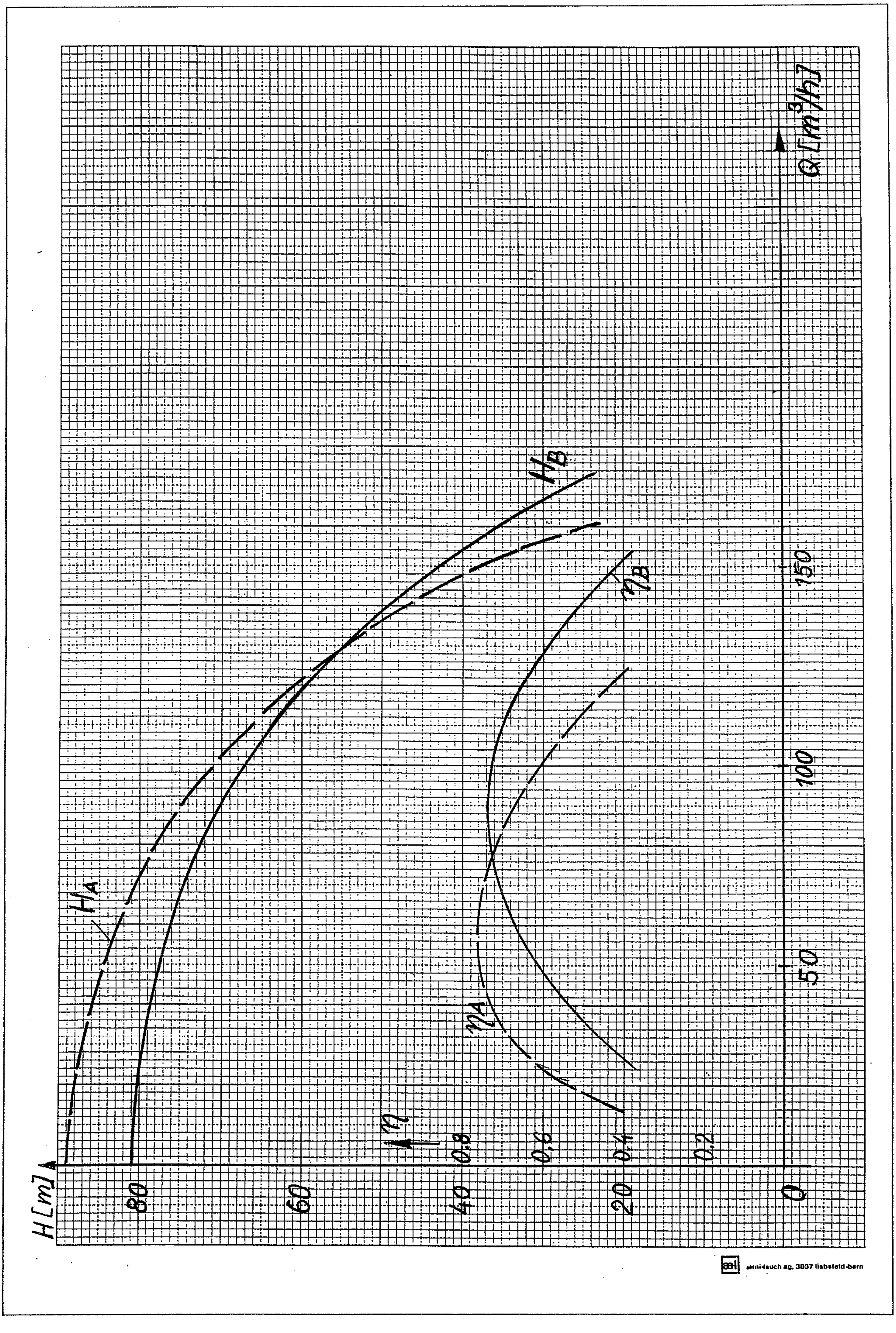
- Eintritts- und Reibungsverluste der Saugleitungen vernachlässigbar
- Verluste an der Einmündungsstelle der Pumpe "B" vernachlässigbar. Pumpe "B" sitzt unmittelbar an der Druckleitung (keine Leitungsverluste zwischen Austrittsflansch der Pumpe und Einmündung in die Druckleitung)
- Verluste in allen Krümmern und Absperrorganen vernachlässigbar.

Gesucht:

1) Fördermenge Q_{ges} [m³/h] in das Becken "3" bei Betrieb beider Pumpen

2) Die hiefür erforderliche Antriebsleistung für jede der beiden Pumpen.

Beilage: Kennlinienblatt


H[m]
80
60
40
20
0
Q [m³/h]
50
100
150
η
0.8
0.6
0.4
0.2
H_A
H_B
η_A
η_B

Lösung Beispiel 1 :

1.) Fördermenge

Vorgangsweise : 1.) Pumpe A an die Stelle B versetzen
2.) In B : A und B fördern parallel ins Becken 3

Wirkung der Pumpe A in B :

$$h_v = \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = 0{,}04 \cdot \frac{50}{0{,}1} \cdot \frac{0{,}0354^2}{2 \cdot g} \cdot Q^2 \qquad Q\left[\frac{m^3}{h}\right]$$

$$h_v = 1{,}2751 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

$$\rightarrow \quad H_{PUA\ in\ B} = H_{PUA} - 1{,}2751 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

Verbraucher B → Becken 3

$$h_{v\,B\to 3} = h_{v\,A\to B} \cdot \frac{43{,}2}{50} + \frac{c^2}{2 \cdot g} = \left(1{,}2751 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{43{,}2}{50} + \frac{0{,}0354^2}{2 \cdot g}\right) \cdot Q^2$$

$$\rightarrow \quad h_{v\,B\to 3} = 1{,}1425 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

Verbraucherkennlinie :

$$h_{ges} = (17 - 5) + 1{,}1425 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

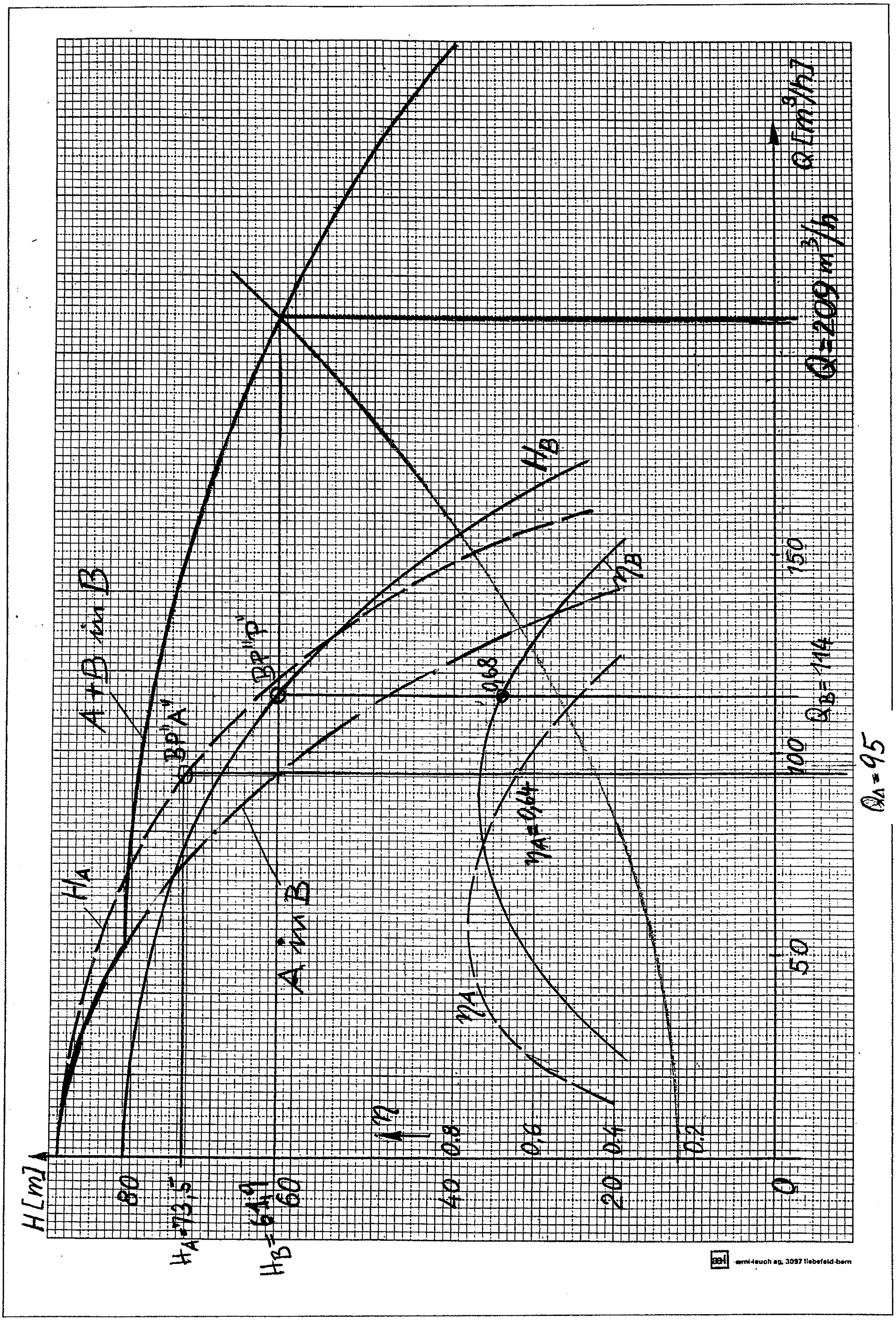
Pumpe „A" und Pumpe „B" parallelschalten, → Schnitt mit Verbraucherkennlinie liefert Q_{ges}

$$\rightarrow \quad Q_{ges} = Q_A + Q_B \quad = 209 \ \frac{m^3}{h}$$

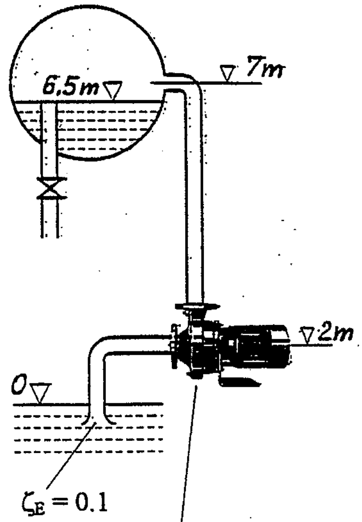
2.) Antriebsleistung

$$P_A = \frac{\rho \cdot g \cdot H_A \cdot Q_A}{1000 \cdot \eta_A} = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 73{,}5 \cdot (95/3600)}{1000 \cdot 0{,}64} = 29{,}73\,\text{kW}$$

$$P_B = \frac{\rho \cdot g \cdot H_B \cdot Q_B}{1000 \cdot \eta_B} = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 61{,}9 \cdot (114/3600)}{1000 \cdot 0{,}68} = 28{,}27\,\text{kW}$$

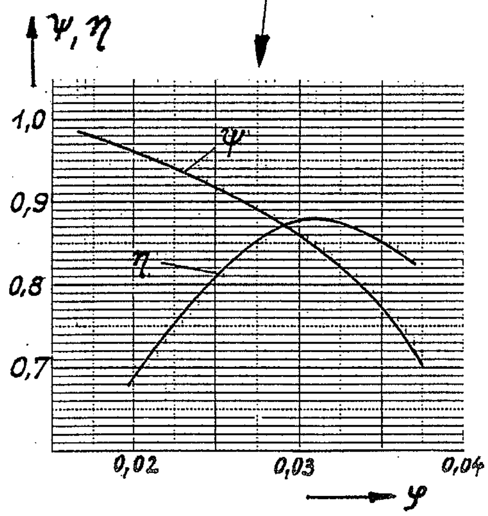

H [m]
Q [m³/h]
Q=209 m³/h
A+B in B
A in B
H_A
H_B
η_A
η_B
BP''A''
BP''P''
Q_B=114
Q_A=95
H_A=73,5
0,68
η_A=0,64
η
80
60
40
20
0
0.8
0,6
0.4
0.2
50
100
150

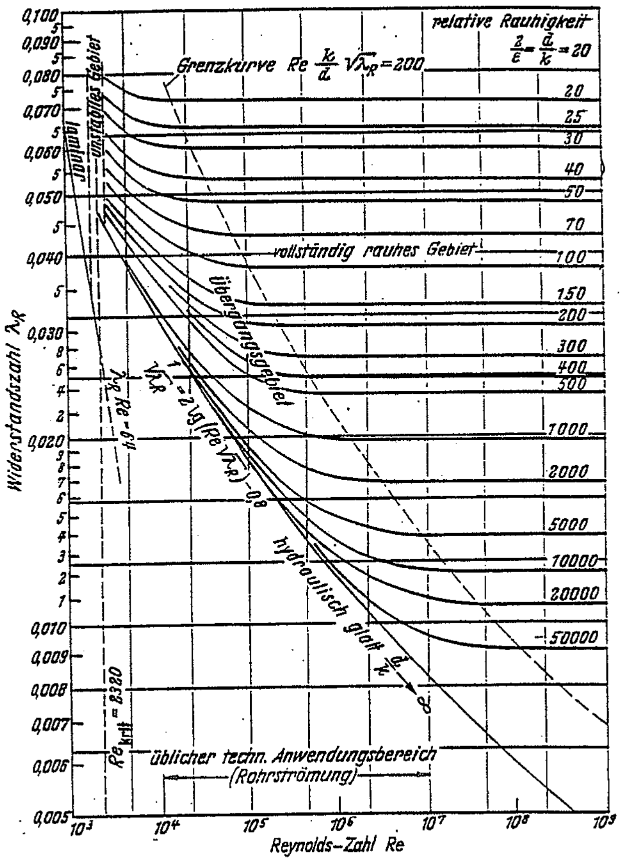
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum: 19. 11. 1999
	Matrikelnummer:



Rohrleitungslängen: L_{Saug} = 3 m, L_{Druck} = 6 m

Verlustbeiwert Eintritt Saugrohr: $\zeta_E = 0.1$





In der skizzierten Anlage sollen stündlich 400 m^3 gefördert werden. Dichte und kinematische Zähigkeit des Fördermediums sind $\rho = 800$ kg/m^3 und $\nu = 1.9 \cdot 10^{-6}$ m^2/sec. Der Druck im Oberwasserkessel wird konstant gehalten auf p. = 1 bar Überdruck gegen die Umgebung. Eine Abflußleitung sorgt für konstanten Oberwasserspiegel. Für die Ermittlung der Rohrleitungsverluste (Leitungsdurchmesser d = 175 mm, relative Rauhigkeit d/k = 100) steht ein Prandtl-Colebrook Diagramm zur Verfügung.

Gesucht ist:

1.) Drehzahl und Durchmesser der Pumpe für besten Wirkungsgrad

2.) Der Wirkungsgrad der gesamten Anlage

Lösung Beispiel 2 :

Pumpenförderhöhe

$$H_{PU} = h_{geod} + h_{Druck} + h_{v,e} + h_{v,a} + h_{v,Rohr}$$

$$h_{geod} = 7 \text{ mFS}$$

$$h_{Druck} = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{1 \cdot 10^5}{800 \cdot 9{,}81} = 12{,}74 \text{ mFS}$$

$$h_{v,e} = 0{,}1 \cdot \frac{c_e^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad c_e = 4{,}62 \text{ m / sec} \qquad \rightarrow \qquad h_{v,e} = 0{,}11 \text{ mFS}$$

$$h_{v,a} = \frac{c_a^{\,2}}{2 \cdot g} \qquad c_a = 4{,}62 \text{ m / sec} \qquad \rightarrow \qquad h_{v,a} = 1{,}09 \text{ mFS}$$

$$Re = \frac{c \cdot d}{\nu} = \frac{4{,}62 \cdot 0{,}175}{1{,}9 \cdot 10^{-6}} = 4{,}25 \cdot 10^5 \qquad \frac{d}{k} = 100 \qquad \rightarrow \qquad \lambda = 0{,}037$$

$$h_{v,Rohr} = \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = 0{,}037 \cdot \frac{9}{0{,}175} \cdot \frac{4{,}62^2}{2 \cdot 9{,}81} \qquad \rightarrow \qquad h_{v,Rohr} = 2{,}07 \text{ mFS}$$

$$H_{PU} = 7 + 12{,}74 + 0{,}11 + 1{,}09 + 2{,}07 = 23{,}01 \text{ mFS}$$

Drehzahl, Durchmesser für η_{opt}

$$n_q = \frac{30}{\sqrt{\pi}} \cdot (2 \cdot g)^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{\varphi^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}} = 157{,}8 \cdot \frac{0{,}031^{\frac{1}{2}}}{0{,}845^{\frac{3}{4}}} \qquad \rightarrow \qquad n_q = 31{,}52$$

$$n = n_q \cdot \frac{H^{\frac{3}{4}}}{Q^{\frac{1}{2}}} = 31{,}52 \cdot \frac{23{,}01^{0{,}75}}{\left(\frac{400}{3600}\right)^{0{,}5}} \qquad \rightarrow \qquad n = 993{,}45 \text{ U / min}$$

$$\psi = 0{,}845 = \frac{2 \cdot g \cdot H}{u^2} \qquad u = \frac{D \cdot \pi \cdot n}{60} \qquad \rightarrow \qquad D = 0{,}444 \text{ m}$$

Anlagewirkungsgrad

$$\eta_{Anlage} = \frac{\text{NUTZEN}}{\text{AUFWAND}}$$

NUTZEN : 400 m^3/h auf eine Höhe von (6,5 m + Druckhöhe) fördern

AUFWAND : Antriebsleistung $P_{erf} = \dfrac{\rho \cdot g \cdot H_{PU} \cdot Q}{\eta_{PU}}$

$$\eta_{Anlage} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot (6{,}5 + 12{,}74)}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot \left(\dfrac{H_{PU}}{\eta_{PU}}\right)} = \frac{(6{,}5 + 12{,}74)}{\left(\dfrac{23{,}01}{0{,}88}\right)}$$

$\rightarrow \quad \eta_{Anlage} = 0{,}736$

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: **10. Dezember 1999**
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

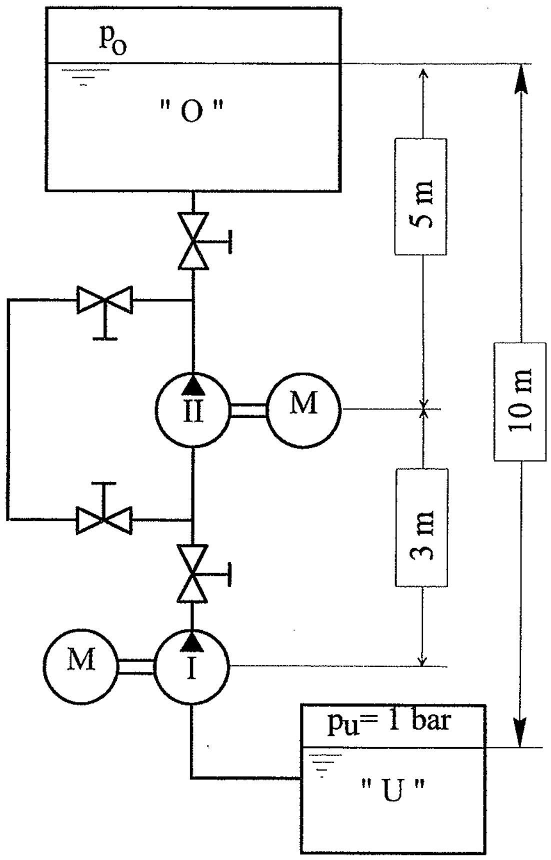
1.Beispiel:

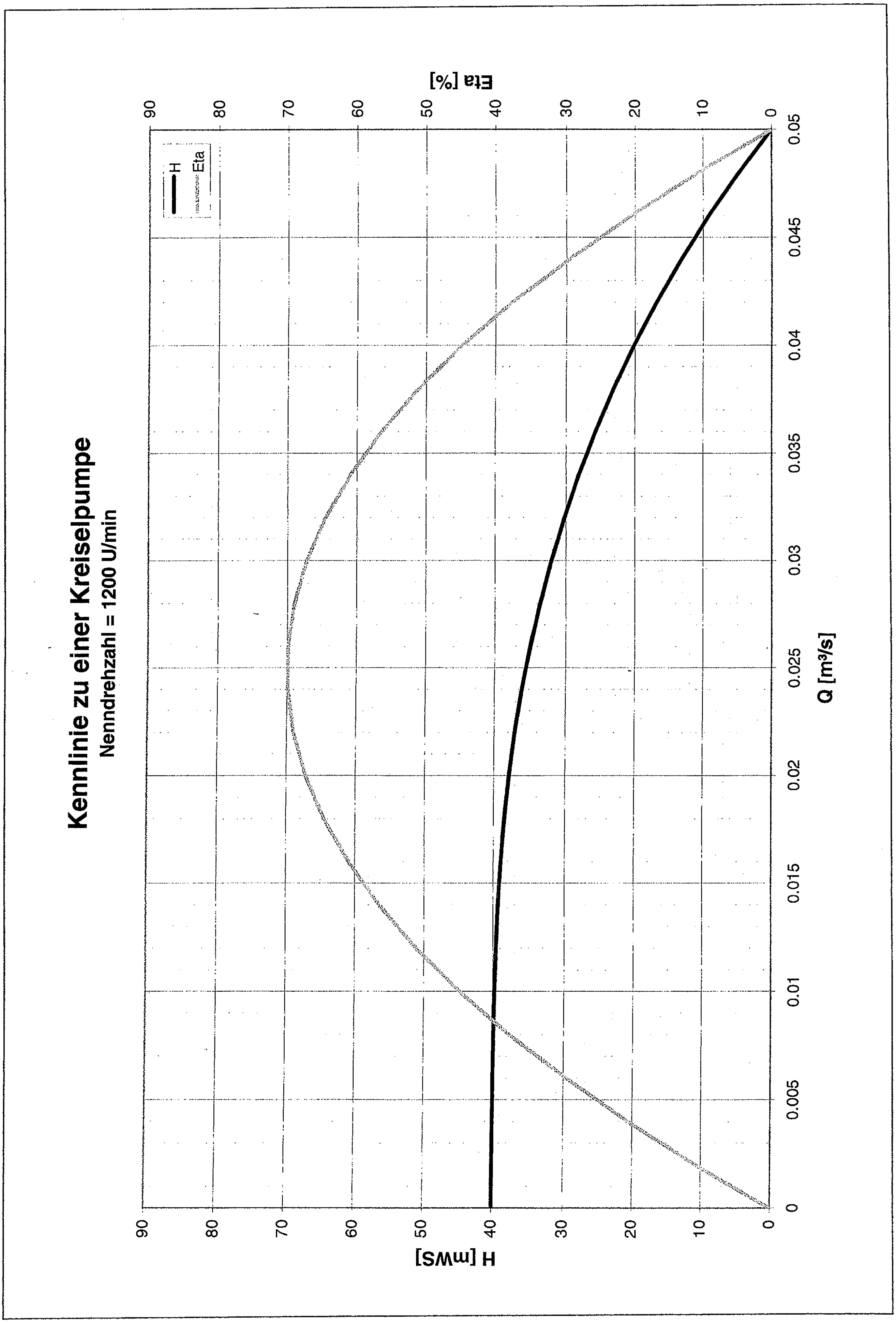
PUMPEN IN ÜBERDRUCKBEHÄLTER

In der skizzierten Anlage pumpte ursprünglich Pumpe I allein Wasser vom Überdruckbehälter 'U' (Überdruck gegenüber Umgebung = 1bar) nach Behälter 'O', wobei der Druck p_o in dem oberen Behälter variiert werden kann. Um zukünftig Behälter 'O' auch bei höheren Drücken als bisher zu versorgen, wurde eine zweite baugleiche Pumpe II installiert, welche über einen annähernd verlustfreien Bypass überbrückt werden kann. (s. Skizze)

Alle Verluste in der Rohrleitung (incl. Einlauf- und Auslaufverluste) können mit Hilfe des auf die Geschwindigkeitshöhe bezogenen Verlustfaktor ζ_v **= 30** berechnet werden. Der Rohrdurchmesser beträgt an allen Stellen im System **d = 100mm**. Die Dichte des Wassers wird mit ρ **= 1000kg/m³**, die Erdbeschleunigung mit **g = 10m/s²** angenommen.

a) Zeichnen Sie die bei Betrieb von Pumpe I und Pumpe II resultierende Maschinenkennlinie bei Nenndrehzahl n_N = 1200 U/min in das beiliegende Diagramm ein.
b) Geben Sie den Betriebspunkt für Pumpe I und II zusammen für p_o = 5bar Überdruck gegenüber Atmosphäre an (bei Nenndrehzahl).
c) Der Antriebsmotor der zusätzlichen Pumpe ist drehzahlregelbar, während Pumpe I nur bei Nenndrehzahl betrieben werden kann. Welche Drehzahl ist bei Pumpe II einzustellen, wenn bei einem Behälterüberdruck von 5bar ein Durchfluß von 0.02m³/s erreicht werden soll?
d) Berechnen Sie die den Unterschied in der aufgenommenen elektrischen Leistung der Antriebsmotoren der Pumpe I und II für folgende zwei Fälle:
   1.) p_o = 5bar, $n_1 = n_2$ = 1200 U/min, aus b)
   2.) p_o = 5bar, Q = 0.02m³/s, aus c)





Kennlinie zu einer Kreiselpumpe
Nenndrehzahl = 1200 U/min
H
Eta
H [mWS]
Eta [%]
Q [m³/s]
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
0
0.005
0.01
0.015
0.02
0.025
0.03
0.035
0.04
0.045
0.05

Lösung Beispiel 1 :

a.) resultierende Pumpenkennlinie

Bei Q = konst. H verdoppeln

b.) Betriebspunkte

$$H_{Anl} = \frac{p_o - p_u}{\rho \cdot g} + (z_o - z_u) + H_{v\,ges}$$

$$H_{v\,ges} = \varsigma \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$$

mit $\zeta = 30$, $d = 0{,}1\,m$ $\rightarrow$ $H_{v\,ges} = 24317 . Q^2$

wobei Q in m^3/sec einzusetzen ist.

mit $\frac{p_u}{\rho \cdot g} = 10\,mWS$ und $(z_o - z_u) = 10\,m$ $\rightarrow$ $H_{Anl} = \frac{p_o}{\rho \cdot g} + 24317 \cdot Q^2$

Q annehmen, H_{Anl} für $p_o = 5$ bar, bzw. 3,5 bar berechnen .

c.) Drehzahlregelung

Drehzahlregelung : $Q \sim n$, $H \sim n^2$, $P \sim n^3$

aus Verbraucherkennlinie : H_{Anl} (Q=0,02) = 59,7 m

aus Kennlinie Pumpe 1 : H_{PU1} (Q=0,02) = 37,86 m

$H_{PU2} = H_{Anl} - H_{PU1} = 21{,}87$ m

Ähnlichkeitsparabel : $H = \frac{H_{PU2}}{(0{,}02)^2} \cdot Q^2$

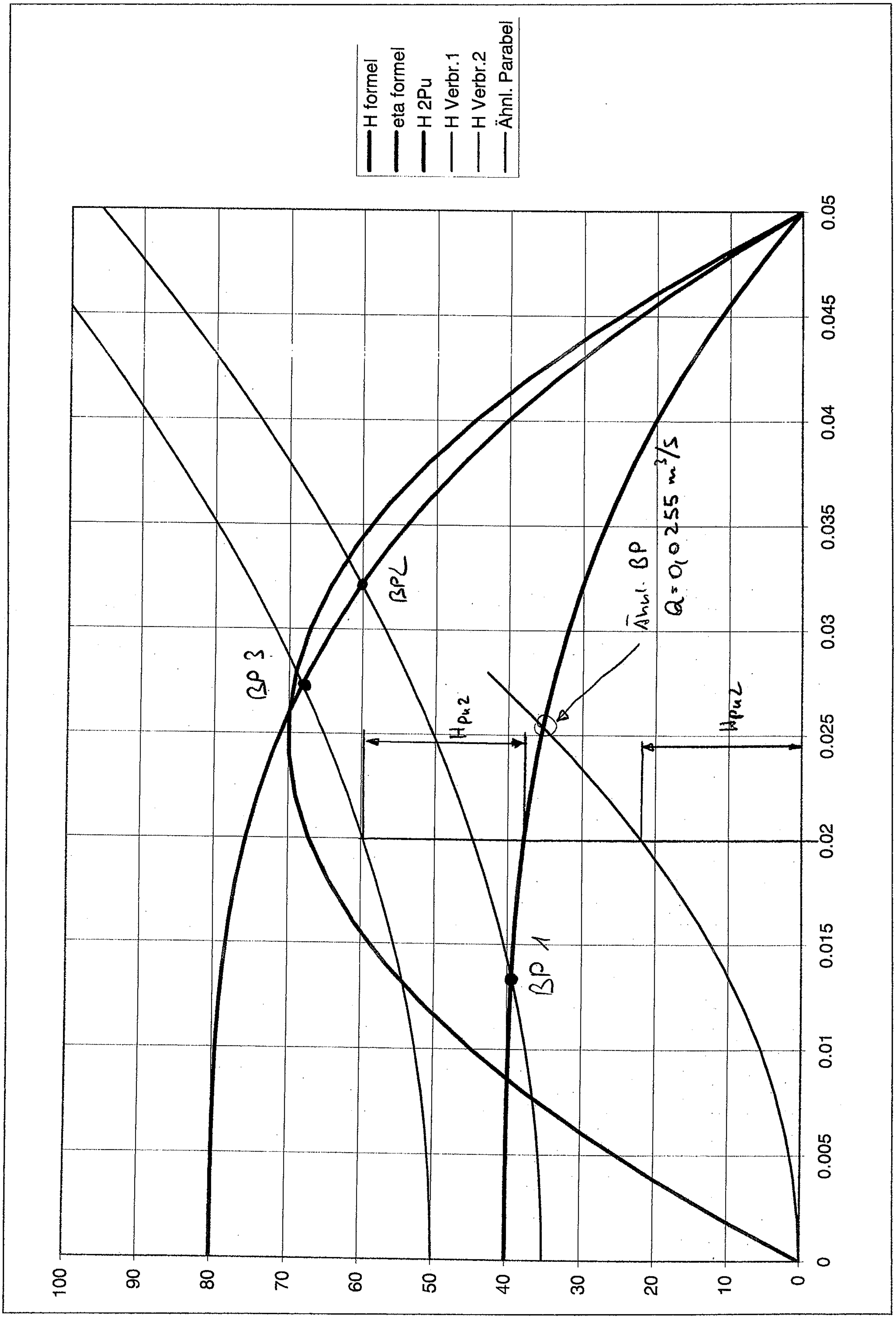
$\rightarrow$ ähnlicher Betriebspunkt auf Kennlinie n_N = 1200 U/min $\rightarrow$ $Q = 0{,}0255\ m^3/sec$

$$\rightarrow \quad n = n_N \cdot \frac{Q}{Q_N} = 1200 \cdot \frac{0{,}02}{0{,}0255} = 941\ \text{U/min}$$

d.) Leistung

$$P_1 = \frac{\rho \cdot g \cdot 0{,}027 \cdot 68}{0{,}69} = 26{,}6\,kW$$

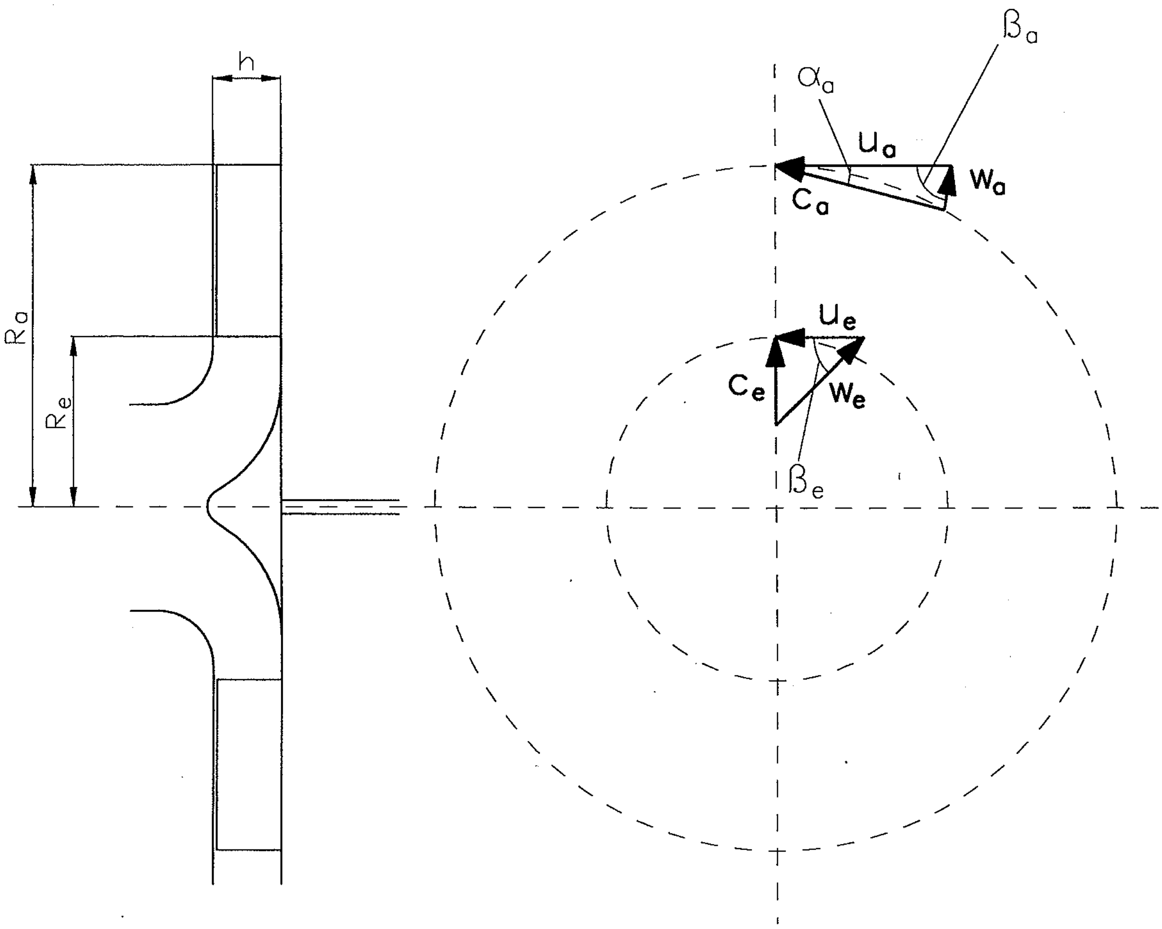
$$P_2 = \frac{\rho \cdot g \cdot 0{,}02 \cdot 37{,}86}{0{,}67} + \frac{\rho \cdot g \cdot 0{,}02 \cdot 21{,}87}{0{,}69} = 17{,}64\,kW$$


H formel
eta formel
H 2Pu
H Verbr.1
H Verbr.2
Ähnl. Parabel
BP 1
BP 2
BP 3
Ähnl. BP
Hpu2
Hpu2
0
0.005
0.01
0.015
0.02
0.025
0.03
0.035
0.04
0.045
0.05
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 10. Dezember 1999
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

2. Beispiel:

STRÖMUNGSWINKEL einer RADIALPUMPE



Der Massenstrom durch die Pumpe ist $\dot{m}$ [kg/s], die Maschinendrehfrequenz n [1/s], die ans Medium abgegebene Leistung P [W], die Dichte ρ [kg/m³] ist konstant. Da die Schaufelhöhe h [m] klein im Vergleich zum Laufraddurchmesser ist, kann die Strömung im Laufrad als näherungsweise eindimensional betrachtet werden. Dabei wird angenommen, daß die Geschwindigkeiten über der Schaufelhöhe konstant sind.

Gegeben: $\dot{m}$, n, P, ρ, h, R_E, R_A

1. Berechnen Sie den Laufradzuströmwinkel β_e.zwischen Relativgeschwindigkeit $\vec{w}_e$ und Umfangsrichtung.
2. Wie groß ist der Winkel α_a zwischen der Absolutgeschwindigkeit $\vec{c}_a$ und der Umfangsrichtung?
3. Unter welchem Winkel β_a erfolgt im Relativsystem die Abströmung vom Laufrad?
4. Skizzieren Sie die Laufradschaufeln für den Fall, daß die Zuströmung jeweils tangential zur Skelettlinie ist (stoßfreie Zuströmung) und Schaufelkongruenter Abströmung (keine Winkelübertreibung).

Lösung Beispiel 2 :

aus $P = \dot{m} \cdot (u_a \cdot c_{ua} - u_e \cdot c_{ue})$ mit $c_{ue} = 0$

$\rightarrow$ $P = \dot{m} \cdot u_a \cdot c_{ua}$ wobei $u_a = R_A \cdot n \cdot 2 \cdot \pi$

1.) β_e

$$\tan \beta_e = \frac{c_{me}}{u_e}$$

mit $c_{me} = \dfrac{Q}{A} = \dfrac{\dot{m}}{\rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_E \cdot h}$ und $u_e = R_E \cdot n \cdot 2 \cdot \pi$

$$\rightarrow \qquad \beta_e = \arctan \frac{\dot{m}}{\rho \cdot (2 \cdot \pi)^2 \cdot R_E{}^2 \cdot n \cdot h}$$

2.) α_a

$$\tan \alpha_a = \frac{c_{ma}}{c_{ua}}$$

mit $c_{ua} = \dfrac{P}{\dot{m} \cdot R_A \cdot n \cdot 2 \cdot \pi}$

$$\tan \alpha_a = \frac{\dfrac{\dot{m}}{\rho \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_A \cdot h}}{\dfrac{P}{\dot{m} \cdot R_A \cdot n \cdot 2 \cdot \pi}} = \frac{\dot{m}^2 \cdot n}{\rho \cdot P \cdot h}$$

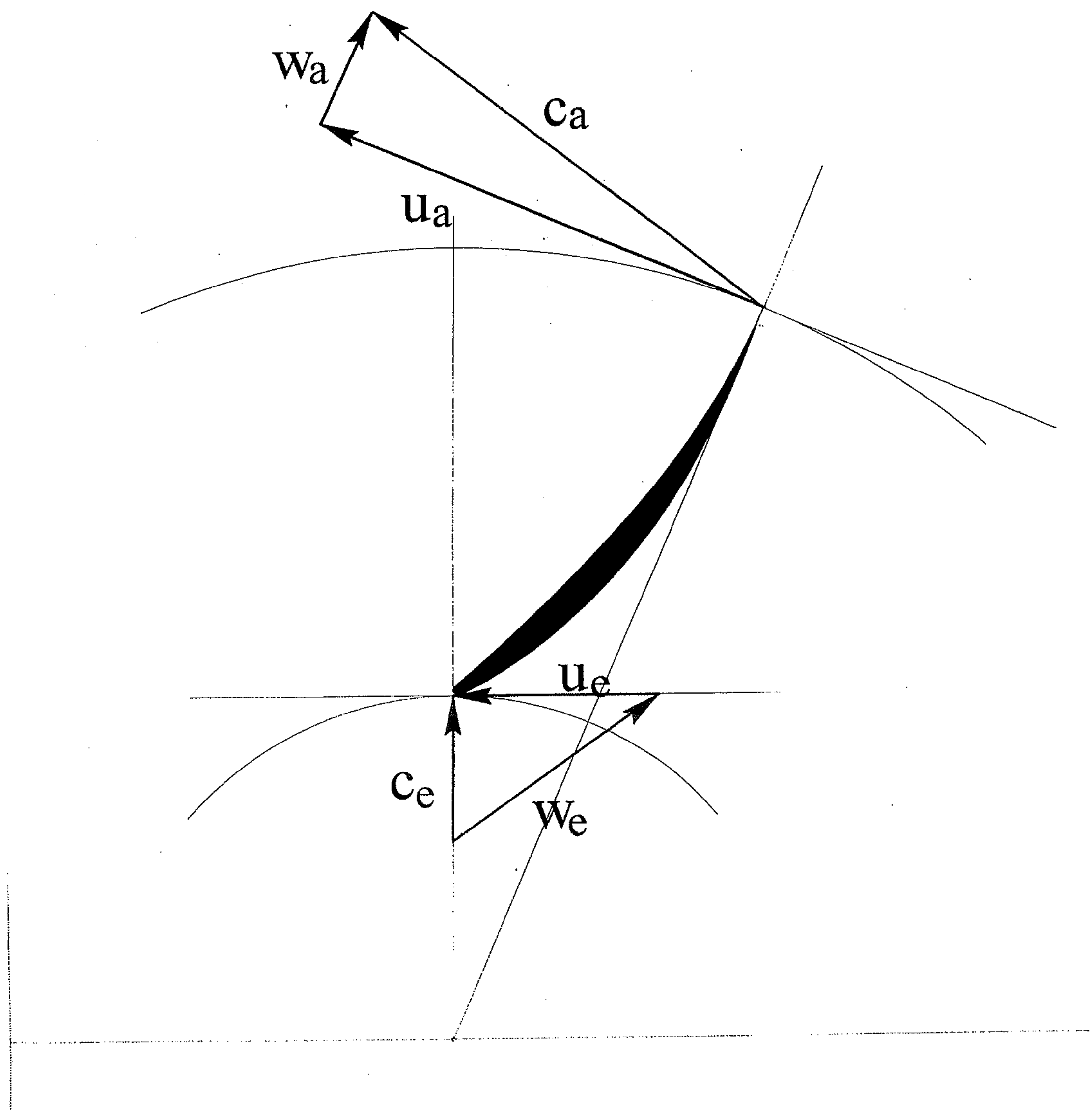
$$\rightarrow \qquad \alpha_a = \arctan \frac{\dot{m}^2 \cdot n}{\rho \cdot P \cdot h}$$

3.) β_a

$$\tan\beta_a = \frac{c_{ma}}{w_{ua}} \qquad \text{mit } w_{ua} = u_a - c_{ua}$$

$$\rightarrow \qquad \tan\beta_a = \frac{\dfrac{\dot{m}}{\rho\cdot 2\cdot\pi\cdot R_A\cdot h}}{R_A\cdot 2\cdot\pi\cdot n - \dfrac{P}{\dot{m}\cdot R_A\cdot n\cdot 2\cdot\pi}}$$

4.) Skizze

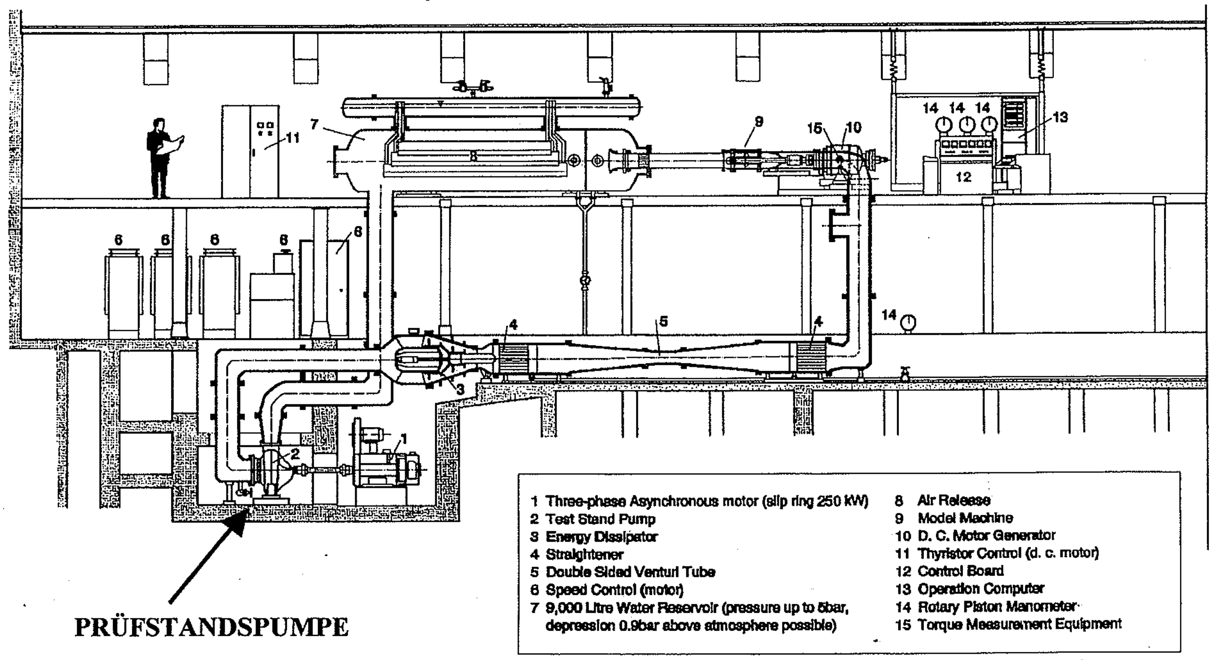


INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 28. Jänner 2000
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

Betriebsgrenze einer Prüfstandspumpe

Model - TEST STAND

FOR PUMPS, TURBINES and REVERSIBLE MACHINES



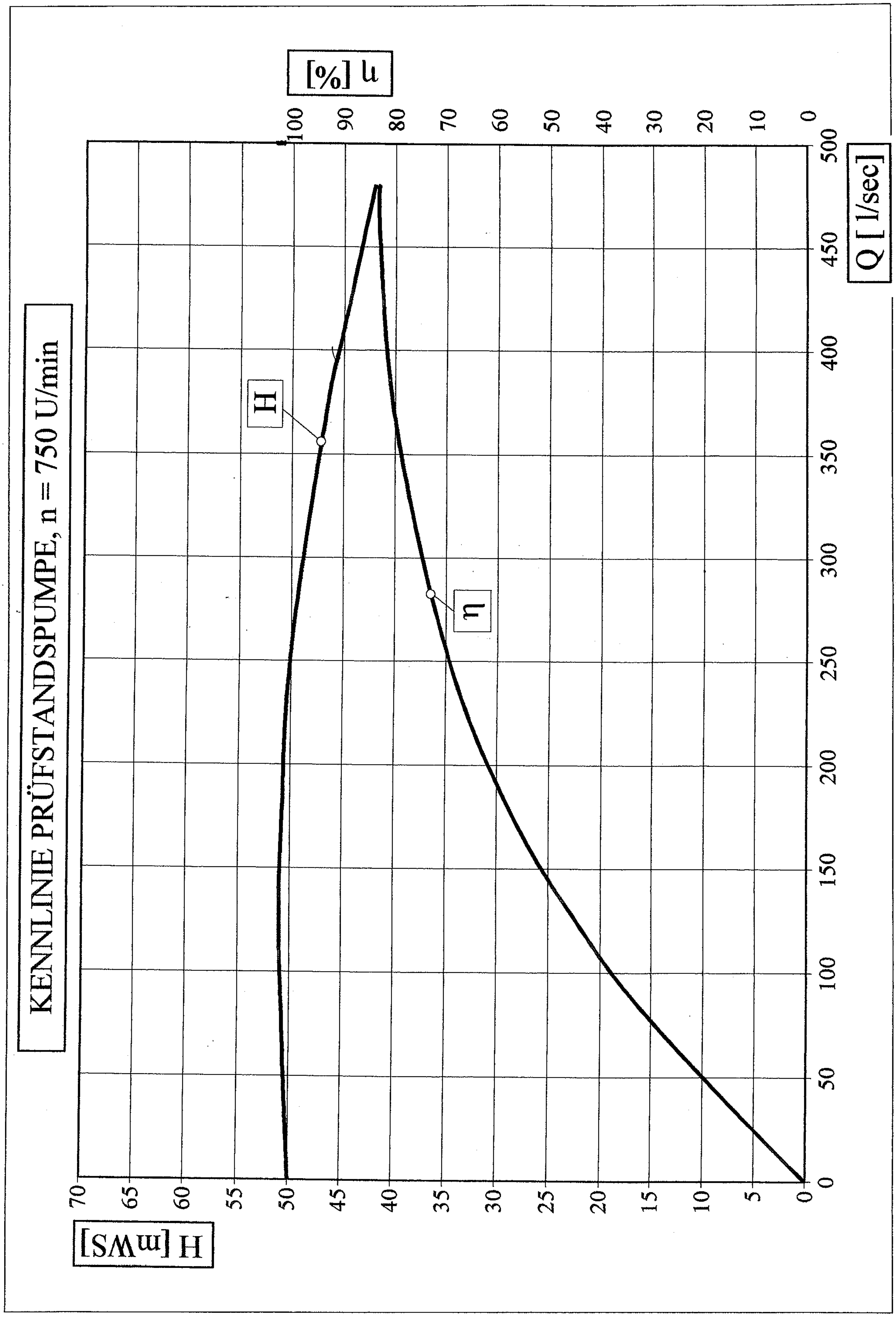
In einem geschlossenen Kreislauf eines Pumpenprüfstandes befindet sich die Prüfstandspumpe 2, deren Einsatzgrenzen bestimmt werden soll. Die Kennlinie sowie der Wirkungsgradverlauf dieser Pumpe ist bekannt (siehe Beiblatt).
Diese Pumpe wird von einem direkt gekoppelten Asynchronmotor angetrieben. Dieser Motor gibt an der Kupplung ein über der Drehzahl konstantes Moment von maximal 2400 Nm ab. Die Drehzahl kann stufenweise mit Hilfe von Widerständen 6 verändert werden. Der maximal zulässige Durchfluß des Venturirohrs beträgt 400 l/s.

a) Geben Sie in dem H-Q Diagramm den Bereich an, der die möglichen Betriebspunkte der Pumpe eingrenzt, wenn Sie die Drehzahl stufenweise auf 650, 750 und 850 Umdrehungen pro Minute einstellen können.

b) Welcher Bereich läßt sich abfahren, wenn anstelle der stufenweise verstellbaren Drehzahleinstellung aus a) eine stufenlose Drehzahleinstellung (Frequenzumrichter) von 650 bis 850 Umdrehungen pro Minute möglich ist? Kennzeichnen Sie diesen Bereich (lineare Interpolation).

Allgemeines:

Erdbeschleunigung	:	$g = 9{,}81\ m/s^2$
Dichte d. Wassers	:	$\rho = 1000\ kg/m^3$


KENNLINIE PRÜFSTANDSPUMPE, n = 750 U/min
H [mWS]
η [%]
Q [l/sec]
H
η
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
0 50 100 150 200 250 300 350 400 450 500

Lösung Beispiel 1 :

a.) H-Q-Bereich bei Stufenregelung

$P_{Motor\ max} = M\ .\ \omega$ mit M = 2400 Nm $\rightarrow$

$P_{650\ max} = 163{,}4$ kW
$P_{750\ max} = 188{,}5$ kW
$P_{850\ max} = 213{,}6$ kW

mit Hilfe der Ähnlichkeitsgesetze gegebene Kennlinie (n = 750 U/min)
auf n = 650 U/min und n = 850 U/min umrechnen.

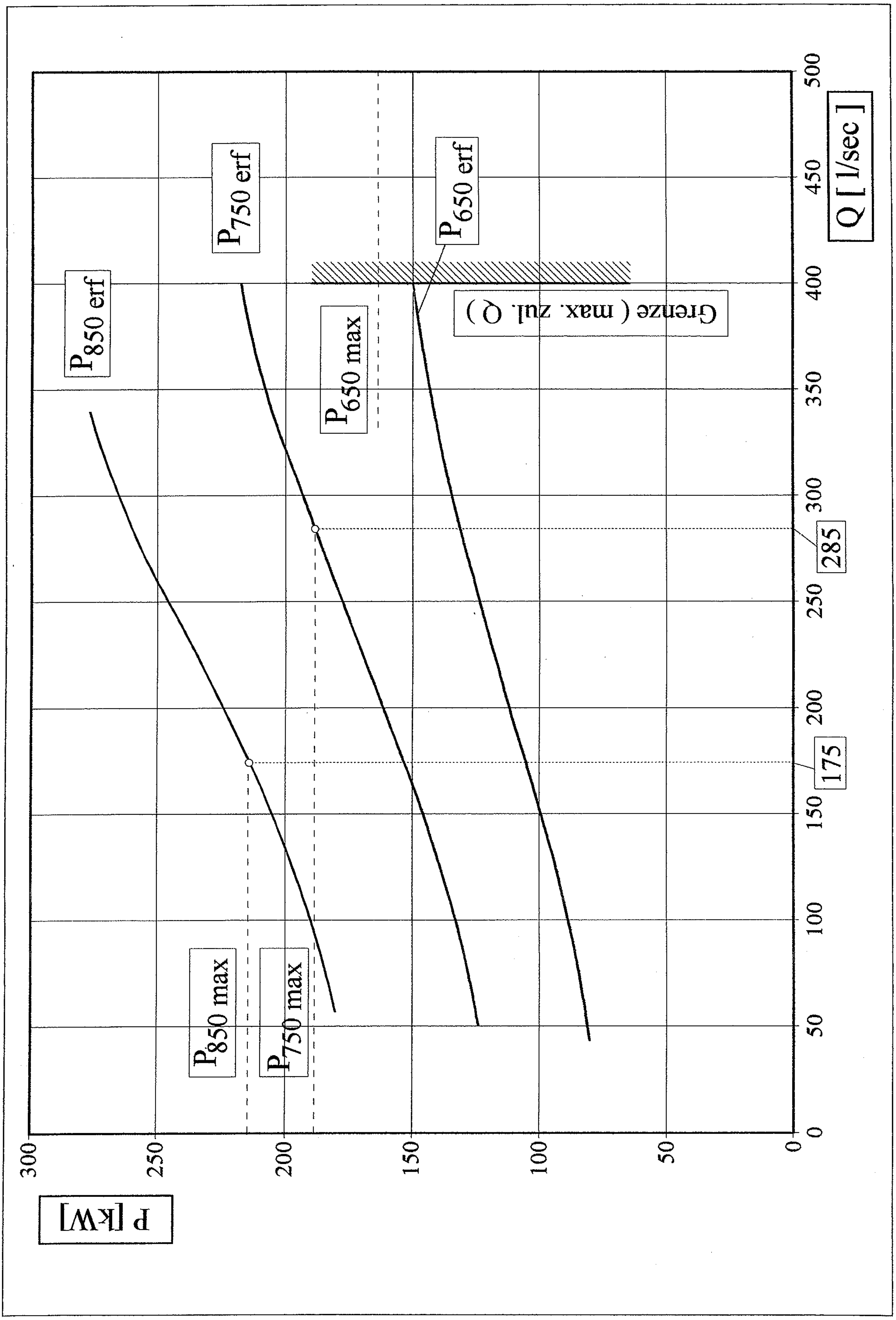
n = 750 U/min				n = 850 U/min			n = 650 U/min		
Q [l/sec]	H [mWS]	η [-]	P [kW]	Q [l/sec]	H [mWS]	P [kW]	Q [l/sec]	H [mWS]	P [kW]
50	50,5	0,2	123,85	56,7	64,2	180,3	43,3	37,9	80,62
100	51,5	0,38	132,95	113,33	66,15	193,5	86,7	38,7	86,5
150	51,5	0,52	145,74	170,0	66,15	212,2	130,0	38,7	94,9
200	51	0,62	161,39	226,7	65,5	234,9	173,3	38,3	105,1
250	50	0,69	177,72	283,3	64,2	258,7	216,7	37,6	115,7
300	48,5	0,75	190,31	340,0	62,3	277,0	260,5	36,4	123,9
350	47,5	0,78	209,09	396,7	61,0	304,0	303,3	35,7	136,1
400	45,5	0,82	217,70	453,3	58,4	316,9	346,7	34,2	141,7
450	43	0,83	228,70	510,0	55,2	332,9	390,0	32,3	148,9

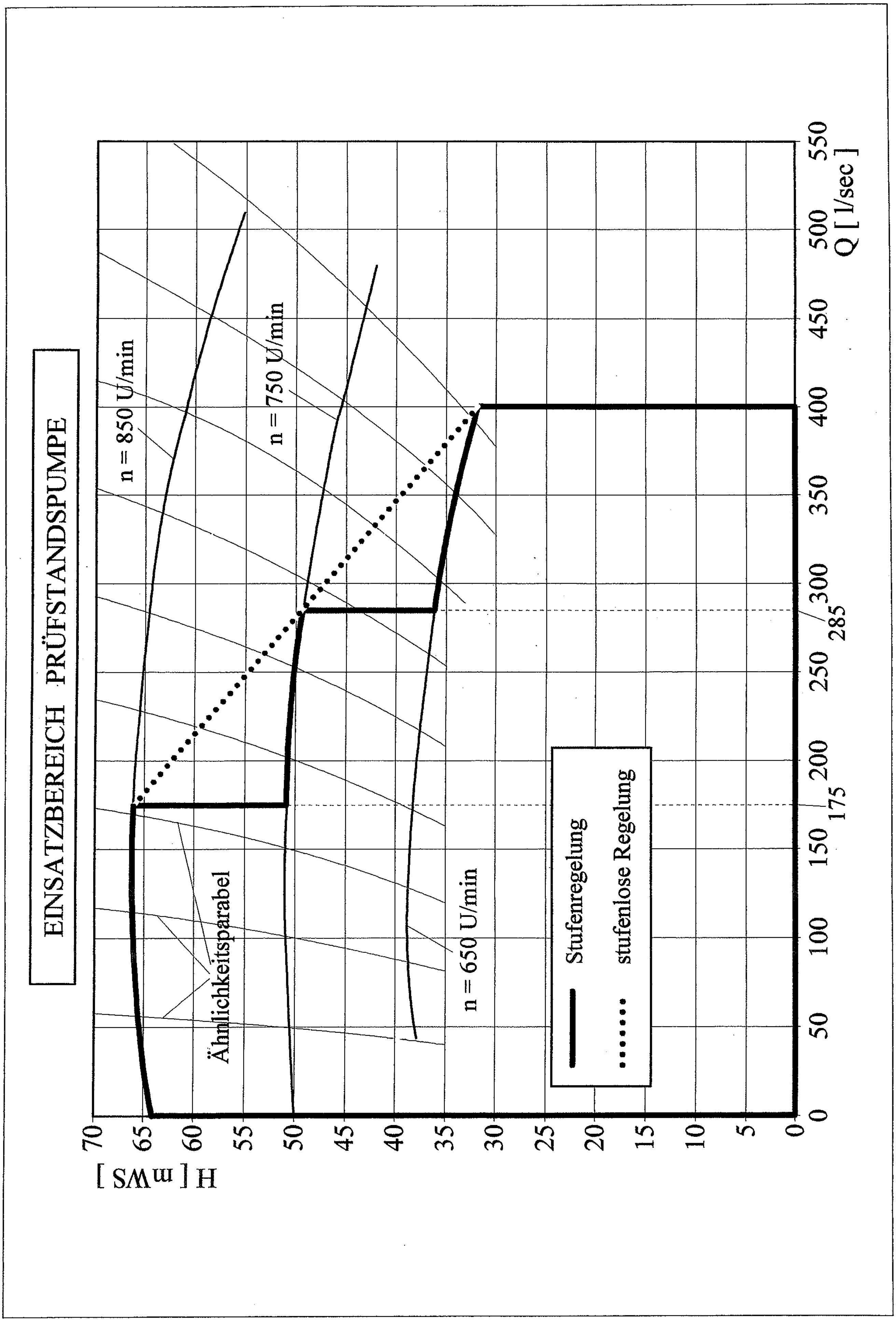
- Eintragen der ‚ähnlichen' Betriebspunkte in H-Q - Diagramm
- Erstellen eines P_Q - Diagrammes mit P_{erf}, P_{max}
- Ablesen von Q, wenn $P_{erf} = P_{Motor\ max}$
- Eintragen der Volumenströme in H_Q - Diagramm, Kennzeichnen des Bereiches.

b.) H-Q-Bereich bei stufenloser Drehzahlregelung

stufenlos $\rightarrow$ lineare Interpolation.

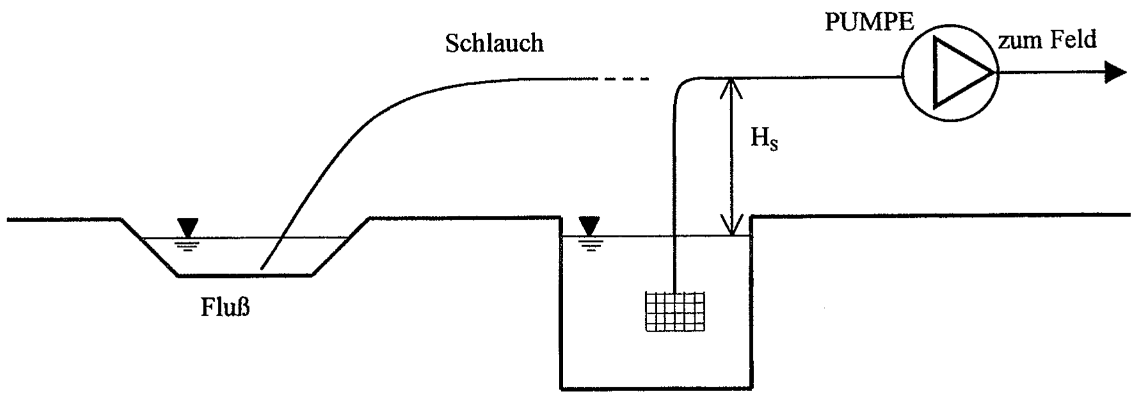
- Verbinden der Punkte Q bei $P_{erf} = P_{Motor\ max}$
  H bei Kennlinie
- Kennzeichnen des H-Q-Bereiches bei stufenloser Drehzahlregelung.


P [kW]
Q [l/sec]
$P_{850\ erf}$
$P_{750\ erf}$
$P_{650\ erf}$
$P_{850\ max}$
$P_{750\ max}$
$P_{650\ max}$
Grenze (max. zul. Q)
285
175
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500


EINSATZBEREICH PRÜFSTANDSPUMPE
H [mWS]
70 65 60 55 50 45 40 35 30 25 20 15 10 5 0
Q [l/sec]
0 50 100 150 175 200 250 285 300 350 400 450 500 550
n = 850 U/min
n = 750 U/min
n = 650 U/min
Ähnlichkeitsparabel
Stufenregelung
stufenlose Regelung

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum: 28. Jänner 2000
	Matrikelnummer:

Pumpe im Saugbetrieb



Eine Pumpe saugt aus einem großen Behälter mit freier Oberfläche Wasser zur Bewässerung eines Feldes an. Der Volumenstrom beträgt dabei $Q = 36\ m^3/h$. Die Saugleitung besitzt einen Saugkorb, der größere Verunreinigungen zurückhält.

Von der gesamten Anlage sind folgende Daten bekannt:

<u>Saugleitung:</u>	Eintrittsverluste sind zu vernachlässigen !	
Saugleitung :	$H_S = 5$ m	
Durchmesser d. Rohrleit. :	$D_R = 0{,}1$ m	
Länge der Rohrleitung :	$L_R = 10$ m	
Rohrreibungsbeiwert :	$\lambda_R = 0{,}03$	
Druckhöhenverlust am Saugkorb:	$H_{vSK} = 0{,}114$ mWS	(bei $Q = 36\ m^3/h$)
Verlustbeiwert d. Krümmers :	$\zeta_{Kr} = 4$	
<u>Pumpe:</u>		
erforderliches NPSH :	$NPSHR_{H3\%} = 3{,}5$ m	
Volumenstrom :	$Q = 36\ m^3/h$	
<u>Allgemeines:</u>		
Erdbeschleunigung :	$g = 9{,}81\ m/s^2$	
Dichte d. Wassers :	$\rho = 998\ kg/m^3$	
Dampfdruck d. Wassers :	$p_D = 0{,}023$ bar	
atmosphärischer Druck :	$p_B = 1{,}005$ bar	

a) Ist der Pumpenbetrieb im Hinblick auf Kavitation zulässig?

b) Als Alternative soll anstatt aus dem Behälter aus einem nahegelegenen Fluß Wasser entnommen werden. Dazu soll anstelle der Rohrleitung ein Saugschlauch an den Saugstutzen der Pumpe angeschlossen werden. Wie lang darf ein Schlauch mit einem Innendurchmesser von $D_{Sch} = 90$ mm maximal sein, wenn er einen Reibungsbeiwert von $\lambda_{Sch} = 0{,}025$ hat und weiterhin kavitationsfreier Betrieb der Pumpe gewährleistet sein soll? Die Pumpe soll den gleichen Volumenstrom wie in a) fördern!
(Hinweis: Die Wasseroberfläche des Flusses liegt auf der gleichen geodätischen Höhe wie der Wasserspiegel des Behälters.)

c) Zur Volumenstromregulierung soll eine Drossel eingebaut werden. An welche Stelle würden Sie die Drossel einbauen und welchen Einfluß hat sie auf das Kavitationsverhalten in Fall a) u. b)?

Lösung Beispiel 2 :

a.) NPSH

$NPSH_{Anlage}$ muß größer sein als $NPSH_{Pumpe}$

Berechnung von $NPSH_{Anlage}$:

$$NPSH_{Anlage} = \frac{p_{tot} - p_D}{\rho \cdot g}$$

$$NPSH_{Anlage} = \frac{p_B - p_D}{\rho \cdot g} + \frac{c_B^2}{2 \cdot g} - H_S - h_{v\,Saug} \qquad (c_B = 0)$$

$$h_{v\,Saug} = \lambda_R \cdot \frac{L_R}{D_R} \cdot \frac{c_R^2}{2 \cdot g} + H_{v\,SK} + \zeta_{Kr} \cdot \frac{c_R^2}{2 \cdot g}$$

$$c_R = \frac{Q}{A_R} = 1{,}273 \text{ m/sec}$$

Zahlenwerte eingesetzt, $\rightarrow$ $h_{v\,Saug} = 0{,}692$ m

$$NPSH_{Anlage} = \frac{1{,}005 - 0{,}023}{998 \cdot 9{,}81} - 5 - 0{,}692 = 4{,}338 \text{ m}$$

$NPSH_{Anlage} = 4{,}338$ m $>$ 3,5 m ($NPSH_{Pumpe}$)

Der Pumpbetrieb ist im Hinblick auf Kavitation zulässig !

b.) Schlauchlänge

Kein Krümmer, kein Saugkorb, nur Schlauchreibung

$$NPSH_{Anlage,Schlauch} = \frac{1{,}005 - 0{,}023}{\rho \cdot g} - 5 - h_{v\,Schlauch} \quad > \quad 3{,}5 \text{ m}$$

$\rightarrow$ $h_{v\,Schlauch} < 1{,}53$ m

$$h_{v\,Schlauch} = \lambda_{Schlauch} \cdot \frac{L_{Schlauch}}{D_{Schlauch}} \cdot \frac{c_{Schlauch}^2}{2 \cdot g} \quad < \quad 1{,}53 \text{ m}$$

$\rightarrow$ $L_{Schlauch} < 43{,}731$ m Der Schlauch darf max. 43 m lang sein

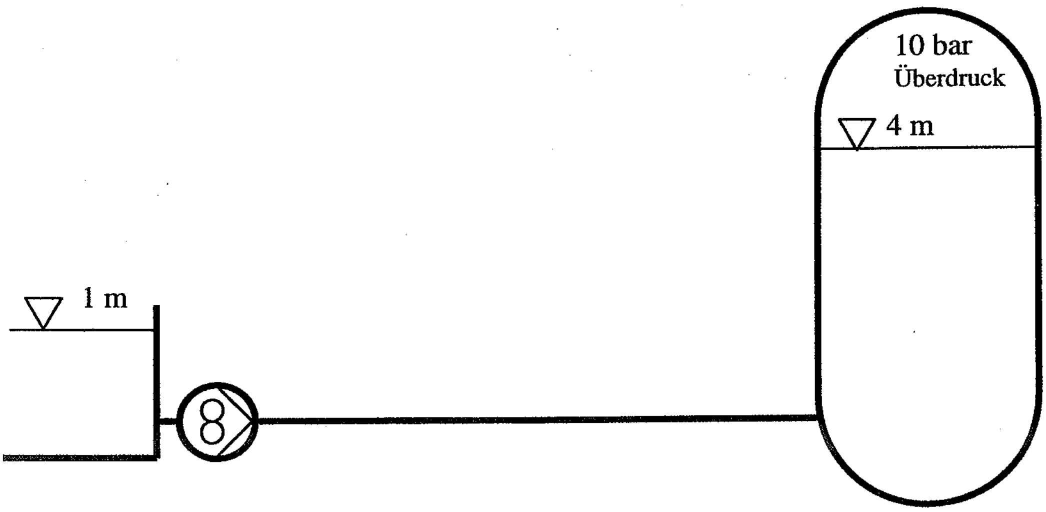
c.) Drossel immer druckseitig, d. h. in der Druckleitung
Saugleitung bleibt gleich,$\rightarrow$ kein Einfluß auf die Kavitation, außer daß der Volumenstrom kleiner wird, $\rightarrow$ geringere Verluste in der Saugleitung.

INSTITUT FÜR	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftliche Prüfung: 3. März 2000

1. Beispiel: ZAHNRADPUMPE

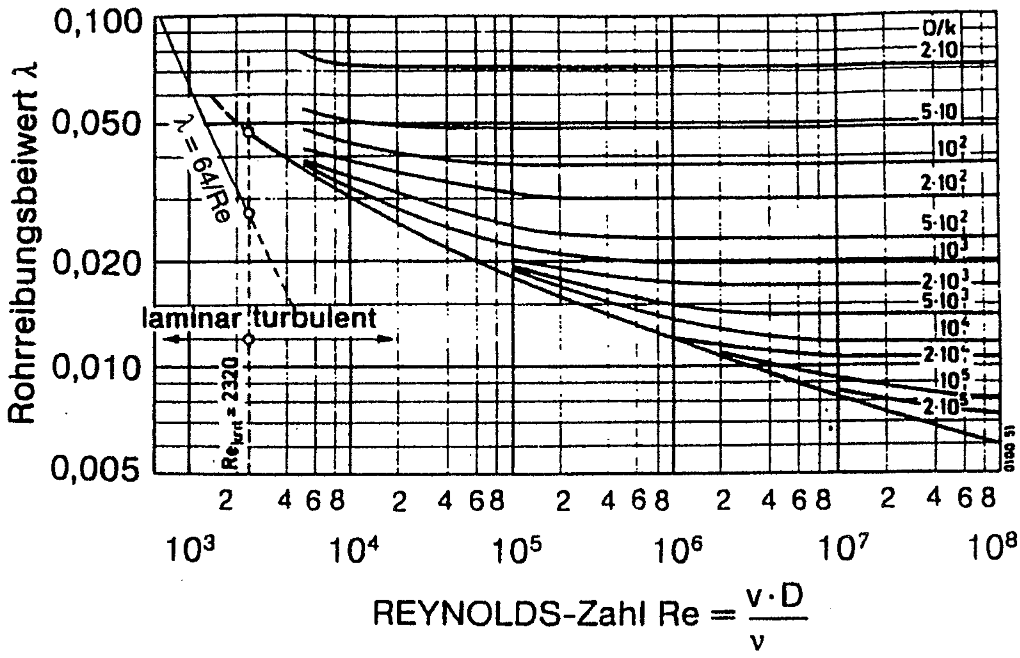
Eine Zahnradpumpe fördert aus einem Vorratsbehälter in einen Druckkessel.

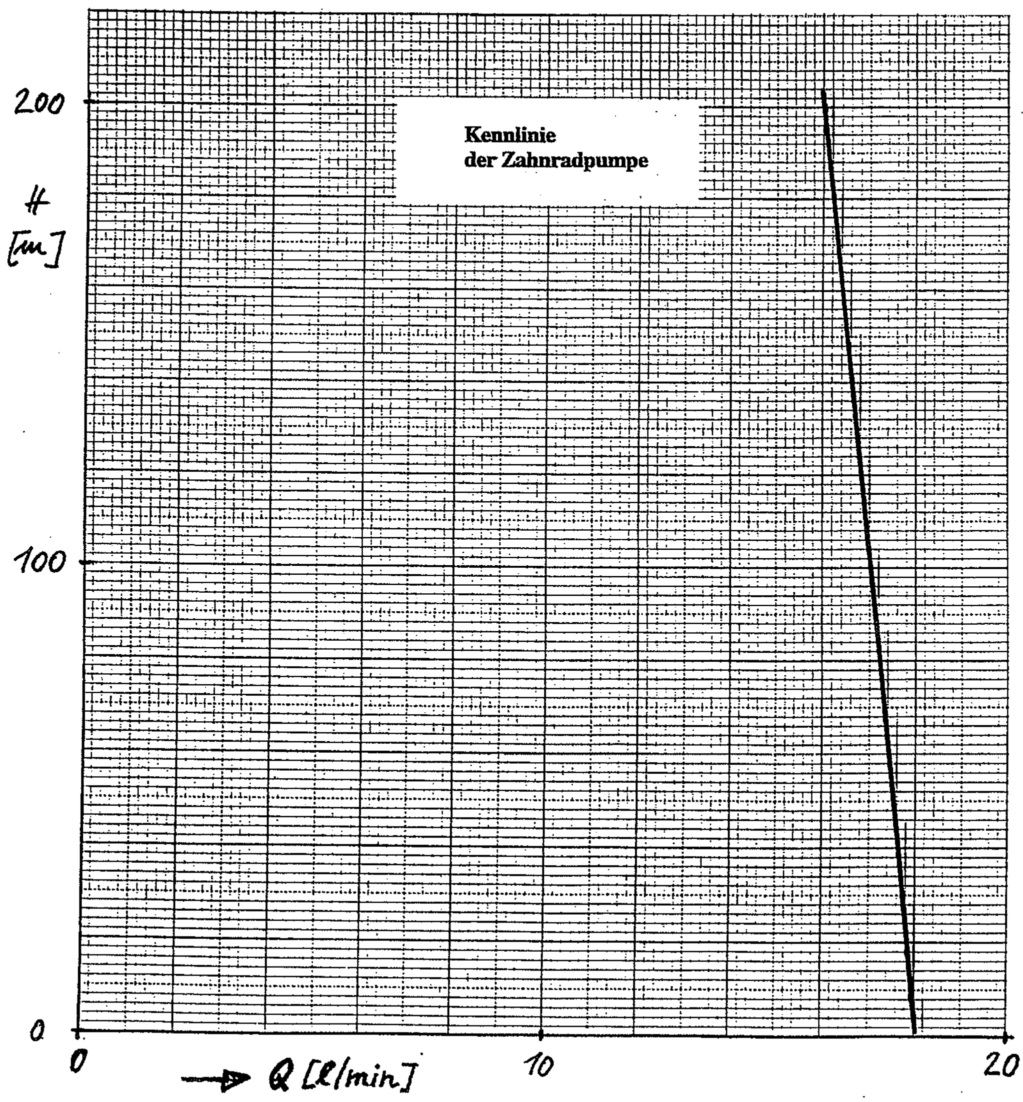
Förderflüssigkeit:	hochviskoses Öl	
	$\rho = 900\ kg/m^3$	Dichte
	$\nu = 200*10^{-6}\ m^2/s$	kinematische Zähigkeit
Druckleitung:	$L = 25\ m$	Länge
	$D = 20\ mm$	Innendurchmesser
	$k = 0{,}1\ mm$	Rohrrauhigkeit



Gesucht:
1. Verbraucherkennlinie **H(Q)**
2. Betriebspunkt **Q, H**
3. Erforderliche Antriebsleistung **P**
bei einem Pumpenwirkungsgrad von 80%.

Beilage: Pumpenkennlinie, Diagramm Rohrreibungsbeiwert


0,100
0,050
0,020
0,010
0,005
Rohrreibungsbeiwert λ
λ = 64/Re
laminar turbulent
Re_{krit} = 2320
D/k
2·10
5·10
10²
2·10²
5·10²
10³
2·10³
5·10³
10⁴
2·10⁴
10⁵
2·10⁵
10³
10⁴
10⁵
10⁶
10⁷
10⁸
REYNOLDS-Zahl Re = $\frac{v \cdot D}{\nu}$


Kennlinie
der Zahnradpumpe
200
H
[m]
100
0
0
Q [l/min]
10
20

Lösung Beispiel 1 :

1.) Verbraucherkennlinie

Energiebilanz vom Flüssigkeitsspiegel im Vorratsbehälter (Index 1) bis zum Flüssigkeitsspiegel im Druckbehälter (Index 2)

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + H_{PU} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{c_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \sum h_{v\,1\text{-}2}$$

$$H_{PU} = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2 \cdot g} + z_2 - z_1 + \sum h_{v\,1\text{-}2} = H_{Verbr}(Q)$$

$$c_1 = c_2 = 0$$

$$\sum h_{v\,1\text{-}2} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$$ Ein – und Austrittsverlust sind vernachlässigbar klein

$$H_{Verbr}(Q) = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + z_2 - z_1 + \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$$

$0 < Q < 18$ l/min

$$Re_{max} = \frac{c_{max} \cdot D}{\nu} = \frac{4 \cdot Q_{max}}{D \cdot \pi \cdot \nu} = \frac{4 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{0{,}02 \cdot \pi \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot 60} = 95{,}5$$

$Re_{max} < 2320$ $\quad\rightarrow\quad$ laminare Strömung

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64 \cdot \nu}{c \cdot D}$$

$$\sum h_{v\,1\text{-}2} = \frac{64 \cdot \nu}{c \cdot D} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = \frac{64 \cdot \nu}{D} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c}{2 \cdot g}$$

$\rightarrow$ **lineare Zunahme** der Rohrreibungsverluste mit c bezw. mit Q !

$$H_{Verbr}(Q) = \frac{10 \cdot 10^5}{900 \cdot 9{,}81} + (4 - 1) + \frac{64 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot Q\,[l/min]}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}02^2 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 0{,}02^2 \cdot \frac{\pi}{4}}$$

$$H_{Verbr}(Q) = 116{,}3 + 2{,}16 \cdot Q\,[l/min]$$

$Q = 0$ $\qquad H_{Verbr} = 116{,}3$ m

$Q = 20$ l/min $\qquad H_{Verbr} = 159{,}5$ m

2.) Betriebspunkt

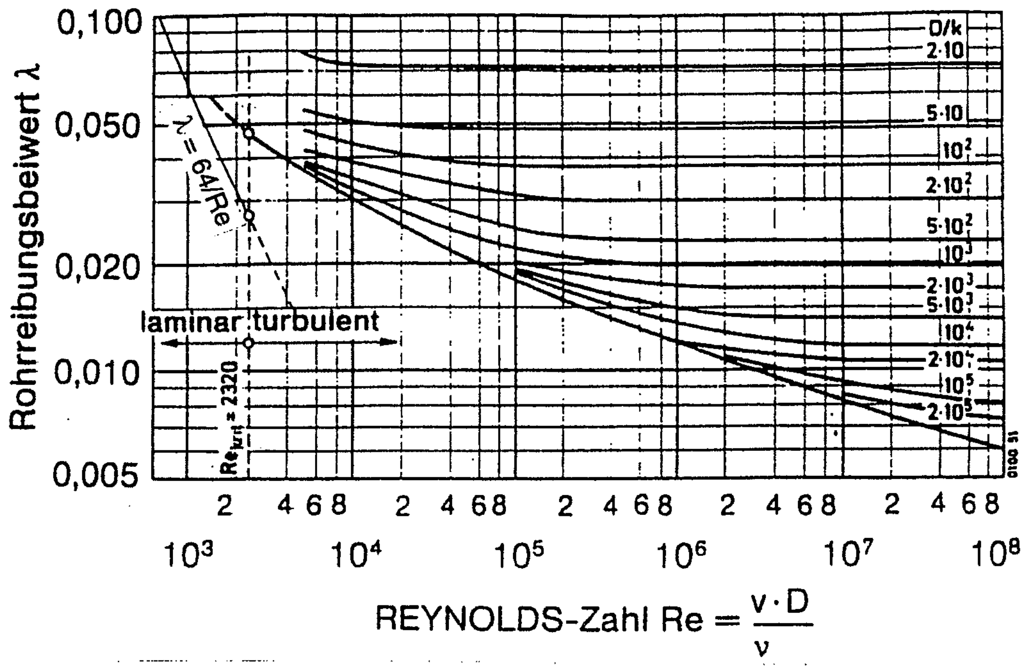
Schnitt Verbraucherkennlinie mit Pumpenkennlinie liefert :

Q = 16,5 l/min
H = 152 m

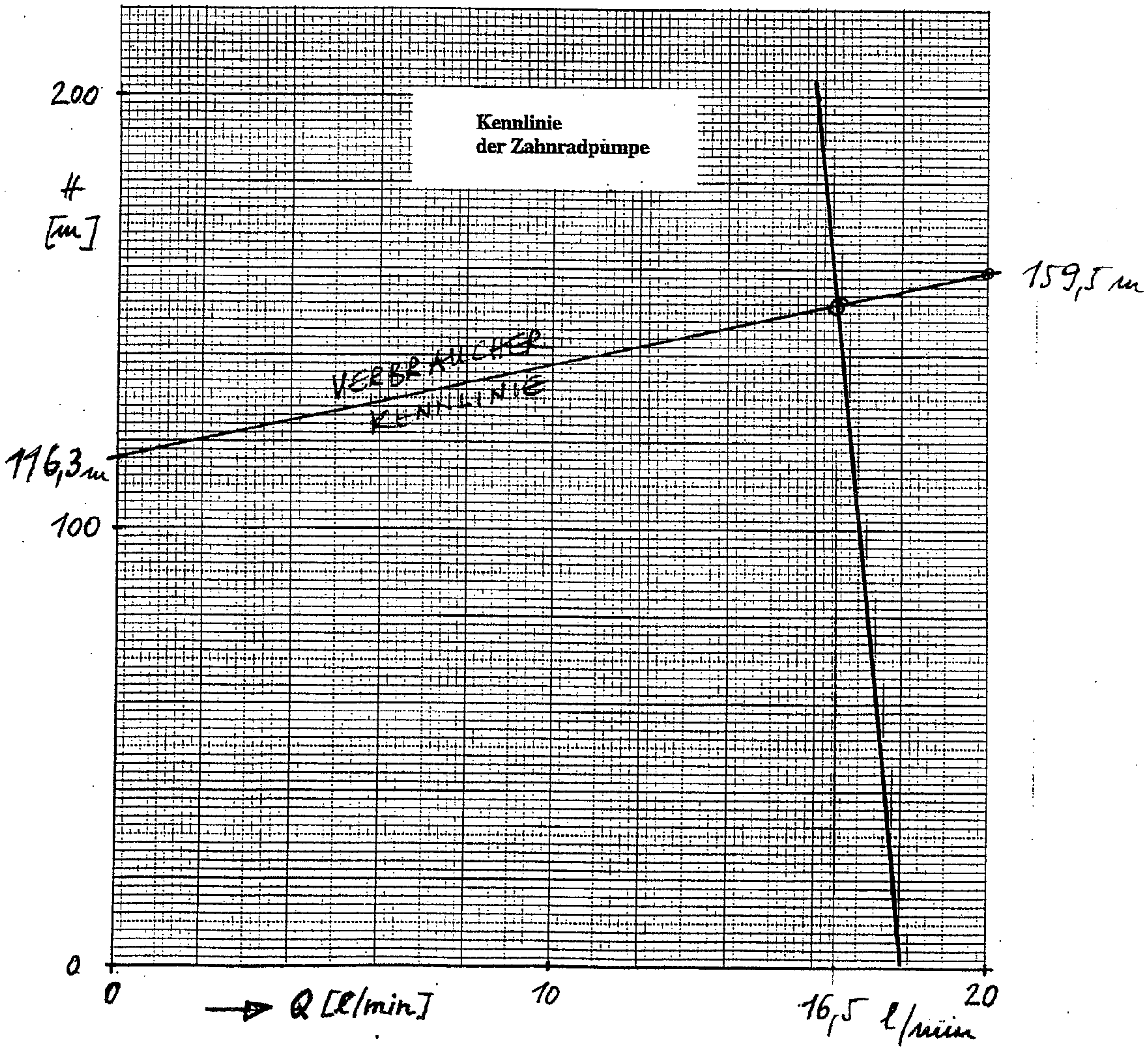
3.) Antriebsleistung

$$P = Q \cdot H \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{1}{\eta} = \frac{16{,}5 \cdot 10^{-3}}{60} \cdot 152 \cdot 900 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{1}{0{,}8}$$

$\rightarrow \qquad P = 461\ W$



Rohrreibungsbeiwert λ
0,100
0,050
0,020
0,010
0,005
λ = 64/Re
laminar turbulent
Re krit = 2320
D/k
2·10
5·10
10²
2·10²
5·10²
10³
2·10³
5·10³
10⁴
2·10⁴
10⁵
2·10⁵
2 4 6 8 2 4 6 8 2 4 6 8 2 4 6 8 2 4 6 8
10³ 10⁴ 10⁵ 10⁶ 10⁷ 10⁸
REYNOLDS-Zahl Re = v·D / ν



Kennlinie
der Zahnradpumpe
200
H
[m]
159,5 m
VERBRAUCHER
KENNLINIE
116,3 m
100
0
0
Q [l/min]
10
16,5 l/min
20

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:
	Schriftliche Prüfung: 3. März 2000

2. Beispiel: LUFTVERSUCH

Für eine Kreiselpumpe mit den Daten

$H = 10$ m		Fördermedium WASSER	
$Q = 1{,}3$ m³/s		$\rho = 1000$ kg/m³	Dichte
$n = 1500$ U/min		$\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ m²/s	kinematische Zähigkeit
$D = 500$ mm	Laufraddurchmesser		
$\eta_i = 85$ %	innerer Wirkungsgrad		

soll an einem vergrößerten Modell ein Versuch in Luft durchgeführt werden.

	LUFT	
$D_M = 1000$ mm	$\rho = 1{,}16$ kg/m³	Dichte
$n_M = 1000$ U/min	$\nu = 16 \cdot 10^{-6}$ m²/s	kinematische Zähigkeit

Für den ähnlichen Betriebspunkt im Luftversuch sind **gesucht:**

1. Die Förderdaten **Q** und **H**
2. Welcher Wirkungsgrad η_i ist im Luftversuch zu erwarten, wenn 50% der Verluste im Wasserbetrieb aufwertbar sind (aufwertbare Verluste $\approx$ $Re^{-0,2}$).

sowie für den Betrieb in Wasser und den Luftversuch

3. die inneren Wellenleistungen $\mathbf{P_i}$
4. die spezifischen Drehzahlen $\mathbf{n_q}$

Lösung Beispiel 2 :

1.) Betriebspunkt im Luftversuch

$$Q_M = Q \cdot \frac{n_M}{n} \cdot \left(\frac{D_M}{D}\right)^3 = 1{,}3 \cdot \frac{1000}{1500} \cdot \left(\frac{1}{0{,}5}\right)^3 = 6{,}93\,\frac{m^3}{sec}$$

$$H_M = H \cdot \left(\frac{n_M}{n}\right)^2 \cdot \left(\frac{D_M}{D}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{1000}{1500}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{0{,}5}\right)^2 = 17{,}8\,\text{mLS}$$

2.) innerer Wirkungsgrad im Luftversuch

$$\frac{1-\eta_{iM}}{1-\eta_i} = 0{,}5 + 0{,}5 \cdot \left(\frac{Re_M}{Re}\right)^{-0{,}2} \qquad Re = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot H} \cdot D}{\nu}$$

$$\eta_{iM} = 1 - (1-\eta_i) \cdot \left[0{,}5 + 0{,}5 \cdot \left(\sqrt{\frac{H_M}{H}} \cdot \frac{D_M}{D} \cdot \frac{\nu}{\nu_M}\right)^{-0{,}2}\right]$$

$$\eta_{iM} = 1 - (1-0{,}85) \cdot \left[0{,}5 + 0{,}5 \cdot \left(\sqrt{\frac{17{,}8}{10}} \cdot \frac{1}{0{,}5} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{16 \cdot 10^{-6}}\right)^{-0{,}2}\right] = 0{,}818$$

3.) innere Wellenleistungen

$$P_i = Q \cdot H \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{1}{\eta_i} = 1{,}3 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{1}{0{,}85} = 150\,\text{kW}$$

$$P_{iM} = 6{,}93 \cdot 17{,}8 \cdot 1{,}16 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{1}{0{,}818} = 1{,}7\,\text{kW}$$

4.) spezifische Drehzahlen

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} = 1500 \cdot \frac{1{,}3^{\frac{1}{2}}}{10^{\frac{3}{4}}} = 304$$

$$n_{qM} = 1000 \cdot \frac{6{,}93^{\frac{1}{2}}}{17{,}8^{\frac{3}{4}}} = 304$$

Ähnliche Pumpen, ähnlicher Betriebspunkt $\rightarrow$ gleiches n_q

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 31. März 2000**	Name: Matr. Nr.:

Beispiel 1: Bewässerungsanlage Sad

Die Pumpe einer Bewässerungsanlage wird durch einen direkt angekuppelten (kein Zwischengetriebe) Verbrennungsmotor angetrieben. Die Verluste der Anlage, die keinen geodätischen Höhenunterschied zu überwinden hat, setzen sich ausschließlich aus Strömungsverlusten in den Leitungen, Verzweigungen, Düsen,... zusammen und wurden im Versuch ermittelt. Die Verlustgleichung des Systems lautet :

$$H_V = 6{,}8 \cdot 10^{-3}\, Q^2$$

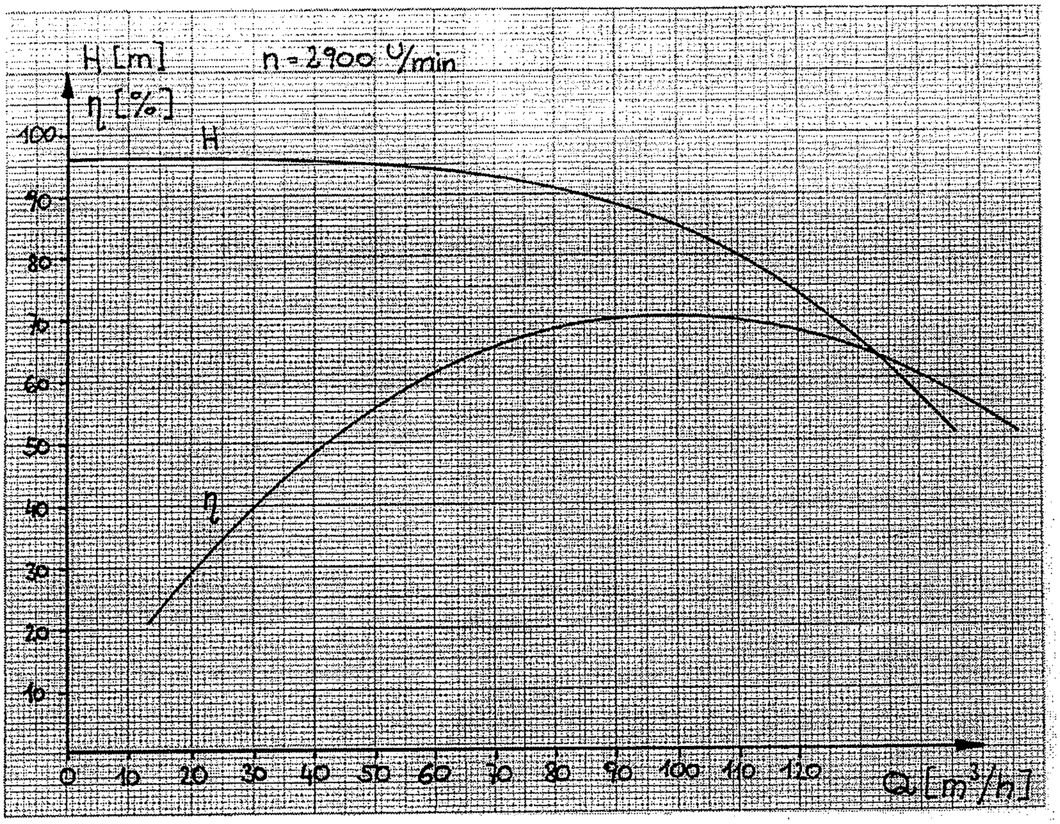
Die beiliegende Pumpenkennlinie gilt für eine Drehzahl von n = 2900 U/min. Der Leistungs – Drehzahl Verlauf des Motors liegt ebenso als Diagramm vor.

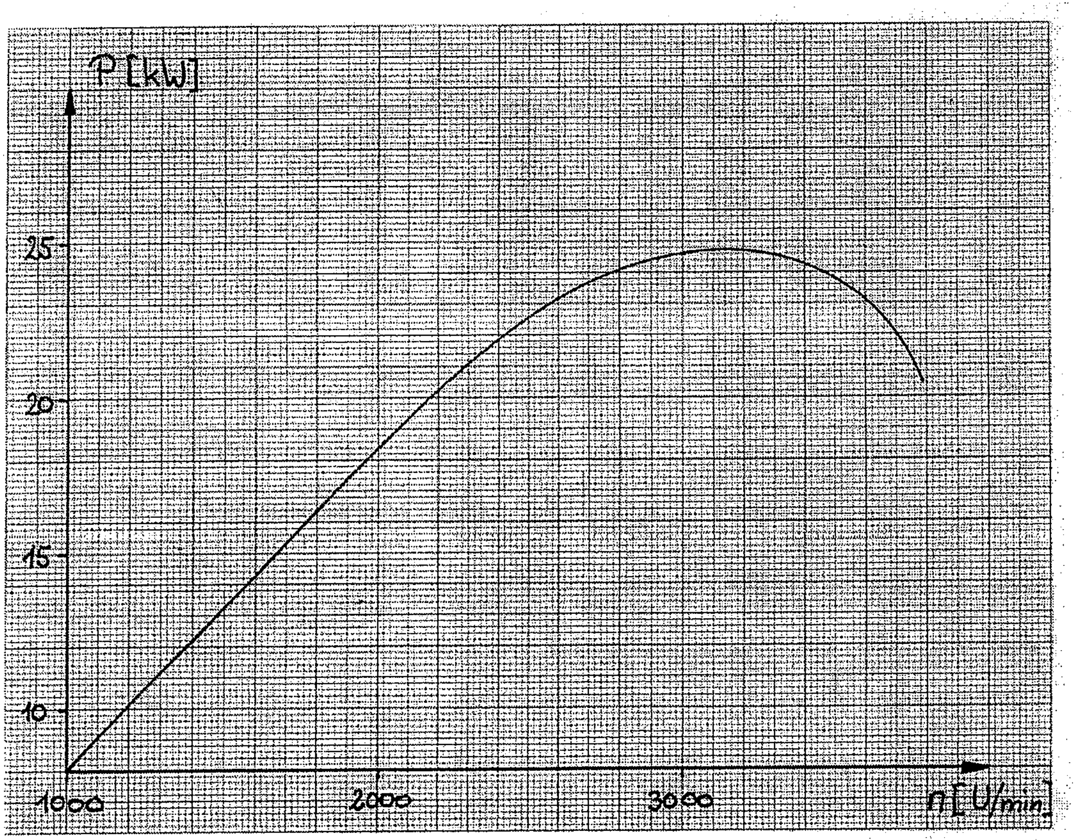
Gesucht sind

Durchfluß Q,
Leistung P
Drehzahl n

für den, sich im Stationärzustand einstellenden Betriebspunkt

Pumpenkennlinie / Leistungs-Drehzahlverlauf





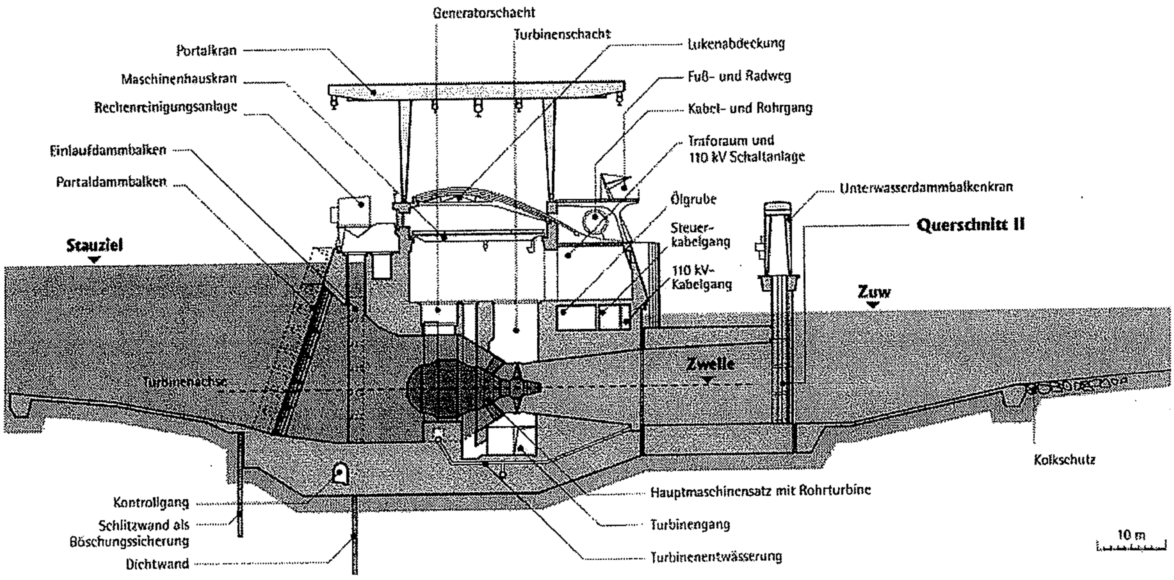
Lösung Beispiel 1 :

Siehe 15.12.1997 S.6 - 9

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 31. März 2000**	Name: Matr. Nr.:

Beispiel 2 - MB: Kraftwerk Freudenau Sad

Das erst kürzlich in Betrieb gegangene Donaukraftwerk Freudenau besitzt 6 horizontale Kaplan-Rohr-Turbinen und wurde für einen Durchfluß Q_{ges} = 1700 m³/s sowie eine Fallhöhe H = 8,5 m ausgelegt. Bei einem Nabenverhältnis von 38% beträgt der Laufraddurchmesser D = 7,5 m.



Es gelte überall die Annahme einer über dem jeweiligen Querschnitt konstanten Meridionalgeschwindigkeit. Die Zuströmung zur Turbine werde verlustfrei und die Abströmung drallfrei angenommen.

Weitere Zahlenwerte:

n = 65,2 U/min $\quad z_{ow}$ = 161,35 m $\quad z_{welle}$ = 142,00 m $\quad A_{II}$ = 102 m² $\quad \eta_D$ = 0,8

Gesucht sind:

a) die Höhe des Unterwasserspiegels z_{uw} bei erreichtem Stauziel und Ausbaudurchfluß,

b) die effektive Wellenleistung P_{welle} und der Gesamtwirkungsgrad η_{ges} eines Maschinensatzes, wenn die mechanischen Verluste P_{mech} = 650 kW betragen und ein Umfangswirkungsgrad von η_u = 93% angenommen wird,

c) der Eintrittswinkel β_e sowie eine Skizze der Geschwindigkeitsdreiecke am äußersten Stromfaden (Maßstab: 1cm ≡ 2m/s) für den Auslegungspunkt,

d) die Höhe des Unterwasserspiegels, bei der gerade noch kavitationsfreier Betrieb möglich ist. (Anmerkung: Bei der Kavitationsbeurteilung ist zu berücksichtigen, daß im Bereich der Laufschaufel eine zusätzliche Druckabsenkung in der Größe von 25% der Geschwindigkeitshöhe der relativen Austrittsgeschwindigkeit auftritt)

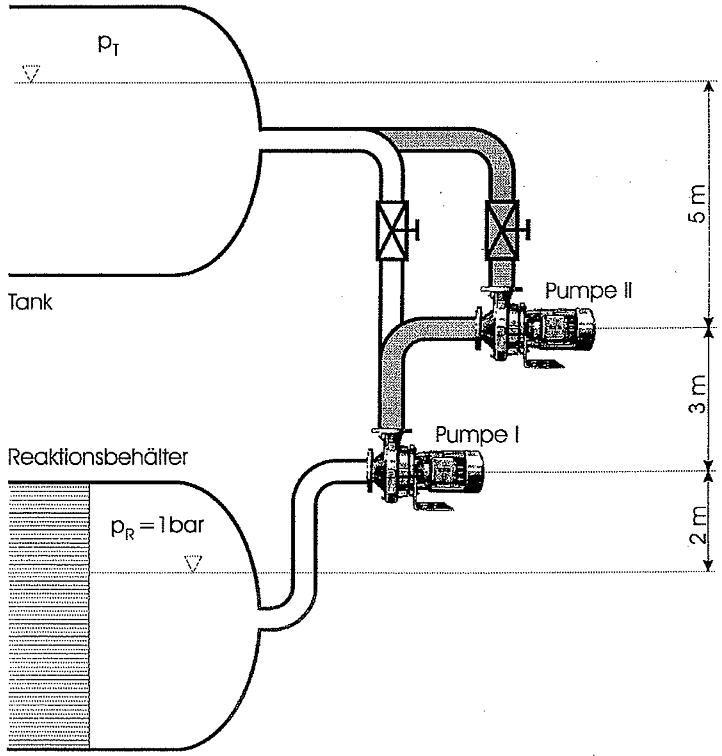
Lösung Beispiel 2 :

Siehe 11.12.1998 S.3 - 6

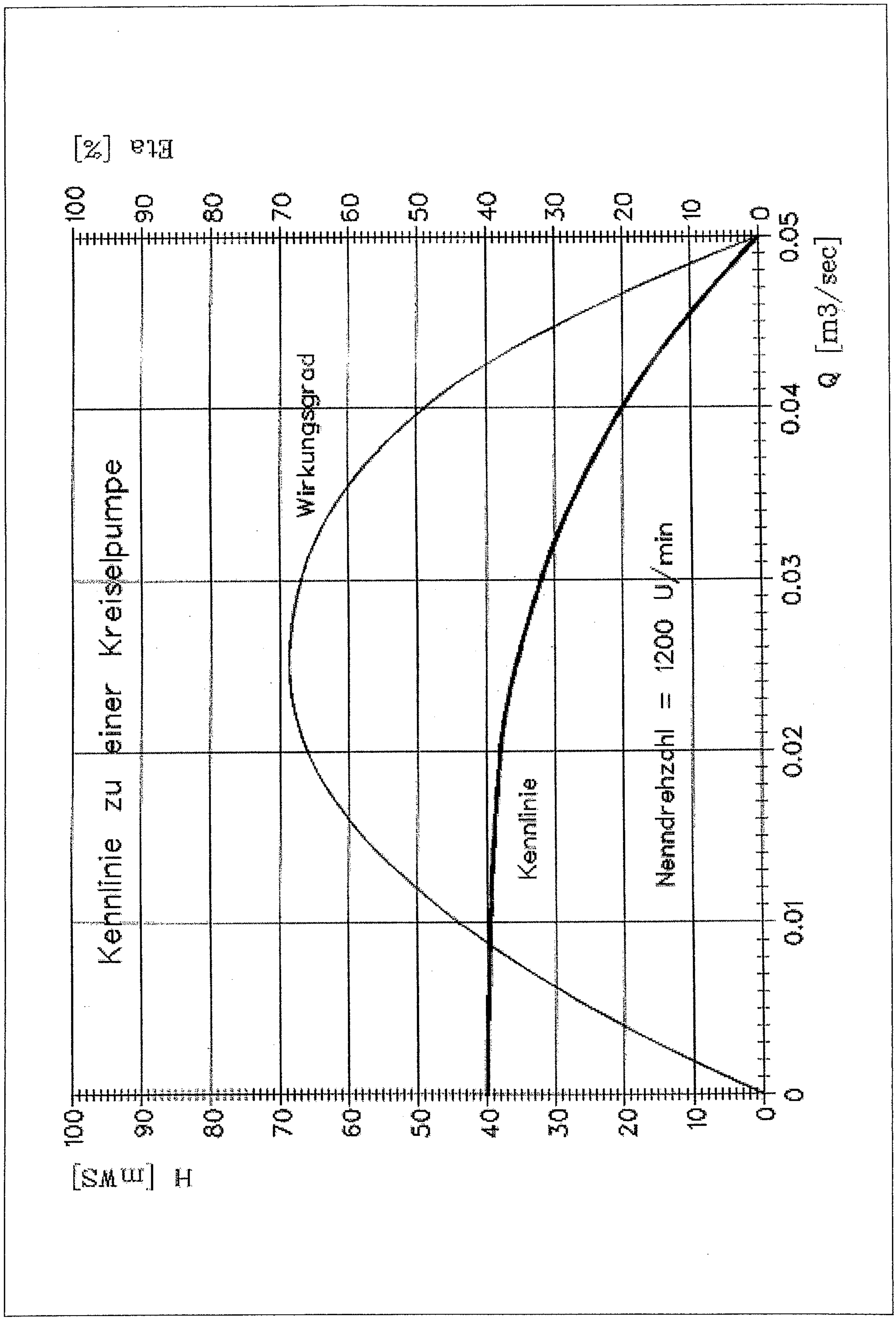
Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 31. März 2000**	Name: Matr. Nr.:

<u>Beispiel 2 - VT:</u> Aufrüstung einer Chemieanlage Sad

In einer Chemieanlage wird eine Flüssigkeit mit der Dichte ρ =1000 kg/m³ vom Reaktionsbehälter (Überdruck gegenüber Atmosphäre p_R= 1 bar) in einen Tank gepumpt. Durch eine Änderung im Prozeßablauf ist es notwendig den Tank auch mit höherem Druck als bisher versorgen zu können. Es wurde daher eine zweite baugleiche Pumpe installiert, die über einen Bypaß überbrückt werden kann. Alle Verluste in der Rohrleitung können mit dem auf die Geschwindigkeitshöhe bezogenen Verlustfaktor ζ_K=30 berechnet werden. Der Rohrdurchmesser beträgt überall 100 mm.



1) Zeichnen Sie bei Betrieb beider Pumpen die resultierende Maschinenkennlinie bei Nenndrehzahl n_N=1200 U/min in das beiliegende Diagramm ein.
2) Geben Sie die Betriebspunkte für beide Pumpen zusammen sowie für Pumpe I alleine für p_T = 3 bar und p_T = 5 bar bei Nenndrehzahl an.
3) Der Antriebsmotor von Pumpe II ist drehzahlregelbar, während Pumpe I nur bei Nenndrehzahl betrieben werden kann. Welche Drehzahl ist bei Pumpe II einzustellen, wenn ein Rückfluß in den Reaktionsbehälter bei p_T = 5 bar gerade noch verhindert werden soll ?
4) Berechnen Sie den Unterschied in der aufgenommenen elektrischen Leistung der Antriebsmotoren der Pumpe I und II für die Fälle p_T = 3 bar und p_T = 5 bar, wenn der mechanische und der elektrische Wirkungsgrad gemeinsam 95% betragen.


Kennlinie zu einer Kreiselpumpe
Wirkungsgrad
Kennlinie
Nenndrehzahl = 1200 U/min
H [mWS]
Eta [%]
Q [m3/sec]
0 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

Lösung Beispiel 2 – VT :

1.) Pumpenkennlinie

Serienschaltung Pumpe I, Pumpe II (siehe Skizze)

2.) Betriebspunkte

$$\frac{p_R}{\rho \cdot g} + \frac{c_R^2}{2 \cdot g} + z_R + H = \frac{p_T}{\rho \cdot g} + \frac{c_T^2}{2 \cdot g} + z_T + \sum h_v$$

$$c_R = 0 \qquad c_T = 0$$

$$H = \frac{p_T - p_R}{\rho \cdot g} + z_T - z_R + \sum h_v$$

$$\frac{p_T - p_R}{\rho \cdot g} = 20{,}387\ \text{m}\ (3\ \text{bar}), \qquad 40{,}775\ \text{m}\ (5\ \text{bar})$$

$$z_T - z_R = 10\ \text{m}$$

$$\sum h_v = \zeta_K \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = 30 \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{g \cdot d^4 \cdot \pi^2} = 24788{,}057 \cdot Q^2$$

Q $[m^3/sec]$	Σh_v [m]	H_{3bar} [m]	H_{5bar} [m]
0	0	30,387	50,775
0,01	2,479	32,866	53,254
0,02	9,915	40,303	60,690
0,03	22,309	52,697	73,084
0,04	39,661	70,048	90,436
0,05	61,970	92,358	112,745

Betriebspunkt	3 bar	5 bar
Pumpe I	Q = 0,018 m3/sec H = 38 m η = 65 %	BP mit Pumpe I alleine nicht möglich
Pumpe I + Pumpe II	Q = 0,0335 m3/sec H = 57 m η = 63 %	Q = 0,027 m3/sec H = 69 m η = 68,5 %

3.) Drehzahl Pumpe II

gerade kein Durchfluß $\rightarrow$ $Q = 0$

Betriebspunkt $Q = 0\ m^3/sec$
$H = 50{,}775\ m$

Pumpe I : $H = 40\ m$ $n = 1200\ U/min$
Pumpe II : $H = 10{,}775\ m$

Ähnlichkeit :

$$\frac{H_{II}}{H_I} = \frac{n_{II}^2}{n_I^2} \quad \rightarrow \quad n_{II} = \sqrt{n_I^2 \cdot \frac{H_{II}}{H_I}} \quad \rightarrow \quad n_{II} = 622{,}810\ U/min$$

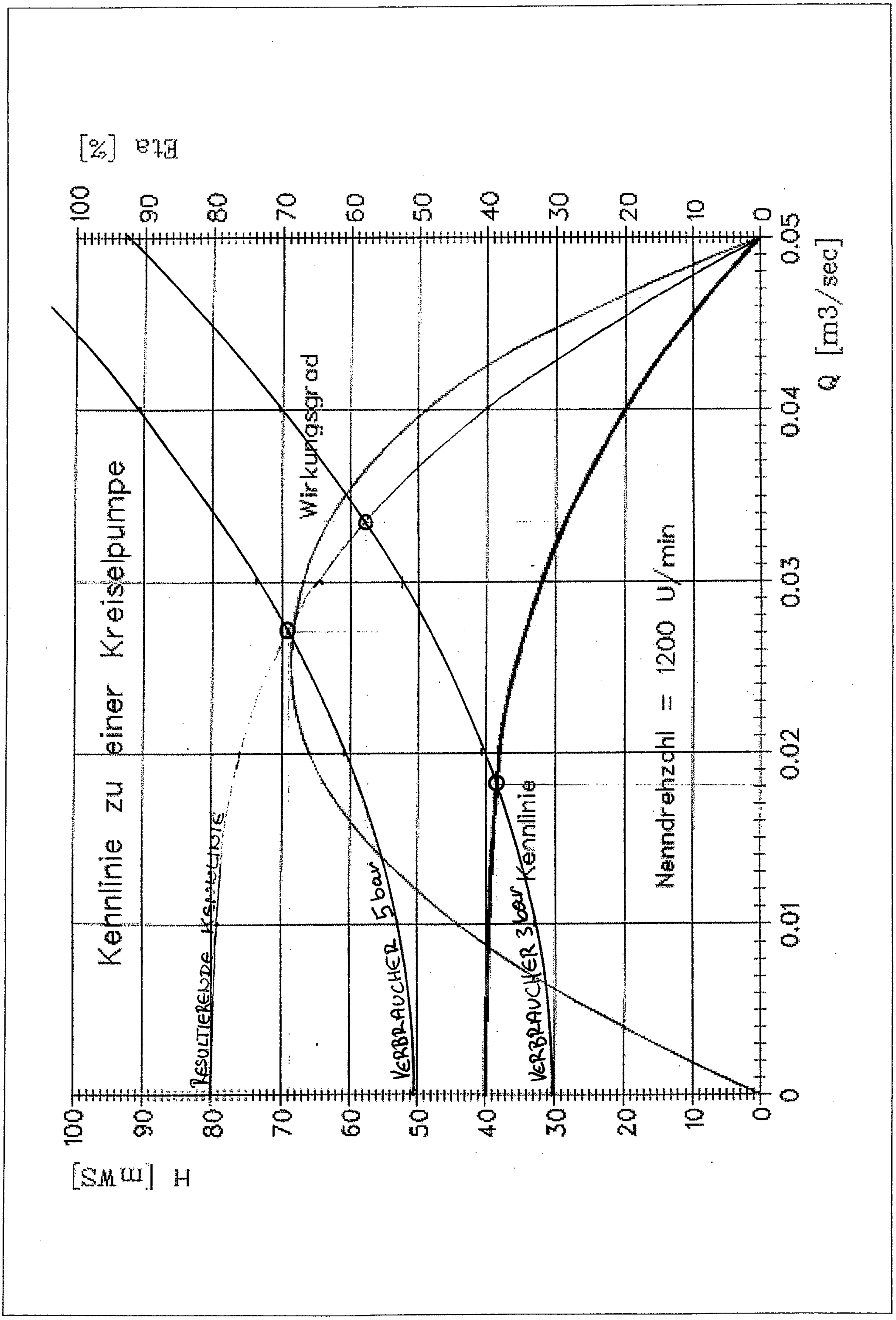
4.) aufgenommene elektrische Leistung

$$P = \frac{Q \cdot \rho \cdot g \cdot H}{\eta_{hydr} \cdot \eta_{mech} \cdot \eta_{elektr}}$$

$$P_{3bar} = \frac{0{,}0335 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 57}{0{,}63 \cdot 0{,}95} = 31{,}298\ kW$$

$$P_{5bar} = \frac{0{,}027 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 69}{0{,}685 \cdot 0{,}95} = 28{,}084\ kW$$

$\Delta P = 3{,}214\ kW$



Kennlinie zu einer Kreiselpumpe
Wirkungsgrad
Nenndrehzahl = 1200 U/min
Kennlinie
VERBRAUCHER 5bar
VERBRAUCHER 3bar
Q [m3/sec]
H [mWS]
Eta [%]

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 12.5.2000 Matrikelnummer:

KNI

Das Bad der Kleopatra

Zur Erhaltung ihrer Schönheit nimmt Kleopatra täglich ein Vollbad in frischer Eselsmilch (**ρ=980 kg/m^3**). Ihre goldene kingsize-Badewanne hat wahrlich königliche Ausmaße und fasst eine Menge von **V=1.95 m^3**. Die Milch muß aus dem Keller in das Badegemach im Obergeschoß des Palastes getragen werden (**$\Delta h_{geod.}$=14m**).

Der äußerst innovative Palastmeister will nun den Milchtransport modernisieren.
Im Baumarkt von Memphis besorgt er 20m Schlauch aus Britannien (**d_i=1" = 25.4mm**). Auch findet er dort eine passend erscheinende Pumpe, verkaufspsychologisch wirksam verpackt in eine bunte Papyrusschachtel mit der auffallenden Aufschrift: "**FÖRDERHÖHE BIS ZU 18M, FÖRDERMENGE BIS ZU 9M^3/H**". Es handelt sich um eine kleine Radialpumpe, Antrieb durch elektrische Handbohrmaschine (die Pumpenwelle passt in das Futter).
Eine palasteigene Handbohrmaschine ist vorhanden. In Erwartung einer kurzen Füllzeit kauft und installiert der Palastmeister die Pumpe.

Die Radialpumpe ist eine Entwicklung der Universität von Alexandria, in Auftrag gegeben und vermarktet vom Vorstand des dortigen Institutes für Hydraulische Strömungsmaschinen Dr. Ing. Ouimont (Berufung aus dem fernen Abendlande). Eine **Pumpenkennlinie**, gemessen von dessen Assistenten Archimedes liegt bei, ebenso eine **Kennlinie** der verwendeten **Handbohrmaschine**.

Zur Verfügung stehen nach Fertigstellung der Pumpanlage folgende

Daten:	ρ = 980 kg/m^3	Eselsmilch
	$\Delta h_{geod.}$ = 14 m	geodät. Höhendifferenz (als konstant anzunehmen)
	V = 1.95 m^3	Betriebsvolumen der Badewanne
	l = 20 m	Leitungslänge
	d_i = 25,4 mm	Innendurchmesser der Leitung
	λ = 0.02	Rohrreibungsbeiwert
		Krümmerverluste vernachlässigbar wegen großer Radien

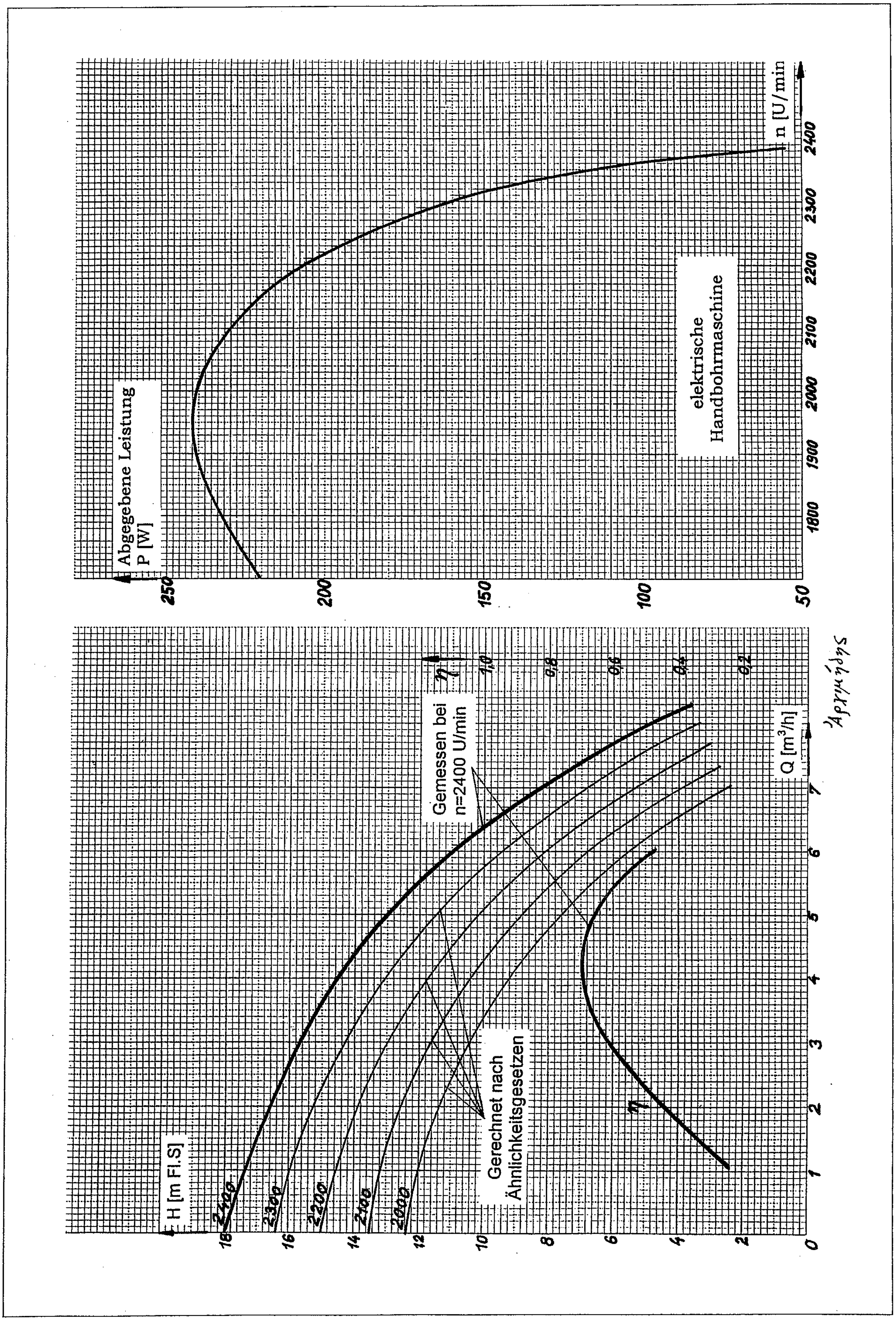
Wie lange dauert die Füllung der königlichen Badewanne ?

P.S. (für die Prüfung nicht wesentlich):

Kleopatra hat es letztendlich doch vorgezogen, die Eselsmilch in griechischen Amphoren durch gutgewachsene nubische Sklaven in ihr Badegemach tragen zu lassen (klassisches Prinzip der Gleichdruckpumpe).

Nach vollzogenem Bade stand die abgelassene Milch täglich den Armen des Volkes zur Verfügung.

Archimedes ist später durch Rektor Apollonius von der Universität verstoßen worden, weil er die reine Wissenschaft durch praktische Versuche beschmutzt habe.



Abgegebene Leistung
P [W]
n [U/min
elektrische
Handbohrmaschine
250
200
150
100
50
1800
1900
2000
2100
2200
2300
2400
H [m Fl.S]
Q [m³/h]
η
Gemessen bei
n=2400 U/min
Gerechnet nach
Ähnlichkeitsgesetzen
2400
2300
2200
2100
2000
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
1
2
3
4
5
6
7
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
Αρχιμήδης

Lösung Beispiel 1 :

Rohrreibungsverlust : $h_{vR} = \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{1}{2 \cdot g \cdot A^2} \cdot Q^2$

Austrittsverlust : $h_{vA} = \frac{c^2}{2 \cdot g} = \frac{1}{2 \cdot g \cdot A^2} \cdot Q^2$

Gesamtverlust : $h_{ges} = h_{geod} + \frac{1}{2 \cdot g \cdot A^2} \cdot \left(\lambda \cdot \frac{1}{d} + 1\right) \cdot Q^2$

$$h_{ges} = 14 + \frac{16}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}0254^4 \cdot \pi^2} \cdot \left(0{,}02 \cdot \frac{20}{0{,}0254} + 1\right) \cdot \frac{Q^2}{3600^2}$$

$$h_{ges} = 14 + 0{,}2565 \cdot Q^2 \qquad (Q \text{ in } [\frac{m^3}{h}])$$

Q annehmen, Verbraucherkennlinie $h_{ges}(Q)$ berechnen.

Betriebspunkt :

$BP_{2400\ U/min}$: $H = 15{,}9\ m \quad Q = 2{,}75\ m^3/h \quad \eta = 0{,}58$

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{\eta} = \frac{980 \cdot 9{,}81 \cdot 15{,}9 \cdot \frac{2{,}75}{3600}}{0{,}58} = 201{,}36\ W > P_{Bohrmasch}$$

$BP_{2300\ U/min}$: $H = 15{,}15\ m \quad Q = 2{,}15\ m^3/h$

$$Q_{2400} = 2{,}15 \cdot \frac{2400}{2300} = 2{,}24\ m^3/h \quad \rightarrow \eta = 0{,}49$$

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{\eta} = \frac{980 \cdot 9{,}81 \cdot 15{,}15 \cdot \frac{2{,}15}{3600}}{0{,}49} = 177{,}5\ W$$

$BP_{2200\ U/min}$: $H = 14{,}40\ m \quad Q = 1{,}25\ m^3/h$

$$Q_{2400} = 1{,}25 \cdot \frac{2400}{2200} = 1{,}36\ m^3/h \quad \rightarrow \eta = 0{,}31$$

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{\eta} = \frac{980 \cdot 9{,}81 \cdot 14{,}40 \cdot \frac{1{,}25}{3600}}{0{,}31} = 155{,}0\ W$$

Kurve P(n) mit Kennlinie Bohrmaschine schneiden $\rightarrow$ n = 2280 U/min

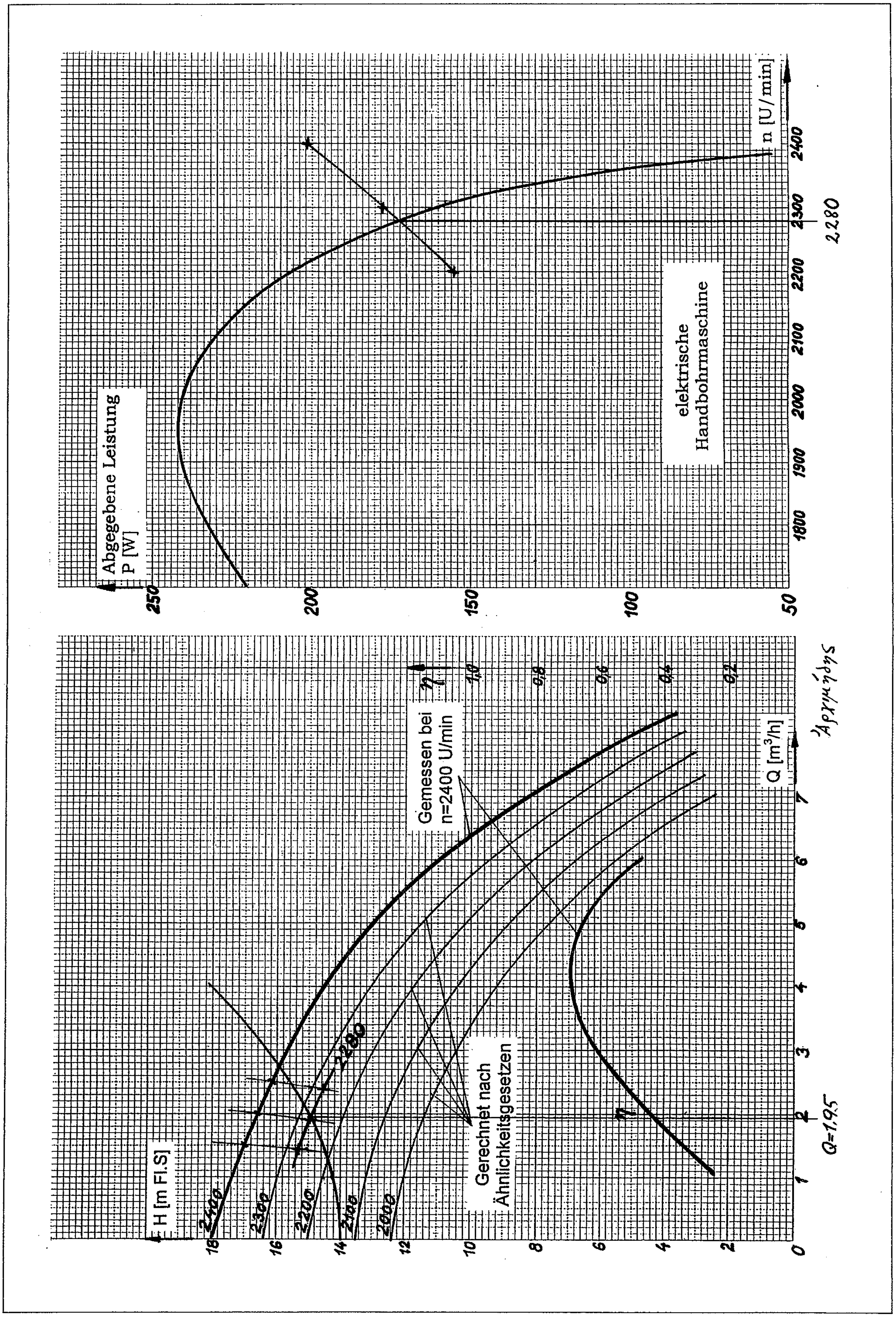
PU-Kennlinie für n = 2280 U/min berechnen

$$Q_{2280} = Q_{2400} \cdot \frac{2280}{2400}$$

$$H_{2280} = H_{2400} \cdot \left(\frac{2280}{2400}\right)^2$$

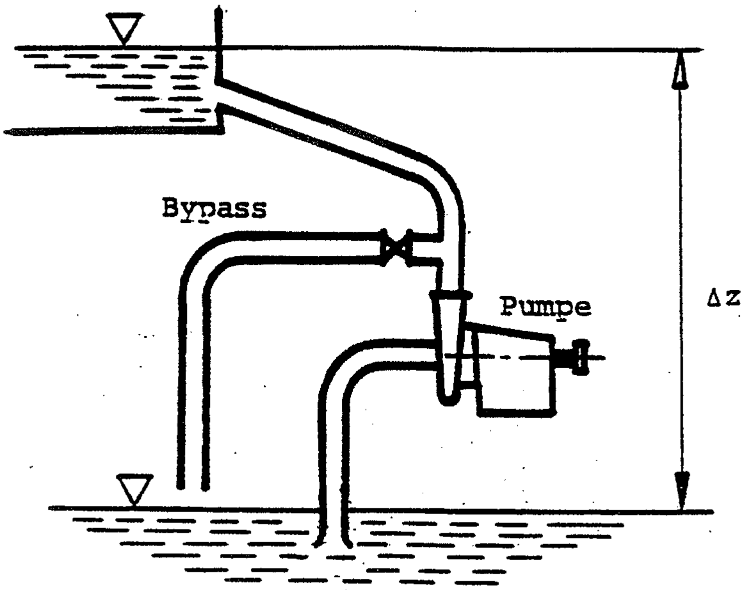
PU-Kennlinie $_{n=2280\ U/min}$ mit Verbraucherkennlinie schneiden ergibt $Q = 1{,}95\ m^3/h$

Füllzeit : $t = \frac{V}{Q} = \frac{1{,}95}{1{,}95} = 1 Std$


Abgegebene Leistung
P [W]
n [U/min]
elektrische
Handbohrmaschine
2280
250
200
150
100
50
1800
1900
2000
2100
2200
2300
2400
H [m Fl.S]
Q [m³/h]
η
Gemessen bei
n=2400 U/min
Gerechnet nach
Ähnlichkeitsgesetzen
2400
2300
2200
2100
2000
2280
Q=1,95
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
1
2
3
4
5
6
7
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
Αργυράδης

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 12. 5. 2000 Matrikelnummer:

PUMPE MIT BYPASSREGELUNG



Eine Pumpe (Kennlinie liegt bei) fördert aus einem Becken mit konstantem Wasserstand in ein Oberwasserbecken, dessen Spiegel durch einen geregelten Abfluß ebenfalls konstant ist.

Anlagedaten:

$\Delta z = 100$ m
Rohrleitungsverluste (inkl.Austrittsverl.) $h_v[m] = 264{,}5\ Q^2$ (Q in m^3/s)

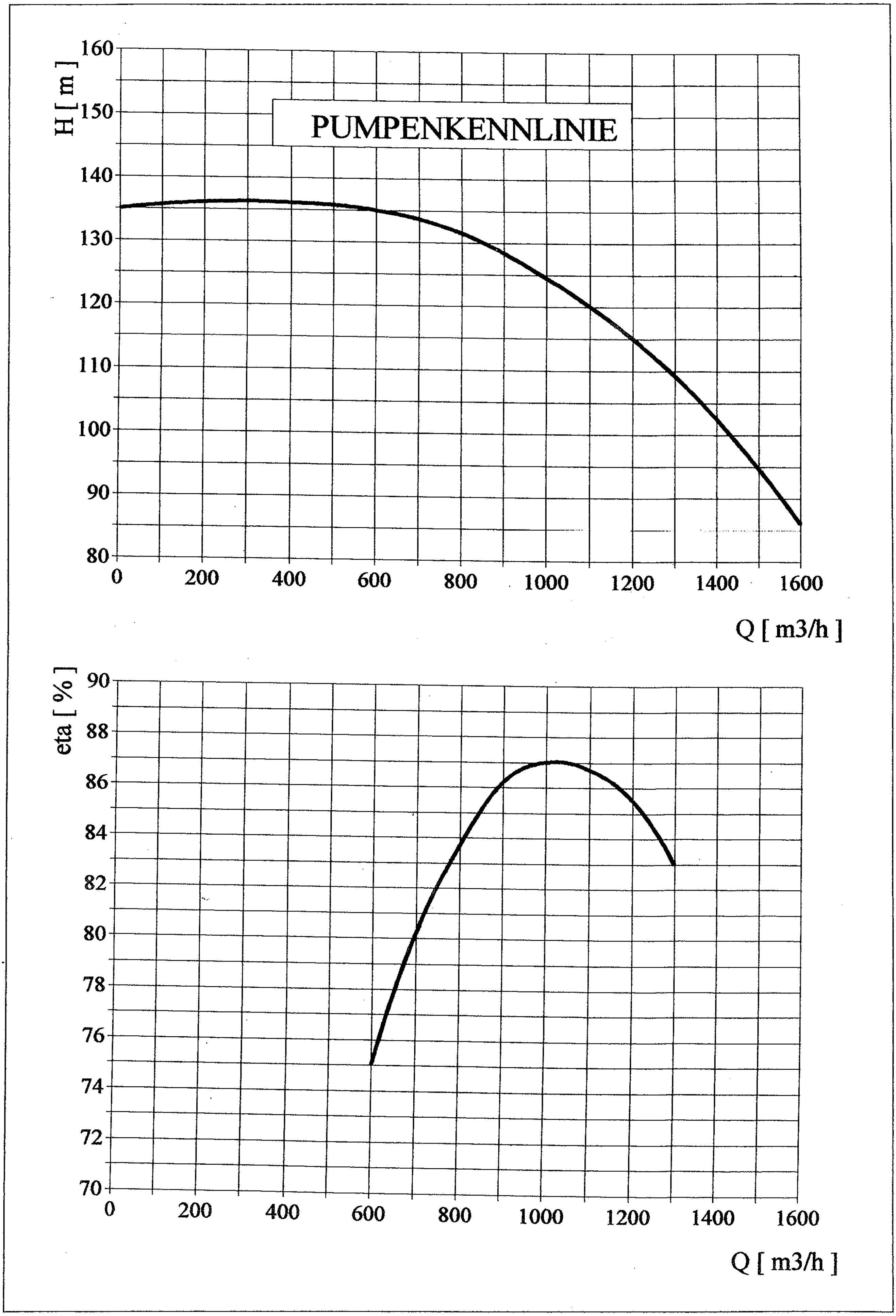
Gesucht:

1) Betriebspunkt bei geschlossenem Bypass (Q,H,P) ?

2) Die aus obigen Daten ermittelte Fördermenge der Pumpe soll durch den Bypass auf 70 % reduziert werden.

   a) Die Daten (Q,H,P) des neuen Betriebspunktes ?

   b) Der Wirkungsgrad der Anlage bei 100% und bei auf 70% reduzierter Fördermenge.
   (Als Nutzeffekt der Anlage wird das Hochpumpen des Wassers um Δz betrachtet.)

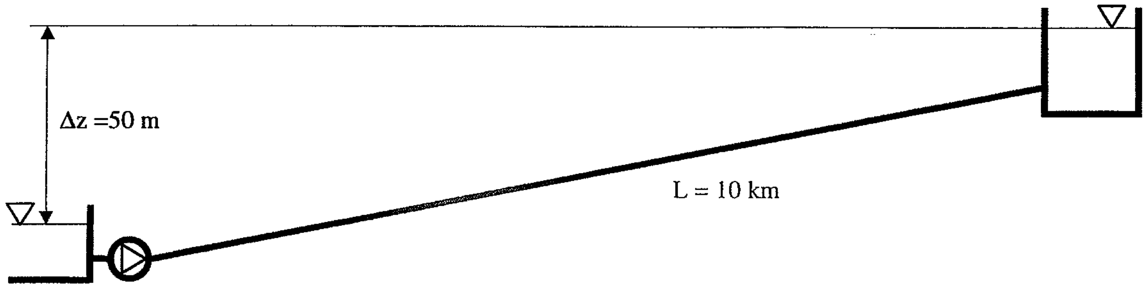

PUMPENKENNLINIE
H [m]
160
150
140
130
120
110
100
90
80
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m3/h]
eta [%]
90
88
86
84
82
80
78
76
74
72
70
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m3/h]

Lösung Beispiel 2 :

siehe 22.1.1999 S.5 - 8

I N S T I T U T F Ü R	N a m e :
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftl. Prüfung: Strömungsmaschinen 30. Juni 2000

1. Beispiel: Wahl des wirtschaftlichsten Rohrdurchmessers



Für eine Wassertransportleitung soll der wirtschaftlich günstigste Rohrdurchmesser ermittelt werden. In der projektierten Anlage fördert eine Pumpe 100 l/s vom Saugbecken durch eine 10 km lange Leitung in den höher gelegenen Speicherbehälter. Der geodätische Höhenunterschied zwischen dem Ober- und Unterwasserspiegel beträgt im Mittel 50 m und kann für diese Untersuchung als konstant angenommen werden. Über den beiden Wasserspiegeln herrscht Atmosphärendruck. Der Verlustbeiwert aller Formstücke und Armaturen in der Leitung beträgt $\Sigma\zeta = 40$.

Folgende Rohre stehen zur Auswahl

Rohrinnendurchmesser D [mm]	200	250	300	350	400	450	500
Leitungskosten [S/m]	1700	2400	3100	3800	4500	5200	5900

Rohrrauhigkeit $k = 0{,}1$ mm

Verlustbeiwert für die Rohrreibung: nach Colebrook-White

$$\lambda = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{Re^{0,9}}\right)\right]^2}$$

Kinematische Zähigkeit des Wassers $1{,}3 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

Für die Pumpe ist ein Wirkungsgrad von 0.75 und für den elektrischen Antriebsmotor ein solcher von 0.9 anzunehmen. Die Stromkosten betragen 1S/kWh.

Die Untersuchung ist für einen Zeitraum von 20 Jahren und eine Betriebsdauer von 8000 Stunden pro Jahr durchzuführen. Eine Verzinsung ist nicht zu berücksichtigen.

Bei welchem Rohrdurchmesser ergeben sich die geringsten Gesamtkosten?

Schriftliche Prüfung: **Strömungsmaschinen, 30. Juni 2000**

Lösung 1.Beispiel: **wirtschaftlichster Rohrdurchmesser**

Stark vereinfachte Betrachtung ohne Berücksichtigung von
Anschaffungskosten für Pumpe und Pumpstation,
Personal-, Service- und Reparaturkosten, Verzinsung usw..

Leitungskosten: LK [Mio S] = spez. Leitungskosten [S/m] * Leitungslänge [m] / 10^6

Energiebilanz vom Unterwasser bis zum Oberwasser u – o :

$$\frac{p_U}{\rho g}+\frac{c_U^2}{2g}+z_U+H_{PU} = \frac{p_O}{\rho g}+\frac{c_O^2}{2g}+z_O+\Sigma h_{V,U-O} \qquad p_U=p_O=p_{at} \qquad c_U=c_O=0$$

$$H_{PU} = H_V = z_O-z_U+\Sigma h_{V,U-O} \qquad \Sigma h_{V,U-O}=(\zeta_E+\lambda\frac{L}{D}+\Sigma\zeta+\zeta_A)\frac{c^2}{2g}$$

$$z_O-z_U=50\text{ m} \qquad \zeta_E=0{,}5 \qquad \zeta_A=1 \qquad \lambda=f(\frac{k}{D},\mathrm{Re}) \qquad \mathrm{Re}=\frac{c\cdot D}{\nu} \qquad c=\frac{Q}{D^2\pi/4}$$

$$H_V[m] = 50+(0{,}5+\lambda\frac{L}{D}+40+1)\frac{c^2}{2g}$$

Erforderliche elektrische Leistung:

$$P_{el}[kW] = \frac{P_{PU}}{\eta_M} = \frac{Q\cdot H_{PU}\cdot\rho g}{\eta_{PU}\cdot\eta_M} = \frac{0{,}1\cdot H_V\cdot 1000\cdot 9{,}81}{0.75\cdot 0{,}9\cdot 1000}$$

Stromkosten für 20 Jahre mit je 8000 Betriebsstunden:

SK [Mio S] = Pel [kW] * 20 [Jahre] * 8000 [h/Jahr] * 1 [S/kWh] / 10^6

Gesamtkosten: GK [Mio S] = LK + SK

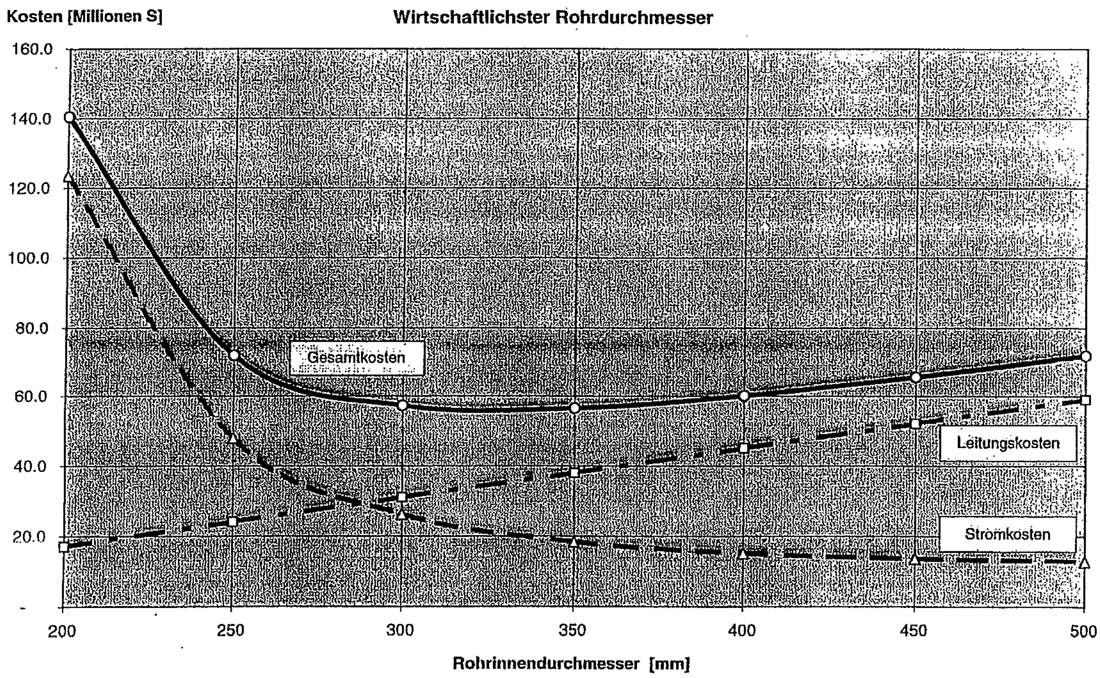
Rechenwerte siehe Tabelle; Kostenverläufe siehe Diagramm

Der wirtschaftlichste Rohrdurchmesser mit den geringsten Gesamtkosten von 56,4 Mio S ergibt sich bei D = 350 mm.

Rohrinnendurchmesser Di	mm	200	250	300	350	400	450	500
spez. Leitungskosten	S/m	1700	2400	3100	3800	4500	5200	5900
Leitungskosten	Millionen S	17.0	24.0	31.0	38.0	45.0	52.0	59.0
Fördergeschwindigkeit c	m/s	3.18	2.04	1.41	1.04	0.80	0.63	0.51
Reynoldszahl Re		4.90E+05	3.92E+05	3.26E+05	2.80E+05	2.45E+05	2.18E+05	1.96E+05
Rohrrauhigkeit D/k		2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
λ Colebrook-White Formel		0.01780	0.01738	0.01717	0.01707	0.01706	0.01710	0.01718
Verbraucherhöhe Hv	m	530.9	205.8	112.6	79.1	65.1	58.5	55.1
Elektrische Leistung Pel	kW	771.6	299.1	163.6	115.0	94.6	85.0	80.1
Stromkosten für 20 Jahre	Millionen S	123.5	47.9	26.2	18.4	15.1	13.6	12.8
Gesamtkosten	Millionen S	140.5	71.9	57.2	56.4	60.1	65.6	71.8
					wirtschaftlichster			
					Rohrdurchmesser			

Pr2000_03.xls

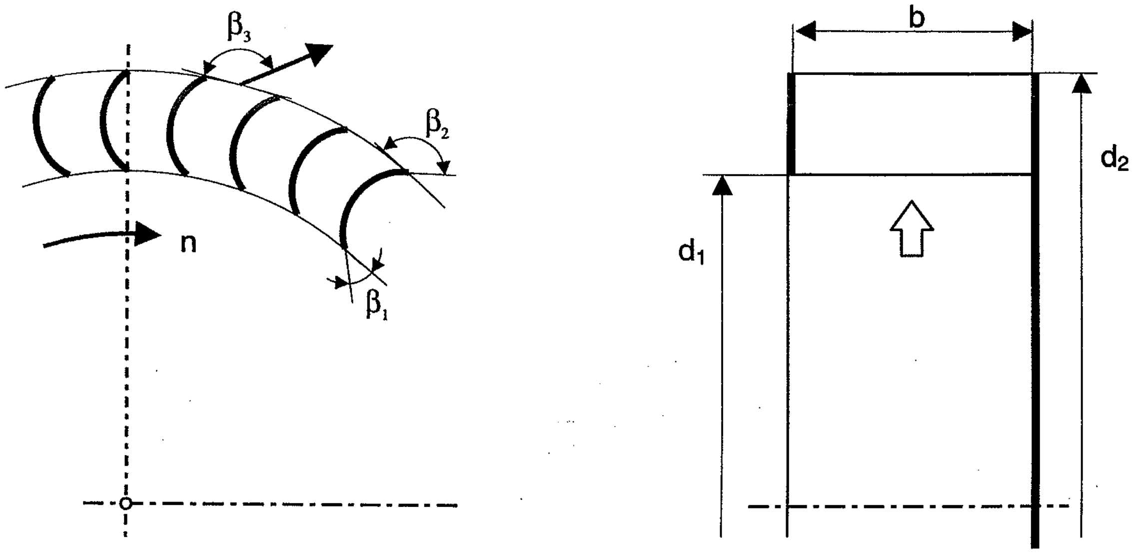
04.07.00



INSTITUT FÜR	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftl. Prüfung: Strömungsmaschinen 30. Juni 2000

2. Beispiel: Radialgebläse mit Trommelläufer (Sirocco-Läufer)

Diese Bauform mit vorwärtsgekrümmten Schaufeln wird gewählt, wenn kleinste Abmessungen und geringe Geräusche gefordert werden. Nachteilig ist der geringe Wirkungsgrad.



Fördermedium ist Luft mit einer Dichte von 1,2 kg/m³. Die Zuströmung zum Laufrad ist drallfrei. Die Beschaufelung des Laufrades wird radial von innen nach außen durchströmt. Im Auslegepunkt werden die Schaufeln am Eintritt stoßfrei angeströmt. Eine Versperrung durch die Schaufeln ist zu vernachlässigen.

$d_1 = 100$ mm	$\beta_1 = 50°$ (Schaufel)	$b = 50$ mm	$n = 3000$ U/min
$d_2 = 120$ mm	$\beta_2 = 140°$ (Schaufel)	$\beta_3 = 125°$ (Strömung)	$\eta_U = 0{,}54$

Verluste: Scheibenreibung 1,5 W; Lagerreibung 1 W; Spaltmenge $Q_{Spalt} = 0{,}05 \cdot Q$

Für den Auslegepunkt sind gesucht:

1. Berechnung und maßstäbliche Zeichnung der Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Laufrades.
2. Fördervolumen und Förderhöhe bzw. Totaldruckdifferenz
3. Wirkungsgrad und Antriebsleistung

Schriftliche Prüfung: **Strömungsmaschinen, 30. Juni 2000**

Lösung 2.Beispiel: **Radialgebläse mit Trommelläufer (Sirocco-Läufer)**

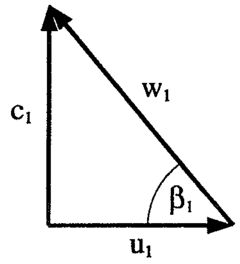
1. Geschwindigkeitsdreiecke

Eintritt: drallfrei $c_{u1} = 0$, $c_{m1} = c_1$; stoßfreie Zuströmung: Strömungswinkel = Schaufelwinkel β_1

$$u_1 = \frac{d_1 \pi \cdot n}{60} = \frac{0{,}1 \cdot \pi \cdot 3000}{60} = \underline{\underline{15{,}7 \ \text{m/s}}}$$

$$w_1 = \frac{u_1}{\cos\beta_1} = \frac{15{,}7}{\cos 50°} = \underline{\underline{24{,}4 \ \text{m/s}}}$$

$$c_1 = w_1 \cdot \sin\beta_1 = 24{,}4 \cdot \sin 50° = \underline{\underline{18{,}7 \ \text{m/s}}}$$



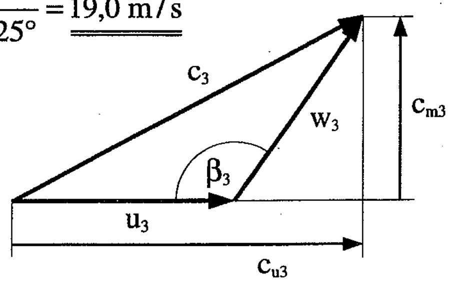
Austritt: Kontinuität zwischen Laufradein- und –austritt: $\dot{m}_1 = \dot{m}_3$ (mit ρ=konst. wegen vernachlässigbar kleiner Druckänderung) liefert Meridionalgeschw.: $c_{m3} = c_{m1} \cdot d_1 / d_2 = 18{,}7 \cdot 100/120 = \underline{\underline{15{,}6 \text{ m/s}}}$

Abströmwinkel der Relativgeschwindigkeit = β_3 ($\beta_3 < \beta_2$ = Schaufelwinkel; geringere Umlenkung wegen endlicher Schaufelzahl – Minderleistung)

$$u_3 = \frac{d_2 \pi \cdot n}{60} = \frac{0{,}12 \cdot \pi \cdot 3000}{60} = \underline{\underline{18{,}8 \text{ m/s}}} \qquad w_3 = \frac{c_{m3}}{\sin\beta_3} = \frac{15{,}6}{\sin 125°} = \underline{\underline{19{,}0 \text{ m/s}}}$$

$$c_{u3} = u_3 - w_3 \cdot \cos\beta_3 = 18{,}8 - 19{,}0 \cdot \cos 125° = \underline{\underline{29{,}8 \text{ m/s}}}$$

$$c_3 = \sqrt{c_{u3}^2 + c_{m3}^2} = \sqrt{29{,}8^2 + 15{,}6^2} = \underline{\underline{33{,}6 \text{ m/s}}}$$



2. Fördervolumen, Förderhöhe und Totaldruckdifferenz

$$Q_{Laufrad} = c_{m1} \cdot d_1 \cdot \pi \cdot b = 18{,}7 \cdot 0{,}1 \cdot \pi \cdot 0{,}05 = 0{,}294 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = Q_{Laufrad} - Q_{Spalt} = Q_{Laufrad} - 0{,}05 \cdot Q \qquad \Rightarrow \quad Q = \frac{Q_{Laufrad}}{1{,}05} = \frac{0{,}294}{1{,}05} = \underline{\underline{0{,}280 \text{ m}^3/\text{s}}}$$

$$H_u = \frac{1}{g}(u_3 c_{u3} - u_1 c_{u1}) = \frac{1}{9{,}81} \cdot 18{,}8 \cdot 29{,}8 = 57{,}1 \text{ m} \qquad c_{u1} = 0, \ \text{drallfreier Eintritt}$$

$$H = H_u \cdot \eta_u = 57{,}1 \cdot 0{,}54 = \underline{\underline{30{,}8 \text{ m Luftsäule}}}$$

$$\Delta p_{tot} = H \cdot \rho \cdot g = 30{,}8 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81 = \underline{\underline{363 \text{ N/m}^2 = 0{,}00363 \text{ bar}}} \qquad (= 37 \text{ mmWS})$$

3. Erforderliche Antriebsleistung und Wirkungsgrad

$$P = Q_{Laufrad} \cdot H_u \cdot \rho \cdot g + P_{Scheibenreibung} + P_{mech} = 0{,}294 \cdot 57{,}1 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81 + 1{,}5 + 1 = \underline{\underline{200 \text{ W}}}$$

$$\eta = \frac{Q \cdot H \cdot \rho \cdot g}{P} = \frac{0{,}280 \cdot 30{,}8 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81}{200} = \underline{\underline{0{,}508}}$$

INSTITUT FÜR
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
A-8010 GRAZ, KOPERNIKUSGASSE 24
TELEFON (0316) 873 / 7570, 7571 DW
TELEFAX (0316) 873 / 7577

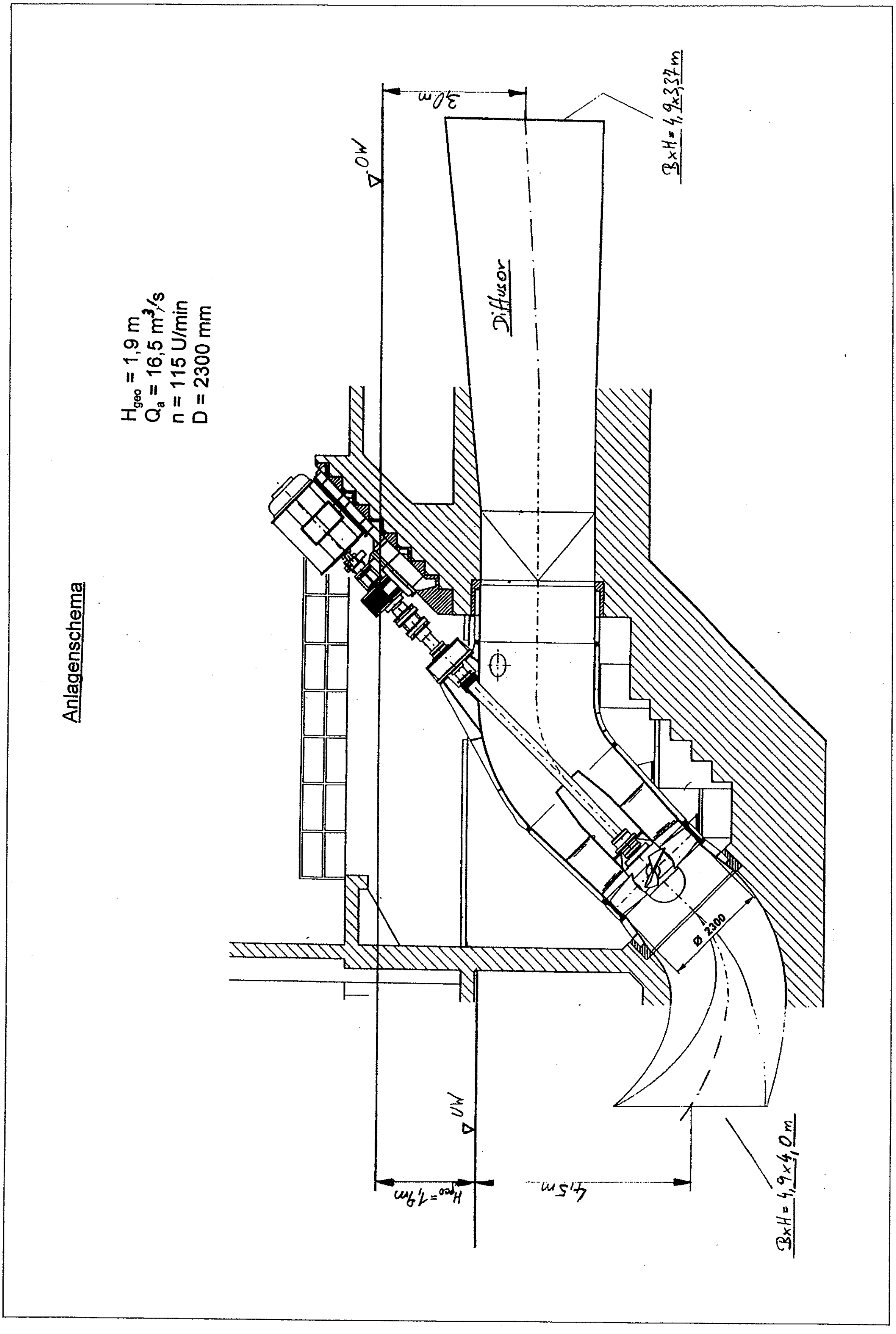
VORSTAND: O. UNIV. PROF. DR.-ING. H. JABERG

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ERZHERZOG-JOHANN-
UNIVERSITÄT
GRAZ

AXIALPUMPE

Für das Kanalhebewerk El Salam 1 (Ägypten) werde eine Axialpumpe mit verstellbaren Laufschaufeln und fixen Leitschaufeln konstruiert.
Die geodätische Förderhöhe beträgt H_{geo} = 1,9 m (obere und untere Wasserfläche unendlich groß), der Auslegungsdurchsatz Q_a = 16,5 m^3/s, die Drehzahl n = 115 U/min, der Laufraddurchmesser D = 2,3 m, das Nabenverhältnis φ = 0,4 (andere Abmaße siehe Anlagenschema).

1. Berechnen Sie die von der Pumpe zu erbringende Förderhöhe bei einer Verlusthöhe im Rohrbereich von absolut h_v = 0,2 m bei Auslegungsdurchsatz ($h_v = f(Q^2)$).
2. Errechnen Sie die nötige Umfangskomponente an der Schaufelaustrittskante für den mittleren Stromfaden (η_u = 0,95, drallfreier Eintritt).
3. Zeichnen Sie Ein- und Austrittsdreieck übereinander (1cm = 1m/s).
4. Errechnen Sie die notwendige Schaufeldrehung des Laufrades für 80% des Auslegungdurchsatzes am mittleren Stromfaden (drallfreie Zuströmung, stoßfreier Eintritt).
5. Berechnen Sie die zusätzlichen absoluten Verluste, welche sich einstellen müßten, sollte die Strömung der Schaufel folgen?
6. Ermitteln Sie die prozentuelle Mehrleistung der Pumpe bei Weglassen des Diffusors (Beibehaltung der Querschnittsfläche hinter dem Laufrad, Geschwindigkeitshöhe hinter Laufrad ist Austrittsverlust).
7. Geben Sie die spez. Drehzahl für den Auslegungspunkt an.


Anlagenschema
H_{geo} = 1,9 m
Q_a = 16,5 m³/s
n = 115 U/min
D = 2300 mm
Diffusor
3,0 m
OW
UW
B×H = 4,9×3,37 m
B×H = 4,9×4,0 m
4,5 m
H_{geo} = 1,9 m
ø 2300

Lösung Beispiel 1:

1.) Pumpenförderhöhe

$$H_{PU} = h_{geod} + h_{Druck} + h_{vUW-1} + h_{v1-2} + h_{v2-OW}$$

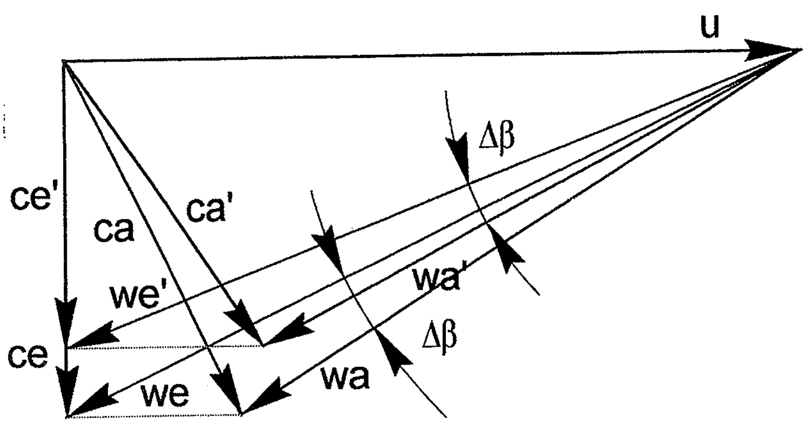
$$h_{geod} = 1{,}9\,\text{m}$$
$$h_{Druck} = 0\,\text{m}$$
$$h_{vUW-1} = 0\,\text{m}$$
$$h_{v1-2} = 0{,}2\,\text{m}$$
$$c_2 = \frac{16{,}5}{4{,}9 \cdot 3{,}37} = 1\,\text{m/sec}$$
$$h_{v2-OW} = \frac{c_2^{\,2}}{2 \cdot g} = 0{,}051\,\text{m}$$

$$H_{PU} = 1{,}9 + 0{,}2 + 0{,}051 = 2{,}151\text{m}$$

2.) c_{ua} am mittleren Stromfaden

$$r_{mittel} = 0{,}805\,\text{m}$$
$$u = 9{,}69\,\text{m/sec}$$
$$\frac{H}{\eta_u} = \frac{1}{g} \cdot \left(u_a c_{ua} - u_e c_{ue}\right) \qquad c_{ue} = 0 \text{ (drallfrei)}$$
$$c_{ua} = \frac{g \cdot H}{u \cdot \eta_u} = 2{,}29\,\text{m/sec}$$

3.) Geschwindigkeitsdreiecke



4.) Verdrehwinkel Laufschaufel

$$c_m = \frac{4 \cdot Q}{\left(D_a^2 - D_i^2\right) \cdot \pi} \quad \rightarrow \quad c_m = 4{,}728 \text{ m/sec}$$

$$\beta_e = \arctan\left(\frac{c_m}{u}\right) \quad \rightarrow \quad \beta_e = 26\,°$$

$$\beta_e' = \arctan\left(\frac{0{,}8 \cdot c_m}{u}\right) \quad \rightarrow \quad \beta_e' = 21{,}33\,°$$

$$\rightarrow \quad \Delta\beta = 4{,}66\,°$$

5.)

$$\beta_a = \arctan\left(\frac{c_m}{u - c_{ua}}\right) \quad \rightarrow \quad \beta_a = 32{,}6\,°$$

$$\beta_a' = \beta_a - \Delta\beta = 27{,}94\,°$$

$$c_{ua}' = u - \frac{0{,}8 \cdot c_m}{\tan\beta_a'} \quad \rightarrow \quad c_{ua}' = 2{,}555 \text{ m/sec}$$

$$H' = \frac{\eta_u}{g} \cdot u \cdot c_{ua}' \quad \rightarrow \quad H' = 2{,}39 \text{ m}$$

$$H = 0{,}8^2 \cdot \frac{1^2}{2 \cdot 9{,}81} + 0{,}8^2 \cdot 0{,}2 + 1{,}9 \quad \rightarrow \quad H = 2{,}13 \text{ m}$$

$$\rightarrow \quad \Delta H = 0{,}26 \text{ m}$$

5.) ohne Diffusor

$$H = \frac{\left(\frac{16{,}5 \cdot 4}{2{,}3^2 \cdot \pi}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81} + 0{,}2 + 1{,}9 = 2{,}9 \text{ m}$$

$$\rightarrow \quad \frac{H}{H_A} = \frac{2{,}9}{2{,}151} = 1{,}35 \quad \rightarrow \quad 35\,\%$$

6.) spezifische Drehzahl

$$n_q = \frac{n \cdot \sqrt{Q}}{H^{\frac{3}{4}}} = \frac{115 \cdot \sqrt{16{,}5}}{2{,}151^{0{,}75}} = 263 \text{ U/min}$$

INSTITUT FÜR
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
A-8010 GRAZ, KOPERNIKUSGASSE 24
TELEFON (0316) 873 / 7570, 7571 DW
TELEFAX (0316) 873 / 7577

VORSTAND: O. UNIV. PROF. DR.-ING. H. JABERG

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ERZHERZOG-JOHANN-
UNIVERSITÄT
GRAZ

Radialpumpe

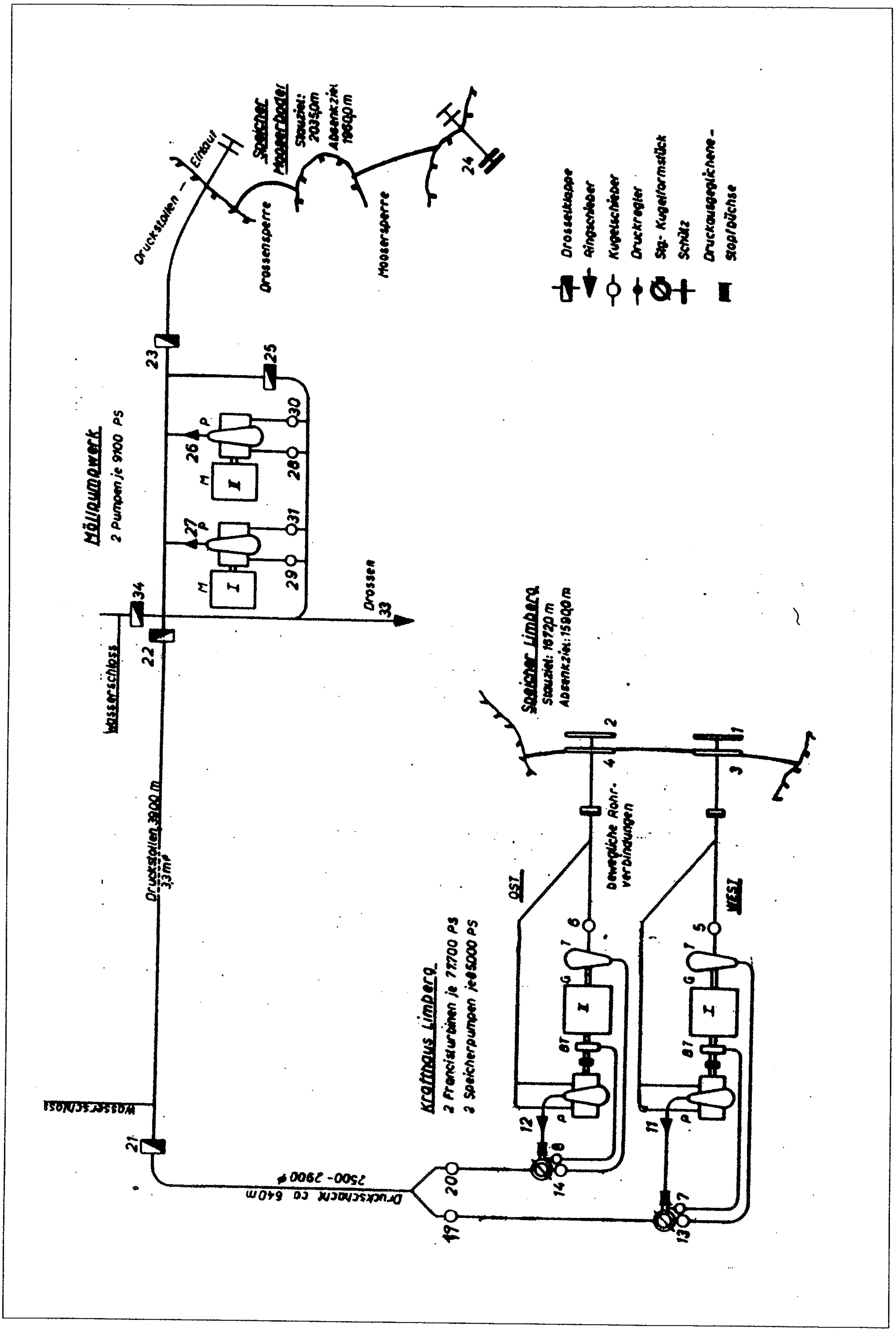
Das dargestellte Anlagenschema stellt das Pumpkraftwerk Kaprun-Oberstufe dar.
Im Pumpbetrieb wird das Betriebswasser durch das Turbinensaugrohr (2 Schützen) vom Speicher Limberg angesaugt, anschließend über einen 45° Abzweiger und ein 45° Knie an der Turbine vorbeigeführt, und der 2-flutigen, 2-stufigen Speicherpumpe zugeführt.
Von der Pumpen-Druckrohrleitung gelangt das Wasser über einen Ringschieber und einen Kugelschieber zum Hosenrohr und weiter durch den Druckschacht, Druckstollen vorbei am Möllpumpwerk in den Speicher Mooserboden.
In der Triebwasserführung befinden sich einige Einbauten (siehe Schema):

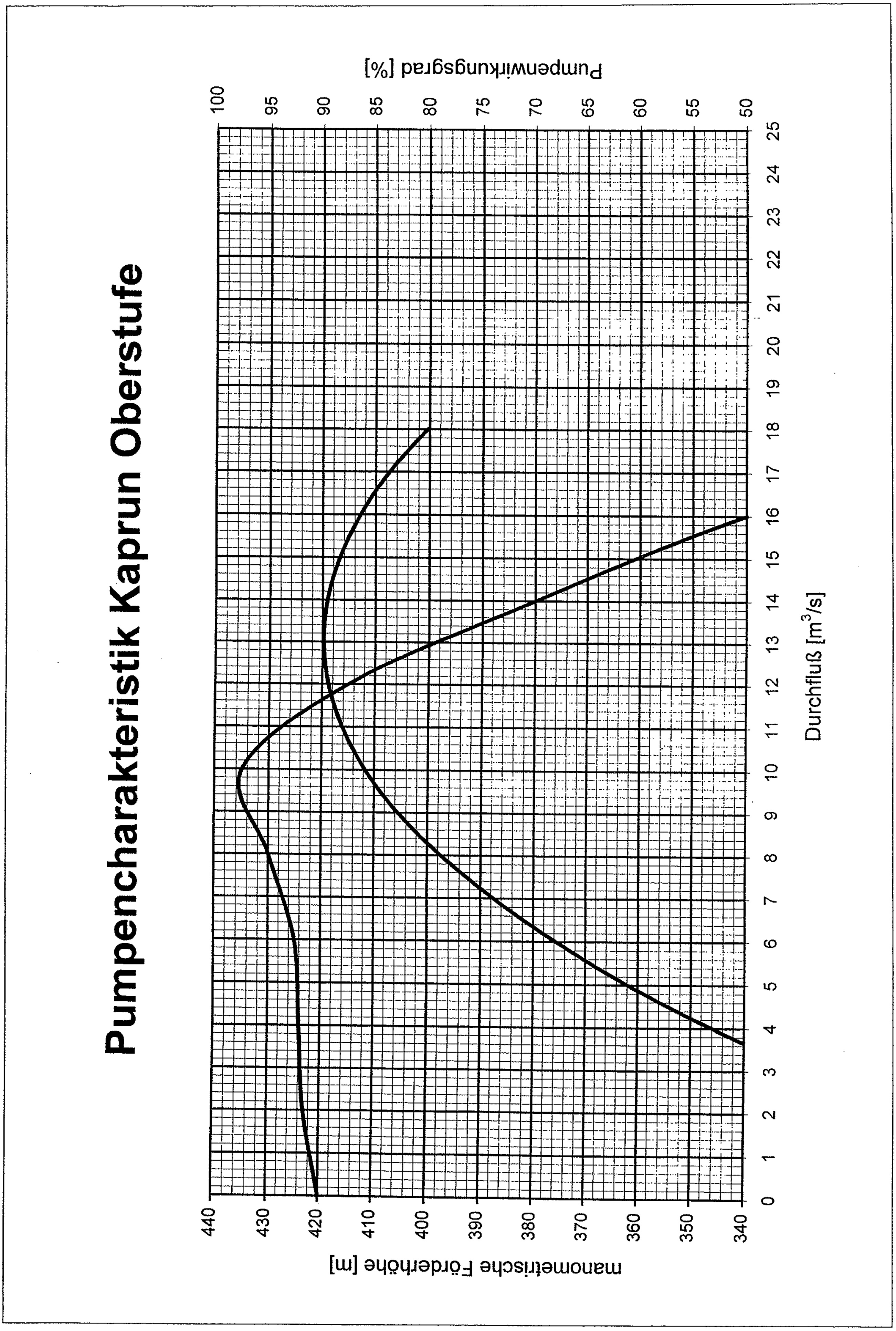
Schützen 1 bis 4	ξ je 0,3
45° Abzweiger	$\xi = 0{,}48$
45° Knie	$\xi = 0{,}2$
Drosselklappe 21,22,23	$\xi = 0{,}5$
Ringschieber 11 und 12	$\xi = 0{,}7$
Kugelschieber 19 und 20	$\xi = 0{,}05$
Hosenrohr (auf Einzelströmung bezogen)	$\xi = 0{,}2$

Die Rohrreibungsverluste vom Saugrohr bis zum Hosenrohr können vernachlässigt werden. Zur Verlustrechnung auf dieser Strecke soll eine Strömungsgeschwindigkeit von 8 m/s angenommen werden.
An das Hosenrohr schließt der Druckschacht ($\varnothing$ = 2700 mm, L = 640 m, $\lambda = 0{,}02$) und nach Drosselklappe 21 der Druckstollen ($\varnothing$ = 3300 mm, L = 3900 m, $\lambda = 0{,}02$) an.
Die Austrittsfläche des Auslaufbauwerks im Speicher Mooserboden beträgt 6m^2.
Angenommen der Speicher Limberg steht auf Absenkziel (1590 m), ebenso der Speicher Mooserboden (1960 m). Beide Pumpen (baugleich) laufen gleich beaufschlagt parallel.

Ermitteln Sie anhand der beigefügten Pumpenkennlinie die Durchflußmenge im Druckschacht, in den Pumpen sowie die erforderliche mechanische Antriebsleistung je Pumpe.
Weiters soll in diesem Betriebspunkt der NPSH-Wert der Anlage, die spez. Drehzahl der Pumpe, wie auch jene eines Stufenlaufrades bei gleicher Stufenförderhöhe angegeben werden. (Kote Pumpenachse 1574,2 m, Pumpendrehzahl 500 U/min, Verluste im Saugstutzen 1,5 m).

Stoffwerte für Wasser:	kin. Viskosität	$1{,}0 \times 10^{-6}$ m^2/s
	Luftdruck (1500m)	847 mbar
	Dampfdruck	20 mbar


Möllpumpwerk
2 Pumpen je 9100 PS
Wasserschloss
Druckstollen 3900 m
3,3m²
Druckstollen – Einlauf
Speicher Mooserboden
Stauziel: 2035,0m
Absenkziel: 1960,0m
Drossensperre
Moosersperre
Drossen
Speicher Limberg
Stauziel: 1672,0 m
Absenkziel: 1590,0 m
bewegliche Rohrverbindungen
OST
WEST
Krafthaus Limberg
2 Francisturbinen je 77700 PS
2 Speicherpumpen je 65000 PS
Druckschacht ca 640m
2500 - 2900 ⌀
Wasserschloss
Drosselklappe
Ringschieber
Kugelschieber
Druckregler
Stg.- Kugelformstück
Schütz
Druckausgleichende -
Stopfbüchse


Pumpencharakteristik Kaprun Oberstufe
Pumpenwirkungsgrad [%]
100
95
90
85
80
75
70
65
60
55
50
manometrische Förderhöhe [m]
440
430
420
410
400
390
380
370
360
350
340
Durchfluß [m³/s]
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25

Lösung Beispiel 2:

$$H_{vstat} = \frac{v^2}{2\cdot g}\cdot\sum\zeta = \frac{8^2}{2\cdot g}\cdot(2\cdot 0{,}3+0{,}48+0{,}2+0{,}7+0{,}05+0{,}2) = 7{,}27\,\mathrm{m}$$

$$H_{geo} = 1960-1590 = 370\,\mathrm{m}$$

$$H_{geo}+H_{vstat} = 377{,}27\,\mathrm{m}$$

$$H_{vdyn} = \frac{16\cdot Q^2}{2{,}7^4\cdot\pi^2\cdot 2\cdot 9{,}81}\left(0{,}5+0{,}02\cdot\frac{640}{2{,}7}\right)+$$

$$+\frac{16\cdot Q^2}{3{,}3^4\cdot\pi^2\cdot 2\cdot 9{,}81}\left(2\cdot 0{,}5+0{,}02\cdot\frac{3900}{3{,}3}\right)+\frac{Q^2}{36\cdot 2\cdot 9{,}81}$$

$$\rightarrow \qquad H_{vdyn} = 0{,}0267\cdot Q^2$$

$$\text{mit } Q_{PUMPE} = \frac{Q}{2} \qquad \rightarrow \qquad H_{vdyn} = 0{,}1069\cdot Q_{PUMPE}{}^2$$

$$H_{v,ges} = H_{geo}+H_{vstat}+H_{vdyn} = 370+7{,}27+0{,}1069\cdot Q_{PUMPE}{}^2$$

$H_{v,ges}$ in Diagramm eintragen, mit Pumpenkennlinie schneiden, liefert

$$Q_{PUMPE} = 13{,}2\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{sec}} \qquad \eta = 0{,}9 \qquad H = 395\,\mathrm{m}$$

$$Q_{DRUCKSCHACHT} = 26{,}4\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{sec}}$$

$$P_{PUMPE}\,[\mathrm{kW}] = \frac{\rho\cdot Q_{PUMPE}\cdot g\cdot H}{1000\cdot\eta} \qquad \rightarrow \qquad P_{PUMPE} = 56832{,}6\,\mathrm{kW}$$

$$n_{q\,PUMPE} = 500\cdot\frac{\sqrt{13{,}2}}{395^{0{,}75}} = 20{,}5\ \mathrm{U/min}$$

$$n_{q\,LAUFRAD} = 500\cdot\frac{\sqrt{6{,}6}}{197{,}5^{0{,}75}} = 24{,}4\ \mathrm{U/min}$$

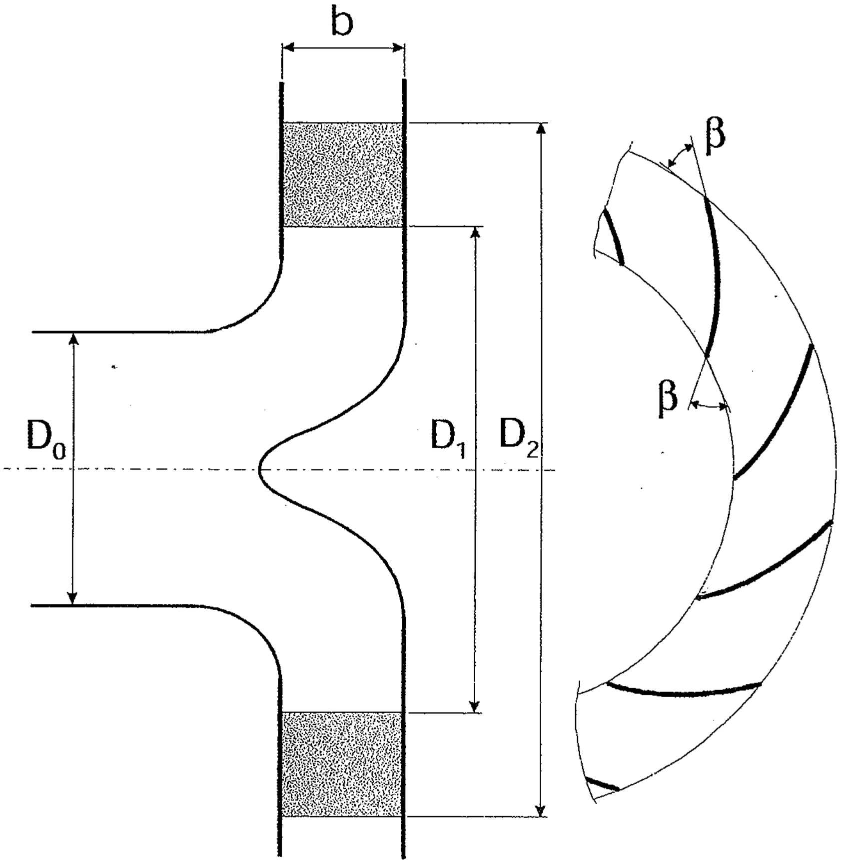
$$NPSH = \frac{p_{at}-p_D}{\rho\cdot g}-\sum h_v+H_S = \frac{84700-2000}{1000\cdot 9{,}81}-\frac{64}{2\cdot 9{,}81}\cdot(0{,}6+0{,}48+0{,}2)-1{,}5+15{,}8$$

$$NPSH = 18{,}55\,\mathrm{m}$$

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Name:
Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg	Matr. Nr.:
Schriftliche Prüfung 17. Nov. 2000	

Beispiel 1: Radialpumpe Sad

Eine Radialpumpe fördert Q=180 m³/h Lösungsmittel. Die Beschaufelung des Laufrades ist als logarithmische Spirale ausgeführt (konstanter Schaufelwinkel β).



1.) Wie groß ist der Eintrittsdurchmesser D_0 zu wählen, wenn die Strömungsgeschwindigkeit im Eintritt gerade v_0 betragen soll ?

2.) Welche Kanalbreite b ist zu wählen, damit auch im Laufradeintritt die Strömungsgeschwindigkeit v_0 beträgt ?

3.) Mit welcher Drehzahl muß das Laufrad rotieren, damit (bei drallfreier Zuströmung) ein stoßfreier Eintritt in das Laufrad realisiert wird ?

4.) Wie groß sind die Förderhöhe H und die Leistung P der Pumpe ?

Zahlenwerte:

$\beta = 20°$	$v_0 = 10$ m/s	$D_1/D_0 = 1{,}5$
$\eta = 85\%$	$\rho = 900$ kg/s	$D_2/D_1 = 1{,}5$

Lösung Beispiel 1:

1) Eintrittsdurchmesser D_0

$$Q = v_0 \cdot A_0 \qquad \text{mit} \qquad A_0 = \frac{D_0^{\,2} \cdot \pi}{4}$$

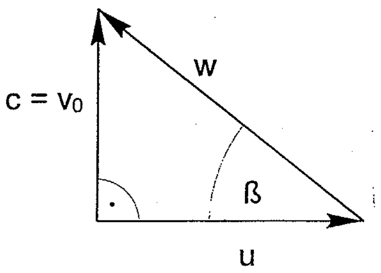
$$D_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{v_0 \cdot \pi}} \qquad \rightarrow \qquad D_0 = 0{,}08\,\text{m}$$

2) Kanalbreite b

$$Q = v_0 \cdot A_1 \qquad \text{mit} \qquad A_1 = D_1 \cdot \pi \cdot b$$

$$b = \frac{Q}{v_0 \cdot 1{,}5 \cdot D_0 \cdot \pi} \qquad \rightarrow \qquad b = 0{,}013\,\text{m}$$

3) Drehzahl n



$$u = \frac{v_0}{\tan\beta} = 27{,}47\,\text{m/sec}$$

$$u = \frac{D_1 \cdot \pi \cdot n}{60} \qquad \rightarrow \qquad n = 4372{,}75\,\text{U/min}$$

4) Pumpenförderhöhe, Antriebsleistung

Hauptgleichung: $\frac{H}{\eta_u} = \frac{1}{g} \cdot \left(u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}\right)$

$c_{u1} = 0$, da drallfreie Zuströmung

Annahme: $\eta_u = 1$

$\rightarrow \qquad H = \frac{1}{g} \cdot \left(u_2 c_{u2}\right)$

$$u_2 = \frac{\left(1{,}5^2 \cdot D_0\right) \cdot \pi \cdot n}{60} = 41{,}21\,\text{m/sec}$$

$$c_{u2} = u_2 - w_{u2}$$

$$w_{u2} = \frac{c_{m2}}{\tan\beta} = \frac{Q}{1{,}5^2 \cdot D_0 \cdot \pi \cdot b \cdot \tan\beta} = 18{,}69\,\text{m/sec}$$

$$c_{u2} = 22{,}53\,\text{m/sec}$$

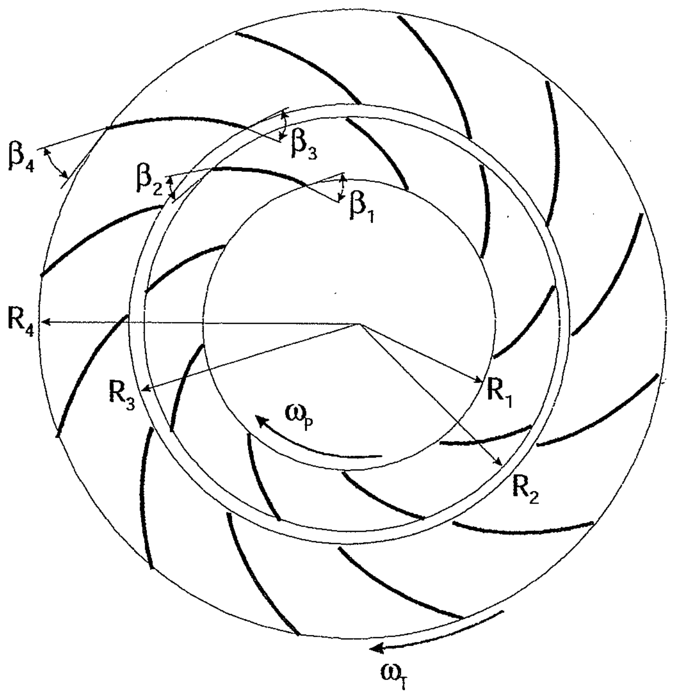
$$H = \frac{u_2 \cdot c_{u2}}{g} \qquad \rightarrow \qquad H = 94{,}63\,\text{m}$$

Leistung: $$P = \frac{\rho \cdot Q \cdot g \cdot H}{\eta} \qquad \rightarrow \qquad P = 49{,}15\,\text{kW}$$

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg Schriftliche Prüfung 17. Nov. 2000	Name: Matr. Nr.:

Beispiel 2-VT: Drehmomentenwandler Sad

Die Skizze zeigt das Prinzip eines Drehmomentwandlers. Der innere Läufer wirkt als Pumpe, der äußere als Turbine. Der vom Pumpenlaufrad geförderte Ölstrom wird von innen nach außen durch das Turbinenlaufrad, an dem er drallfrei abströmt, und anschließend über einen (nicht dargestellten) Leitapparat wieder dem Pumpenlaufrad drallfrei zugeführt. Beide Laufräder sowie der schaufellose Raum zwischen den Laufrädern haben die Breite b. Das Pumpenlaufrad rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω_P, das Turbinenlaufrad mit ω_T.



Gegebene Größen: R_1, R_2, R_3, R_4, b, β_2, β_3, ω_P, ω_T, $\rho_{Öl}$

1.) Skizzieren Sie die Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Pumpenlaufrades.

2.) Wie groß ist das Drehmoment am Pumpenlaufrad in Abhängigkeit des Ölstromes Q ?

3.) Wie groß ist der Ölstrom Q*, der sich bei maximalem Pumpenmoment einstellt ?

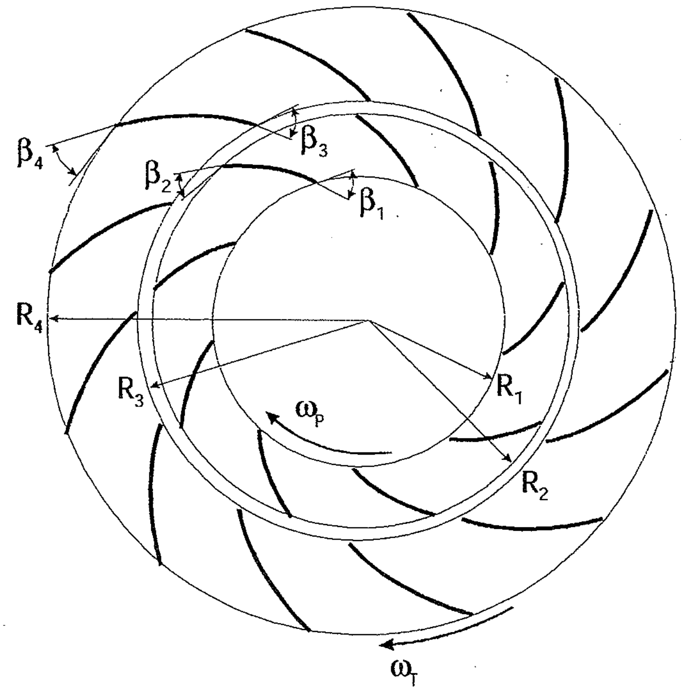
4.) Wie groß muß dann bei gleichen Zuströmverhältnissen am Pumpenlaufrad der Winkel β_1 gewählt werden ?

5.) Wie ändern sich Betrag und Richtung der Absolutgeschwindigkeit im schaufellosen Raum zwischen den Laufrädern ?

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Name:
Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg	Matr. Nr.:
Schriftliche Prüfung 17. Nov. 2000	

Beispiel 2-MB: Drehmomentenwandler Sad

Die Skizze zeigt das Prinzip eines Drehmomentwandlers. Der innere Läufer wirkt als Pumpe, der äußere als Turbine. Der vom Pumpenlaufrad geförderte Ölstrom wird von innen nach außen durch das Turbinenlaufrad, an dem er drallfrei abströmt, und anschließend über einen (nicht dargestellten) Leitapparat wieder dem Pumpenlaufrad drallfrei zugeführt. Beide Laufräder sowie der schaufellose Raum zwischen den Laufrädern haben die Breite b. Das Pumpenlaufrad rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω_P, das Turbinenlaufrad mit ω_T.



Gegebene Größen: R_1, R_2, R_3, R_4, b, β_2, β_3, ω_P, ω_T, $\rho_{Öl}$

1.) Skizzieren Sie die Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Turbinenlaufrades.

2.) Wie groß ist das Drehmoment am Turbinenlaufrad in Abhängigkeit des Ölstromes Q ?

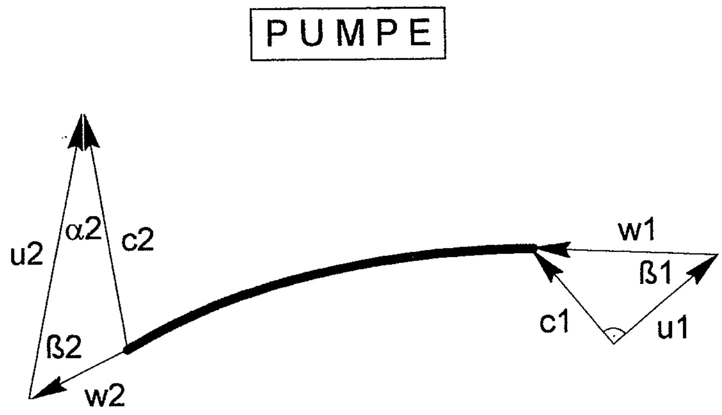
3.) Wie groß ist der Ölstrom Q*, der sich bei maximalem Turbinenmoment einstellt ?

4.) Wie groß muß dann bei gleichen Zuströmverhältnissen am Turbinenlaufrad der Winkel β_4 gewählt werden ?

5.) Wie ändern sich Betrag und Richtung der Absolutgeschwindigkeit im schaufellosen Raum zwischen den Laufrädern ?

Lösung Beispiel 2-VT

1) Geschwindigkeitsdreiecke



2) Drehmoment

$$M_P = \dot{m} \cdot (R_2 c_{u2} - R_1 c_{u1})$$

$c_{u1} = 0$, da drallfreieZuströmung

$$M_P = \rho \cdot Q \cdot R_2 \cdot c_{u2}$$

$$c_{u2} = R_2 \cdot \omega_P - \frac{c_{m2}}{\tan \beta_2}$$

$$c_{m2} = \frac{Q}{2 \cdot R_2 \cdot \pi \cdot b}$$

$$\rightarrow \qquad M_P = \rho \cdot Q \cdot R_2 \cdot \left(R_2 \cdot \omega_P - \frac{Q}{2 \cdot R_2 \cdot \pi \cdot b \cdot \tan \beta_2} \right)$$

3) Ölstrom Q* bei maximalem Moment

$$\frac{\partial M}{\partial Q} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial Q} \left(\rho \cdot Q \cdot R_2{}^2 \cdot \omega_P - \frac{\rho \cdot Q^2}{2 \cdot \pi \cdot b \cdot \tan \beta_2} \right) = 0$$

$$\rightarrow \qquad Q_P{}^* = R_2{}^2 \cdot \omega_P \cdot \pi \cdot b \cdot \tan \beta_2$$

4) Eintrittswinkel ß$_1$

$$\tan\beta_1^* = \frac{c_{m1}}{R_1 \cdot \omega_P} = \frac{Q^*}{2\cdot\pi\cdot R_1^2 \cdot \omega_P \cdot b}$$

$$\rightarrow \qquad \tan\beta_1^* = \frac{1}{2}\cdot\frac{R_2^2}{R_1^2}\cdot\tan\beta_2$$

5) Absolutgeschwindigkeiten c_2 , c_3

Bedingung : R . c_u = konst. (konstanter Drall)

$$R_2 \cdot c_{u2} = R_3 \cdot c_{u3} \qquad \rightarrow \qquad \frac{R_2}{R_3} = \frac{c_{u3}}{c_{u2}}$$

Kontinuität :

$$2\cdot R_2\cdot\pi\cdot b\cdot c_{m2} = 2\cdot R_3\cdot\pi\cdot b\cdot c_{m3} \qquad \rightarrow \qquad \frac{R_2}{R_3} = \frac{c_{m3}}{c_{m2}}$$

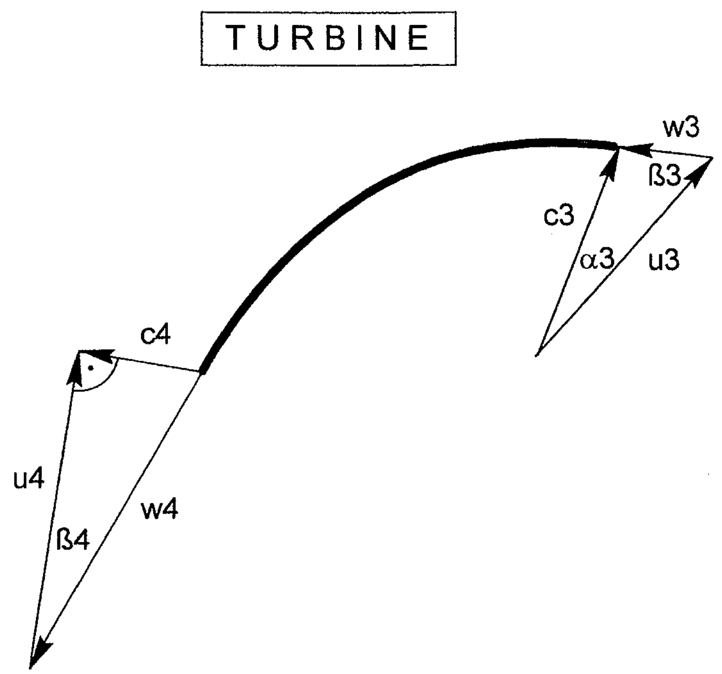
$$\tan\alpha_2 = \frac{c_{m2}}{c_{u2}} \qquad \tan\alpha_3 = \frac{c_{m3}}{c_{u3}}$$

$$\rightarrow \qquad \alpha_2 = \alpha_3$$

$$c_3 = c_2 \cdot \frac{R_2}{R_3}$$

Lösung Beispiel 2-MB

1) Geschwindigkeitsdreiecke



2) Drehmoment

$$M_T = m \cdot (R_3 c_{u3} - R_4 c_{u4})$$

$c_{u4} = 0,$ da drallfreie Abströmung

$$M_T = \rho \cdot Q \cdot R3 \cdot c_{u3}$$

$$c_{u3} = R_3 \cdot \omega_T - \frac{c_{m3}}{\tan \beta 3}$$

$$c_{m3} = \frac{Q}{2 \cdot R_3 \cdot \pi \cdot b}$$

$$\rightarrow \qquad M_T = \rho \cdot Q \cdot R_3 \cdot \left(R_3 \cdot \omega_T - \frac{Q}{2 \cdot R_3 \cdot \pi \cdot b \cdot \tan \beta_3} \right)$$

3) Ölstrom Q* bei maximalem Moment

$$\frac{\partial M}{\partial Q} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial Q} \left(\rho \cdot Q \cdot {R_3}^2 \cdot \omega_T - \frac{\rho \cdot Q^2}{2 \cdot \pi \cdot b \cdot \tan \beta_3} \right) = 0$$

$$\rightarrow \qquad {Q_T}^* = {R_3}^2 \cdot \omega_T \cdot \pi \cdot b \cdot \tan \beta_3$$

4) Austrittswinkel β_4

$$\tan\beta_4{}^* = \frac{c_{m4}}{R_4 \cdot \omega_T} = \frac{Q^*}{2 \cdot \pi \cdot R_4{}^2 \cdot \omega_T \cdot b}$$

$$\rightarrow \qquad \tan\beta_4{}^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_3{}^2}{R_4{}^2} \cdot \tan\beta_3$$

5) Absolutgeschwindigkeiten c_2, c_3

Bedingung : $R \,.\, c_u = \text{konst.}$ (konstanter Drall)

$$R_2 \cdot c_{u2} = R_3 \cdot c_{u3} \qquad \rightarrow \qquad \frac{R_2}{R_3} = \frac{c_{u3}}{c_{u2}}$$

Kontinuität :

$$2 \cdot R_2 \cdot \pi \cdot b \cdot c_{m2} = 2 \cdot R_3 \cdot \pi \cdot b \cdot c_{m3} \qquad \rightarrow \qquad \frac{R_2}{R_3} = \frac{c_{m3}}{c_{m2}}$$

$$\tan\alpha_2 = \frac{c_{m2}}{c_{u2}} \qquad \tan\alpha_3 = \frac{c_{m3}}{c_{u3}}$$

$$\rightarrow \qquad \alpha_2 = \alpha_3$$

$$c_3 = c_2 \cdot \frac{R_2}{R_3}$$

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum: **07. Dezember 2000**
	Matrikelnummer:

1. Beispiel

AUSLEGUNG EINES HILFSGEBLÄSES FÜR EINEN GEBLÄSEPRÜFSTAND

In Skizze A ist ein horizontaler Gebläseprüfstand in seiner ursprünglichen Form dargestellt. Die zu fördernde Luft wird durch eine Eintrittsdüse (ζ_e=0) aus der Laborhalle angesaugt, strömt durch einen Gleichrichter und nach einer Beruhigungsstrecke folgt die Versuchsmaschine. Daran schließt ein Diffusor an, an dessen Ende wiederum eine verschiebbare Drosselplatte montiert ist, mit der verschiedene Betriebspunkte eingestellt werden können.

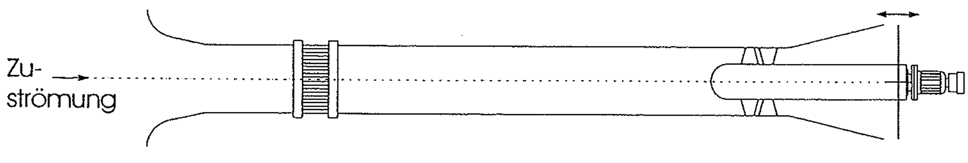
Nr.	Q [m³/s]	H [m]
1	2.2	33
2	2.7	34
3	3.5	28
4	4	20
5	4.25	14
6	4.75	0

a) Im beigefügten Diagramm ist die gemessene Kennlinie C einer Versuchsmaschine dargestellt. Fünf Betriebspunkte davon sind in tabellarischer Form angegeben. Betriebspunkt 5 entspricht ganz geöffneter Drossel und somit minimal einstellbare Anlagenverluste. Betriebspunkt 6 (H=0) wurde durch Extrapolation der Kennlinie (strichliert) erhalten. In diesem Betriebspunkt sollen Strömungsmessungen durchgeführt werden. Welche Förderhöhe muß von einem Hilfsgebläse aufgebracht werden ? (ρ_{Luft}=1.2 kg/m³) Annahme verlustloser Zu- und Abströmung vom Hilfsgebläse.

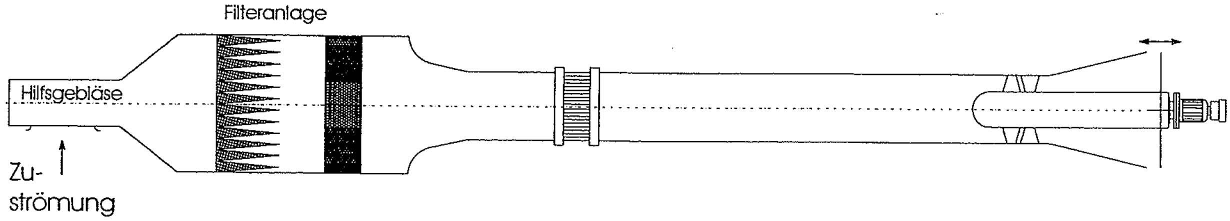
b) Weiterführende Strömungsmessungen sollen mittels Hitzdrahtanemometrie durchgeführt werden. Dazu muß eine Filteranlage mit Hilfsgebläse (Skizze B) in der Zuströmung angebracht werden. Diese zweistufige Filteranlage besteht aus je sechs parallelgeschalteten Filterpaketen. Druckverlust je Paket bei Q=1 m³/s: Vorfilter: 50 Pa, Hauptfilter: 200 Pa. Zur Berücksichtigung aller weiteren Strömungsverluste wird der Verlustbeiwert (ζ_{ges}=0.2) bezogen auf Strömungsgeschwindigkeit am Hilfsgebläseaustritt (Fläche: 40x70 cm) angenommen.
Berechne die Förderhöhe des Hilfsgebläses.

c) Berechne die Hilfsgebläseleistung und die –drehzahl im Betriebspunkt von b).

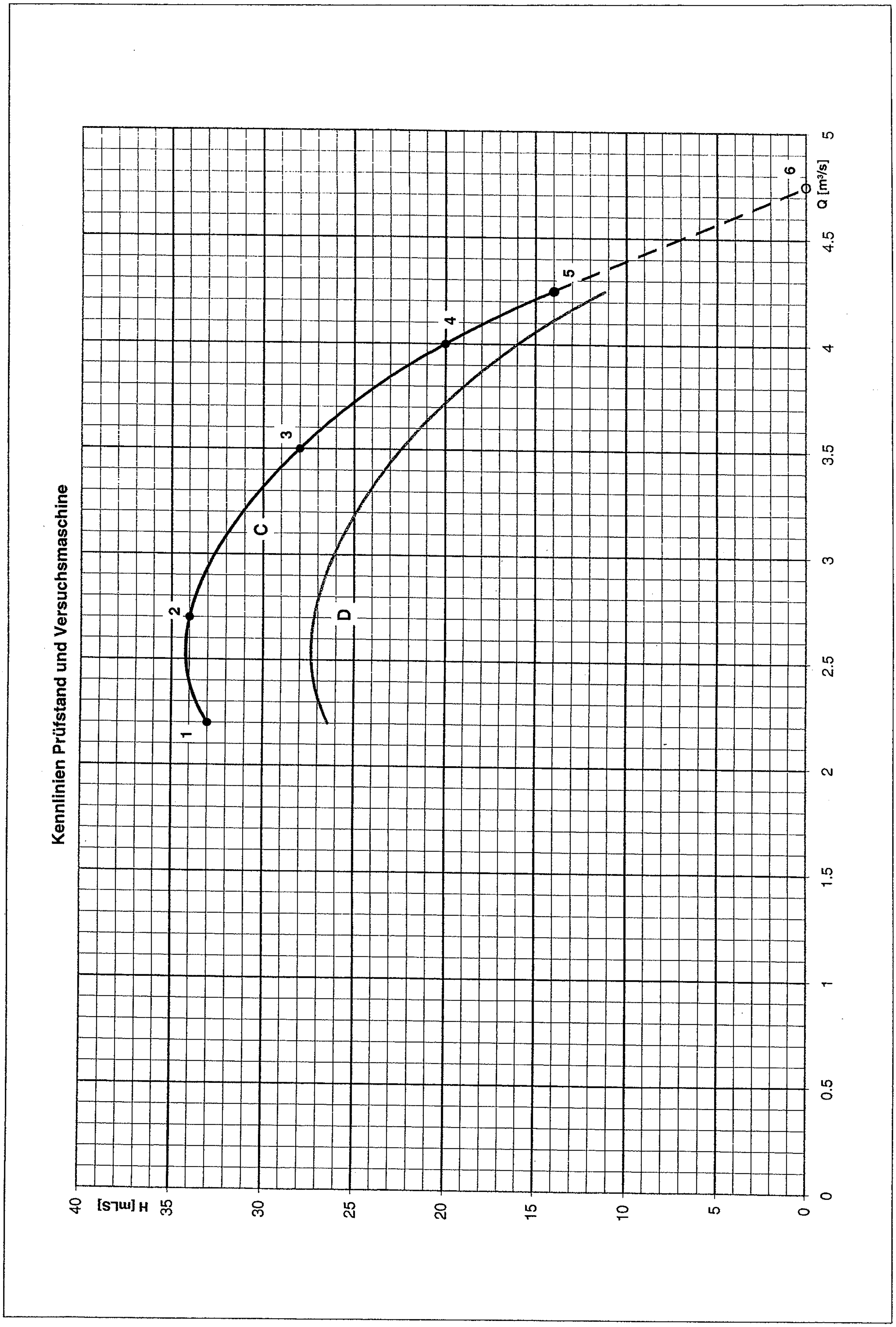
d) Für die letzte Meßreihe wird das Leitrad aus der Versuchsmaschine entfernt. Es ergibt sich die tiefer liegende Kennlinie D. Um sicher zu gehen, daß durch eventuelle undichte Stellen in der selbst gebauten Filteranlage kein Staub aus der Atmosphäre an die Sonde gelangt, soll vor der Eintrittsdüse gerade Umgebungsdruck eingestellt werden. Der untersuchte Betriebspunkt ist 3.5 m³/s.
Skizziere die Anlagenkennlinie mit und ohne Filteranlage und trage die Förderhöhen im Diagramm ein.

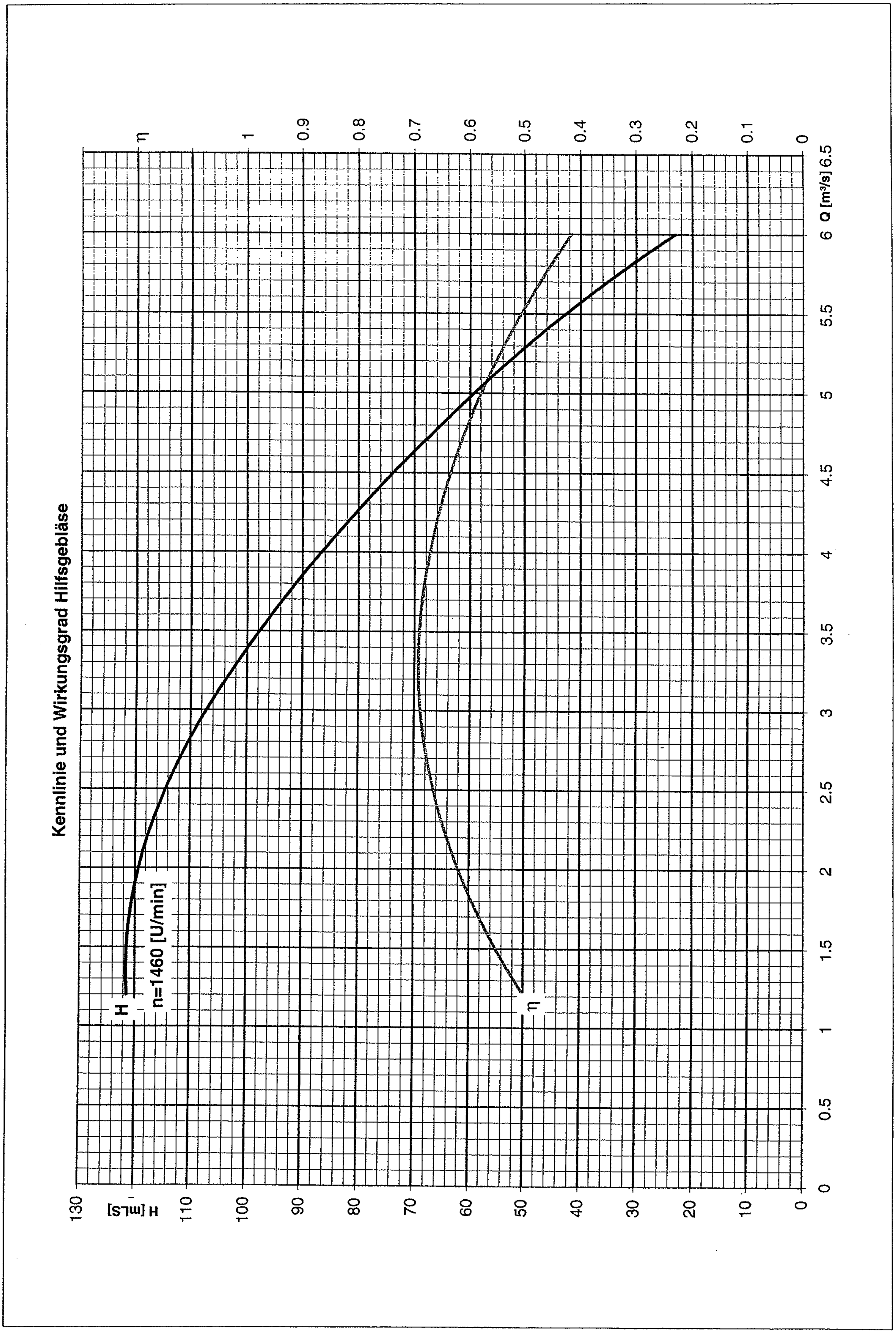


Skizze A: Gebläseprüfstand ursprünglicher Aufbau



Skizze B: Gebläseprüfstand mit Filteranlage


Kennlinien Prüfstand und Versuchsmaschine
H [mLS]
40
35
30
25
20
15
10
5
0
Q [m³/s]
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
C
D
1
2
3
4
5
6


Kennlinie und Wirkungsgrad Hilfsgebläse
n=1460 [U/min]
H
η
H [mLS]
Q [m³/s]
η

Lösung Beispiel 1:

a) Förderhöhe Hilfsgebläse

$$H = K_1 \cdot Q^2$$

$$K_1 = \frac{H}{Q^2} = \frac{14}{4{,}25^2} \qquad \rightarrow \qquad K_1 = 0{,}775$$

$$H_{HILSFSGEBLÄSE} = 0{,}775 \cdot 4{,}75^2 = 17{,}488\,\text{mLS}$$

b) Förderhöhe Hilfsgebläse (mit Filteranlage)

$$H_{vFILTER} = K_2 \cdot Q^2$$

$$K_2 = \frac{\frac{250}{1{,}2 \cdot 9{,}81}}{36} \qquad \rightarrow \qquad K_2 = 0{,}59$$

$$H_{vREST} = K_3 \cdot Q^2$$

$$K_3 \cdot Q^2 = \zeta \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = \zeta \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} \qquad \rightarrow \qquad K_3 = 0{,}13$$

$$H_{HILFSGEBLÄSE} = (K_1 + K_2 + K_3) \cdot Q^2$$

$$H_{HILFSGEBLÄSE} = (0{,}775 + 0{,}59 + 0{,}13) \cdot 4{,}75^2 = 33{,}731\,\text{mLS}$$

c) Leistung und Drehzahl des Hilfsgebläses

Ähnlichkeitsparabel (=Verbraucherkennlinie) zeichnen,
mit Kennlinie Hilfsgebläse (n = 1460 U/min) schneiden, (siehe S. 5)

$Q = 5{,}45\ m^3/sec$
$\rightarrow$ $H = 44$ mLS
$\eta = 0{,}51$

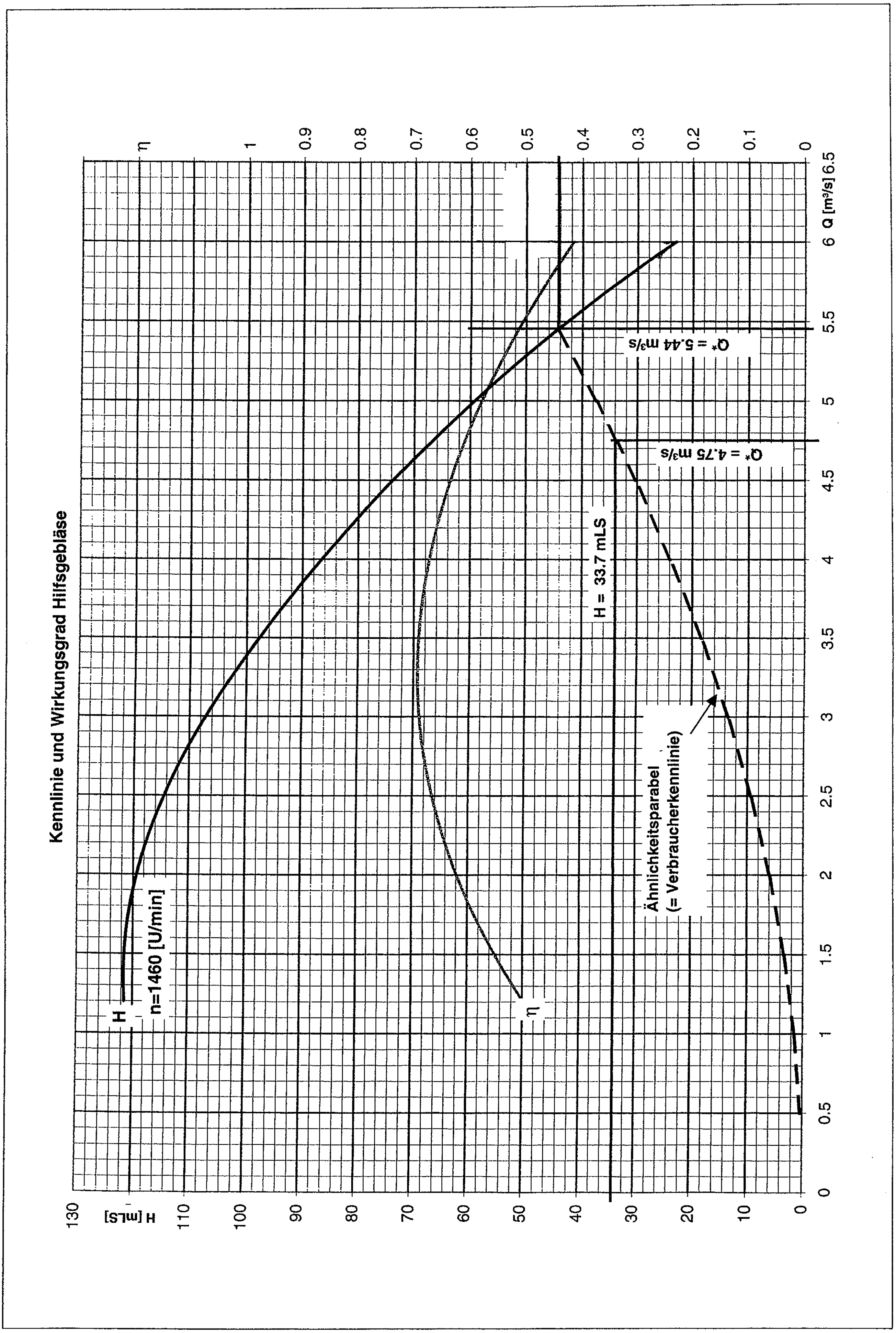
$$P = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \cdot \frac{1}{\eta} = 1{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 4{,}75 \cdot 33{,}731 \cdot \frac{1}{0{,}51} \qquad \rightarrow \qquad P = 3{,}7\,\text{kW}$$

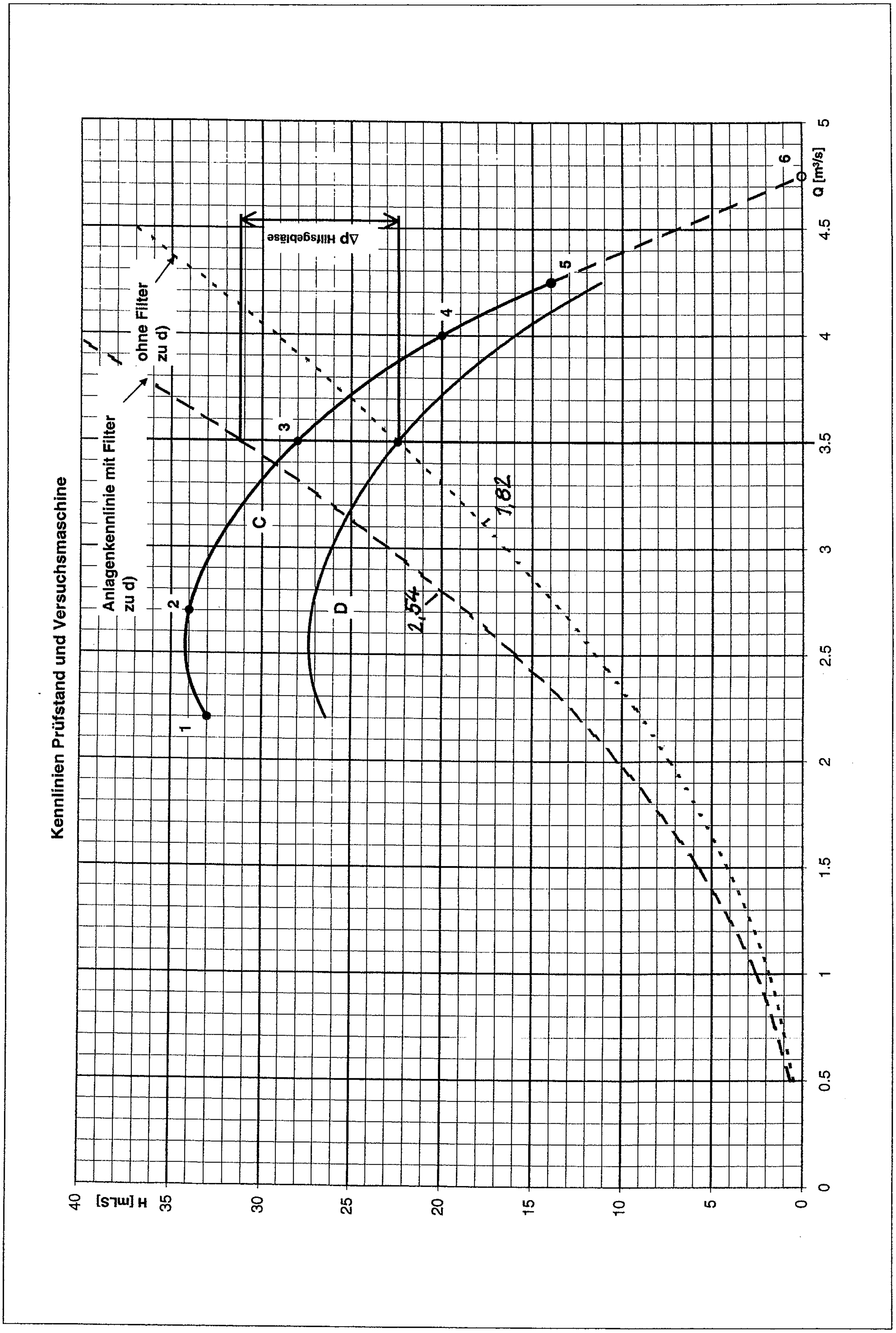
$$n = 1460 \cdot \frac{4{,}75}{5{,}45} \qquad \rightarrow \qquad n = 1272{,}5\,\text{U/min}$$

d) siehe S. 6

$$K_{ohne\,Filter} = \frac{22{,}3}{3{,}5^2} \qquad \rightarrow \qquad K_{ohne\,Filter} = 1{,}82$$

$$K_{mit\,Filter} = K_{ohne\,Filter} + 0{,}59 + 0{,}13 \qquad \rightarrow \qquad K_{mit\,Filter} = 2{,}54$$


Kennlinie und Wirkungsgrad Hilfsgebläse
H
n=1460 [U/min]
η
H = 33.7 mLS
Q* = 5.44 m³/s
Q* = 4.75 m³/s
Ähnlichkeitsparabel
(= Verbraucherkennlinie)
H [mLS]
130
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Q [m³/s]
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
η
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0

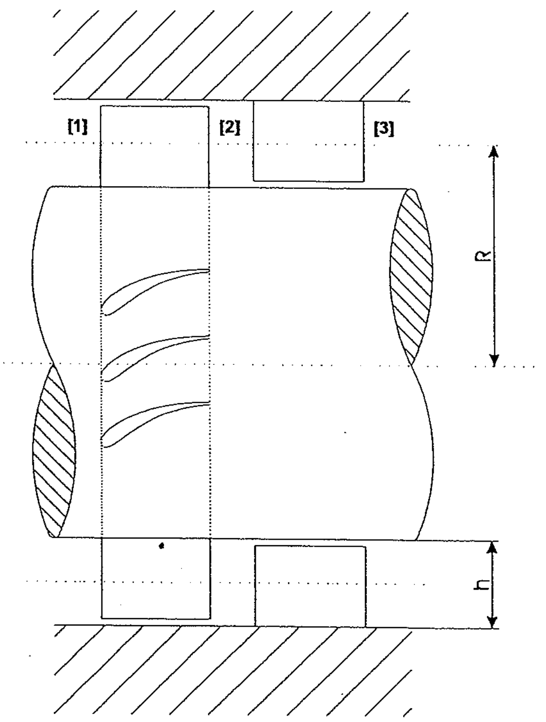


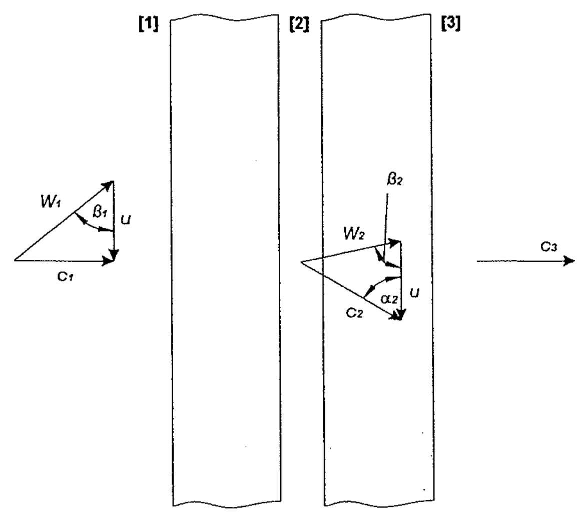
Kennlinien Prüfstand und Versuchsmaschine
Anlagenkennlinie mit Filter zu d)
ohne Filter zu d)
Δp Hilfsgebläse
C
D
1
2
3
4
5
6
2,54
1,82
H [mLS]
Q [m³/s]
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 7. Dezember 2000
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

2. Beispiel:

STRÖMUNGSWINKEL einer AXIALPUMPE





Die dargestellte Axialpumpe besteht aus einem rotierenden Laufrad und einem Leitrad. Der Massenstrom durch die Axialpumpe ist m [kg/s], die Maschinendrehfrequenz n [1/s], die ans Medium abgegebene Leistung P [W], die Dichte ρ [kg/m³] ist konstant. Da die Schaufelhöhe h [m] klein im Vergleich zum Laufraddurchmesser ist, kann die Strömung im Laufrad als näherungsweise eindimensional betrachtet werden. Dabei wird angenommen, daß die Geschwindigkeiten über der Schaufelhöhe konstant sind.

Gegeben: m = 4 kg/s, n = 1500 U/min, P = 2 kW, ρ = 1.2 kg/m³, h = 0.1 m, R = 0.4 m

a) Berechne den Laufradzuströmwinkel β_1.zwischen Relativgeschwindigkeit $\boldsymbol{w_1}$ und Umfangsrichtung $\boldsymbol{u}$.

b) Wie groß ist der Winkel α_2 zwischen der Absolutgeschwindigkeit $\boldsymbol{c_2}$ und der Umfangsrichtung $\boldsymbol{u}$?

c) Unter welchem Winkel β_2 erfolgt im laufradfesten Bezugssystem die Abströmung vom Laufrad?

d) Berechne den statischen Druckaufbau im Laufrad und im Leitrad unter der Annahme verlustfreier Strömung.

e) Skizziere die Laufradschaufeln und Leitradschaufeln für den Fall, daß die Zuströmung jeweils tangential zur Skelettlinie ist (stoßfreie Zuströmung) und Schaufelkongruenter Abströmung (keine Winkelübertreibung).

Lösung Beispiel 2 :

a) Laufradzuströmwinkel β_1

$$c_m = \frac{\frac{\dot{m}}{\rho}}{2 \cdot R \cdot \cdot h} \quad \rightarrow \quad c_m = 13{,}263 \text{ m/sec}$$

$$u = \frac{2 \cdot R \cdot \pi \cdot n}{60} \quad \rightarrow \quad u = 62{,}832 \text{ m/sec}$$

$$\beta_1 = \arctan \frac{c_m}{u} \quad \rightarrow \quad \beta_1 = 11.92\,°$$

b) Winkel α_2

$$P = \dot{m} \cdot (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$

$c_{u1} = 0$ drallfreieZuströmung

$$c_{u2} = \frac{P}{\dot{m} \cdot u_2} \quad \rightarrow \quad c_{u2} = 7{,}96 \text{ m/sec}$$

$$\alpha_2 = \arctan \frac{c_m}{c_{u2}} \quad \rightarrow \quad \alpha_2 = 59{,}03\,°$$

c) Winkel β_2

$$w_{u2} = u - c_{u2} \quad \rightarrow \quad w_{u2} = 54{,}872 \text{ m/sec}$$

$$\beta_2 = \arctan \frac{c_m}{w_{u2}} \quad \rightarrow \quad \beta_2 = 13{,}59\,°$$

d) Druckaufbau im Lauf-und Leitrad

$$P = \rho \cdot g \cdot H \cdot Q = \Delta p \cdot Q = \Delta p \cdot \frac{\dot{m}}{\rho}$$

$$\Delta p_{MASCHINE} = P \cdot \frac{\rho}{\dot{m}} \quad \rightarrow \quad \Delta p_{MASCHINE} = 600 \text{ Pa}$$

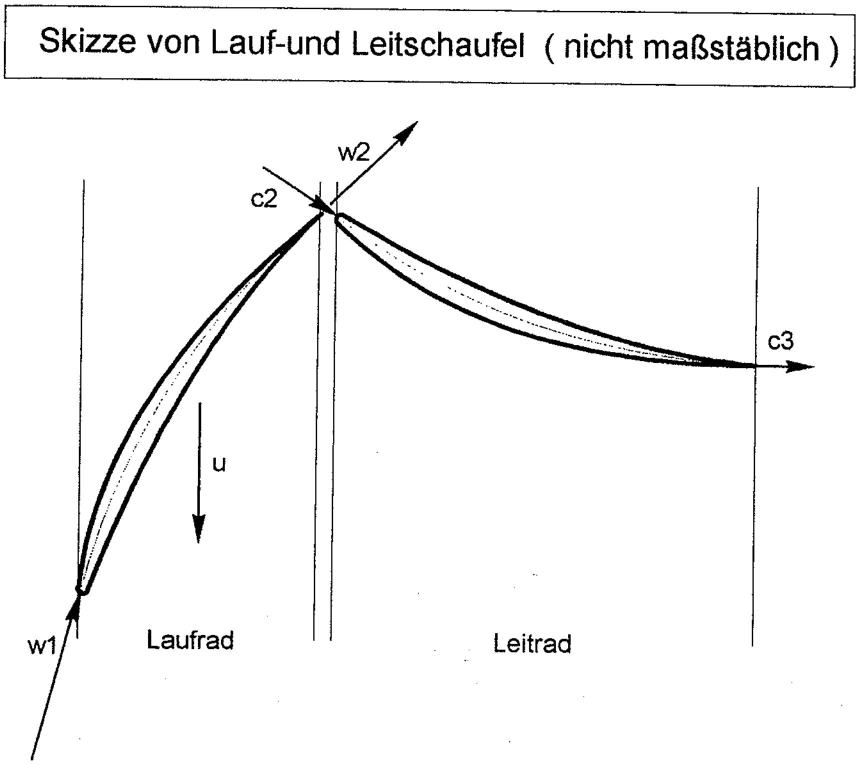
$$\Delta p_{LEITRAD} = \rho \cdot \frac{c_{u2}^2}{2} \quad \rightarrow \quad \Delta p_{LEITRAD} = 38 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{LAUFRAD} = \Delta p_{MASCHINE} - \Delta p_{LEITRAD} = 562 \text{ Pa}$$

oder :

$$\Delta p_{LAUFRAD} = \frac{\rho}{2} \cdot \left(w_1^2 - w_2^2\right) \quad \rightarrow \quad \Delta p_{LAUFRAD} = 562 \text{ Pa}$$

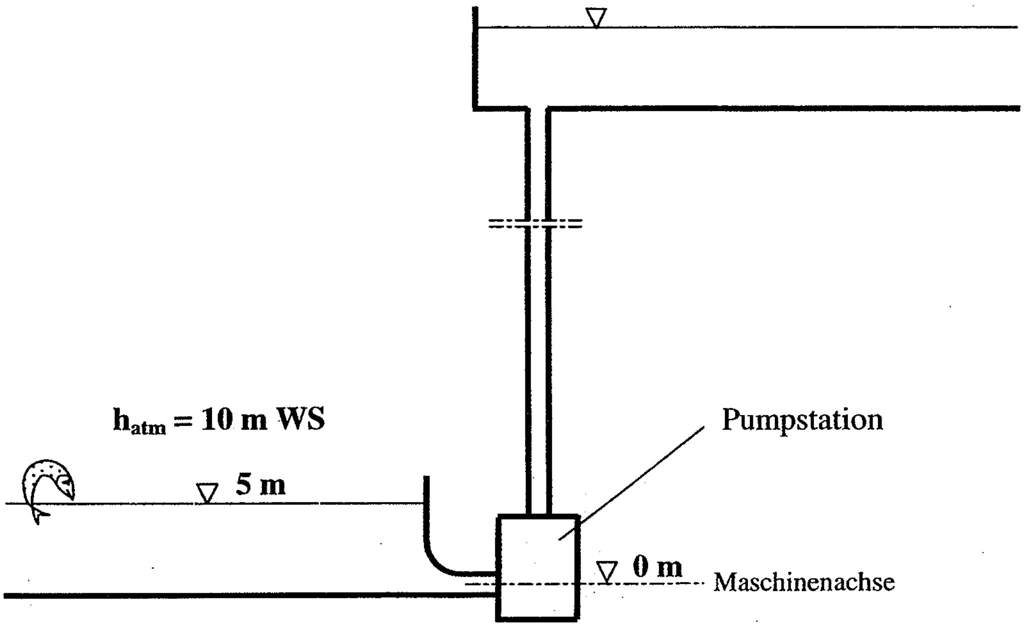
e) Skizze Laufrad, Leitrad



INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 12. 1. 2001 Matrikelnummer:

KNI

AUSSTATTUNG EINER PUMPANLAGE



Für die maschinenseitige Ausstattung der Pumpstation lt. Skizze soll ein vernünftiger Vorschlag gemacht werden. Die hydraulischen Daten sind:

Fördermedium: kaltes Wasser (Dampfdruckhöhe h_D = 0.2 m WS)
Fördermenge: Q = 1 m³/s
Förderhöhe: H = 200 m

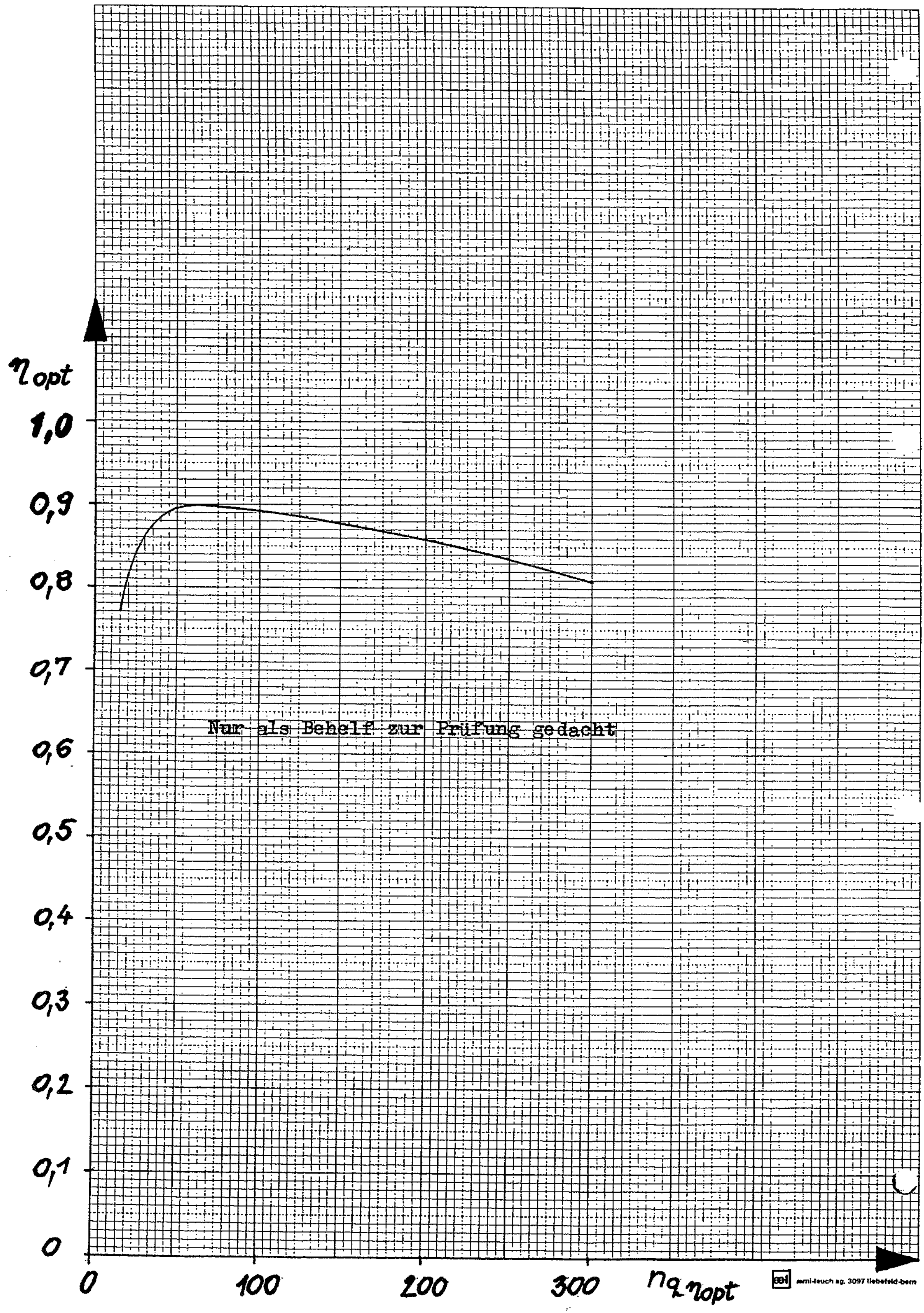
Für den Antrieb kommen Synchrondrehzahlen zwischen 500 U/min und 3000 U/min in Frage. Durchgehender Betrieb, daher soll ein möglichst guter Wirkungsgrad angestrebt werden. Auf Einhaltung zulässiger Kavitationswerte ist zu achten. Saugseitige Verluste können vernachlässigt werden.

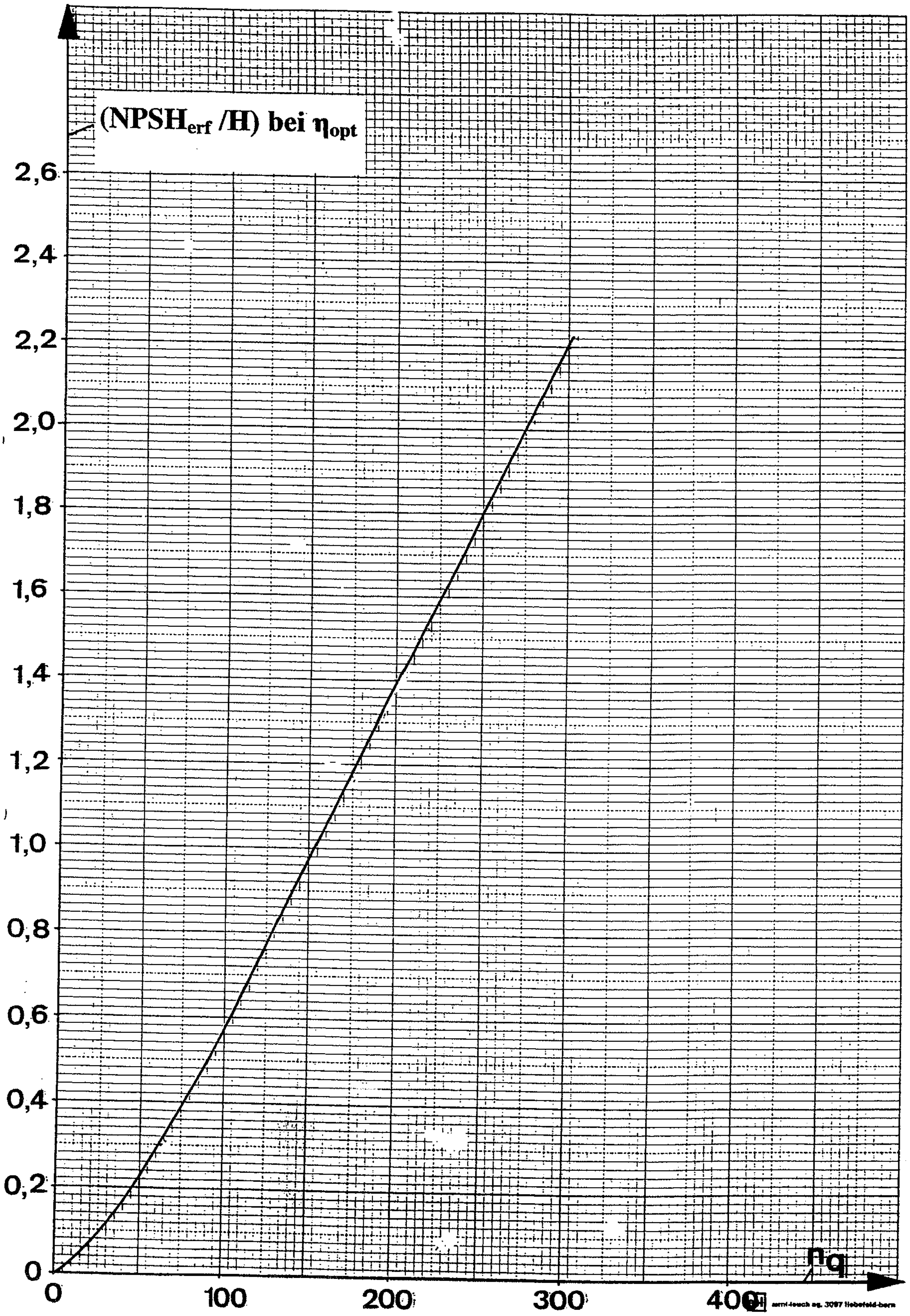
Als Behelf dienen die beiden beigelegten Diagramme:
Maximal erreichbare Wirkungsgrade über der spezifischen Drehzahl n_q
$NPSH_{erf}/H$ über der spezifischen Drehzahl n_q

Im zweiten Diagramm ist NPSH durch Bezug auf die Förderhöhe H dimensionslos gemacht zu NPSH/H (selbst für Benutzer des so variantenreichen angelsächsischen Maßsystems ist es damit eindeutig !).

<u>Gesucht:</u>

Drehzahl
Wirkungsgrad
Erforderliche Antriebsleistung


η_{opt}
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
Nur als Behelf zur Prüfung gedacht
0
100
200
300
$n_{q\,\eta opt}$


(NPSHerf /H) bei ηopt
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
100
200
300
400
nq

Lösung Beispiel 1 :

$n_{q\,opt} \approx 65$

$$n_{opt} = n_{q\,opt} \cdot \frac{H^{\frac{3}{4}}}{Q^{\frac{1}{2}}} = 65 \cdot \frac{200^{0,75}}{1^{0,5}} \qquad \rightarrow \qquad n_{opt} = 3456{,}9\ \text{U/min}$$

nächste Synchrondrehzahl: $n_{Synchr} = 3000\ \text{U/min}$

$$\rightarrow \qquad n_q = 3000 \cdot \frac{1^{0,5}}{200^{0,75}} = 56{,}4 \qquad \rightarrow \qquad \eta = 0{,}899$$

KAVITATION :

$NPSH_{vorh} = h_{tot\,S} - h_D$

$h_{tot\,S} = h_{at} + h_{geo}$

$NPSH_{vorh} = h_{at} + h_{geo} - h_D \qquad \rightarrow \qquad NPSH_{vorh} = 14{,}8\ \text{m}$

$n_q = 56{,}4 \qquad \rightarrow \qquad \frac{NPSH_{erf}}{H} = 0{,}25$

$NPSH_{erf} = 0{,}25 \cdot H \qquad \rightarrow \qquad NPSH_{erf} = 50\ \text{m}$

nachdem $NPSH_{erf} > NPSH_{vorh}$ $\rightarrow$ KAVITATION

wegen η_{opt} : $n_q \approx 65 \qquad \rightarrow \qquad \frac{NPSH_{erf}}{H} = 0{,}32$ lt.Diagr.

Grenze Kavitation :

$NPSH_{erf} = NPSH_{vorh} = 14{,}8\ \text{m} \qquad \rightarrow \qquad H_{max} = \frac{14{,}8}{0{,}32} = 46{,}25\ \text{m}$

$\rightarrow$ **MEHRSTUFIGE PUMPE**

$z = \frac{200}{46{,}25} = 4{,}32$ Stufen, damit η_{opt} und $NPSH = 14{,}8\ \text{m}$

Annahme : $z = 5$ Stufen

$H = \frac{200}{5} = 40\ \text{m}$ pro Stufe

$$n_{q\,Stufe} = n \cdot \frac{1^{\frac{1}{2}}}{40^{\frac{3}{4}}} \rightarrow n = 65 \cdot \frac{40^{\frac{3}{4}}}{1^{\frac{1}{2}}} \qquad \rightarrow \qquad n = 1034\ \text{U/min}$$

Vorschlag:

$$n = 1000\ \text{U/min} \quad \rightarrow n_q = 62{,}9 \quad \rightarrow \eta = 0{,}9$$

$$\frac{NPSH_{erf}}{H} = 0{,}29 \quad \rightarrow NPSH_{erf} = 11{,}6\ \text{m}$$

$$NPSH_{erf} = 11{,}6\ \text{m}$$
$$NPSH_{vorh} = 14{,}8\ \text{m}$$

→ KAVITATIONSSICHER, da $NPSH_{erf} < NPSH_{vorh}$

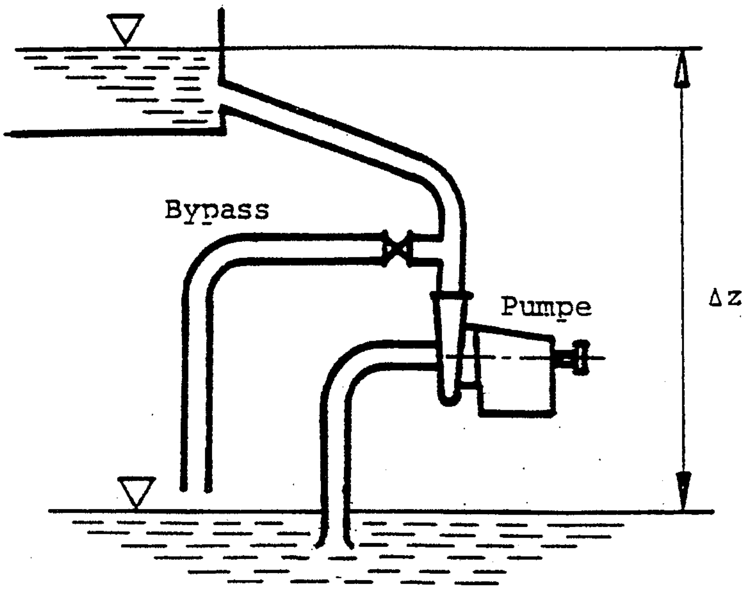
$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1 \cdot 200}{0{,}9} \quad \rightarrow \quad P = 2180\ \text{kW}$$

Auch eine brauchbare Lösung:

n=1000 U/min
$\eta = 0{,}897$
P = 2187 kW
4 – stufige Ausführung

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 12. 1. 2001
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

PUMPE MIT BYPASSREGELUNG



Eine Pumpe (Kennlinie liegt bei) fördert aus einem Becken mit konstantem Wasserstand in ein Oberwasserbecken, dessen Spiegel durch einen geregelten Abfluß ebenfalls konstant ist.

Anlagedaten:

$\Delta z = 100$ m

Rohrleitungsverluste (inkl.Austrittsverl.) $h_v[m] = 264{,}5\ Q^2$ (Q in m^3/s)

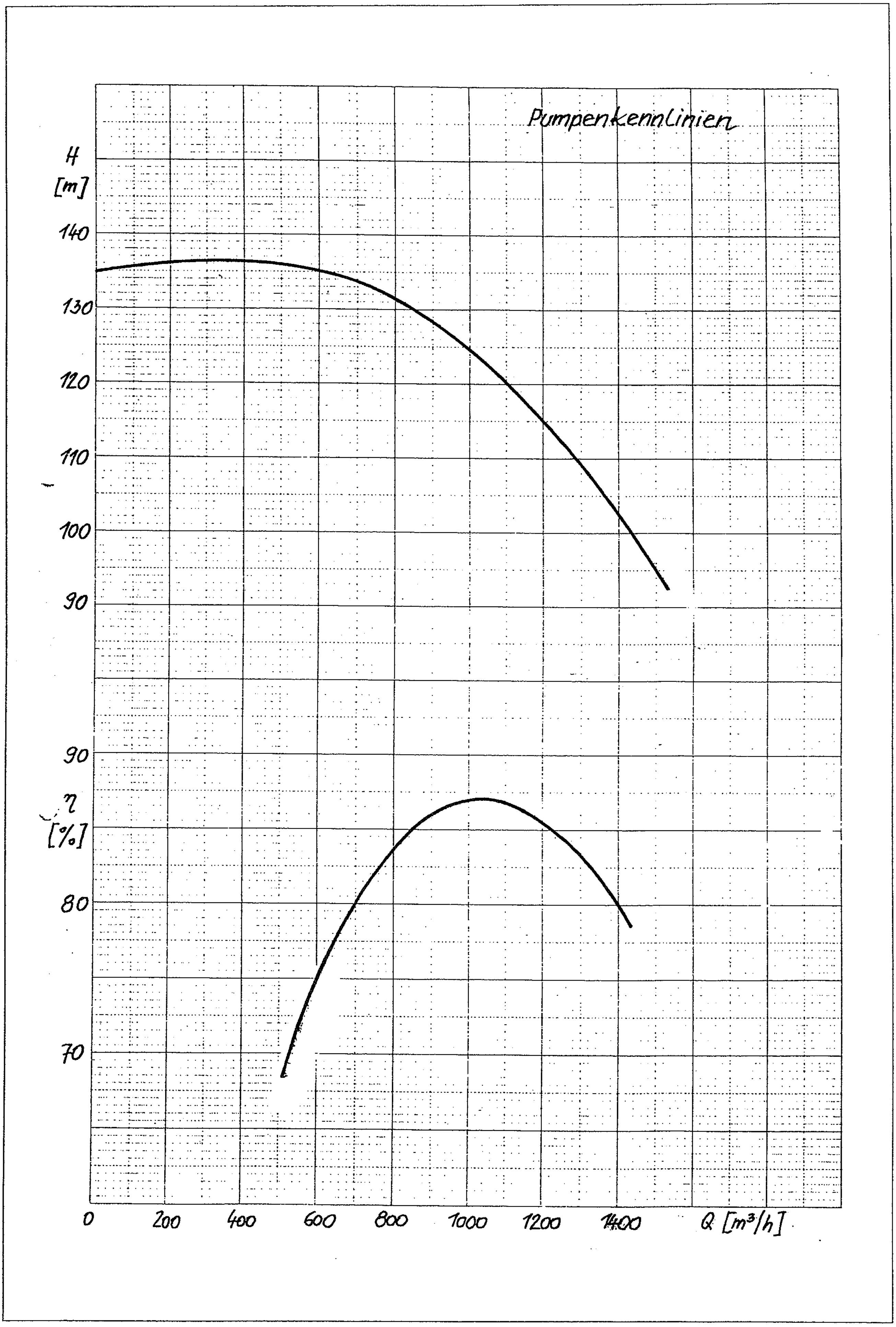
Gesucht:

1) Betriebspunkt bei geschlossenem Bypass (Q,H,P) ?

2) Die aus obigen Daten ermittelte Fördermenge der Pumpe soll durch den Bypass auf 70 % reduziert werden.

   a) Die Daten (Q,H,P) des neuen Betriebspunktes ?

   b) Der Wirkungsgrad der Anlage bei 100% und bei auf 70% reduzierter Fördermenge.
   (Als Nutzeffekt der Anlage wird das Hochpumpen des Wassers um Δz betrachtet.)



Pumpenkennlinien
H [m]
140
130
120
110
100
90
90
η [%]
80
70
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
Q [m³/h]

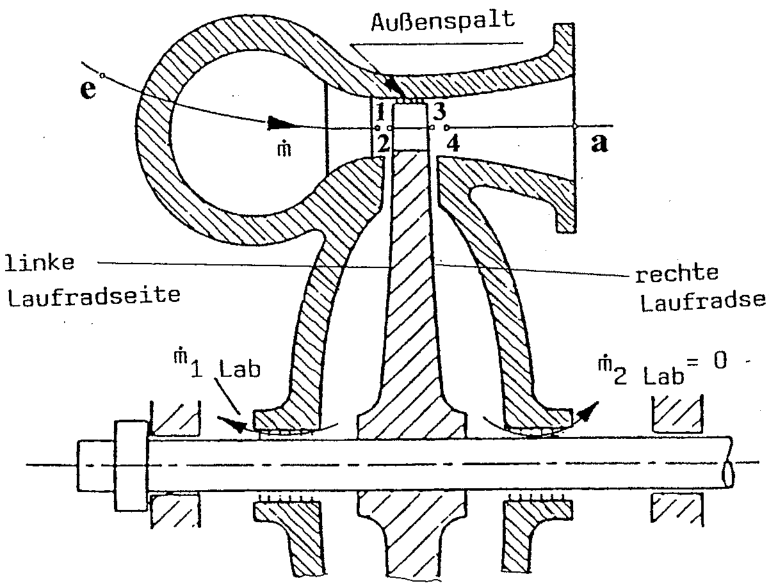
Lösung Beispiel 2 :

Siehe 22.1.1999 S.5 - 8

I N S T I T U T F Ü R HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum: *9. März 2001*
	Matrikelnummer:

1. Beispiel: EINSTUFIGE INDUSTRIE-DAMPFTURBINE

In einer einstufigen Turbine strömt Wasserdampf vom Eintritt e bis zum Austritt a. Von außen wird Wärme weder zu- noch abgeführt. Zwischen Leit- und Laufrad zweigt ein kleiner Spaltstrom $\dot{m}_{1,Lab}$ ab und verläßt die Turbine durch die linke Wellen-Labyrinthdichtung ohne Arbeit zu leisten. Der Dampfzustand in den Punkten 1 und 2 wird dadurch nicht beeinflußt Die Verlustmenge am Außenspalt ist ein volumetrischer Verlust, kann aber vom Kanalreibungsverlust im Laufrad meßtechnisch nicht getrennt werden. Der gemeinsame Verlusteffekt infolge Kanalreibung im Laufrad sowie Verwirbelung und Vermischung der Verlustmenge des Außenspaltes mit dem Hauptstrom wird durch den isentropen Laufradwirkungsgrad berücksichtigt. An der rechten Wellen-Labyrinthdichtung ist die Druckdifferenz klein. Daher wird angenommen, daß keine Spaltverluste auftreten: $\dot{m}_{2,Lab} = 0$. Die Bremsverluste an der rotierenden rechten Laufradseite heizen den dort befindlichen Dampf auf. Es wird Vermischung dieses Dampfes mit dem Hauptstrom auf dem Weg von 3 nach 4 angenommen.



Gegeben: $h_e = 3400$ kJ/kg; $p_e = 10$ bar, $c_e = 200$ m/s; $p_1 = p_2 = 5$ bar, $c_1 = c_2$; $p_3 = p_4 = 3$ bar, $c_3 = c_4 = 500$ m/s; $p_a = 4$ bar

Isentrope Wirkungsgrade:

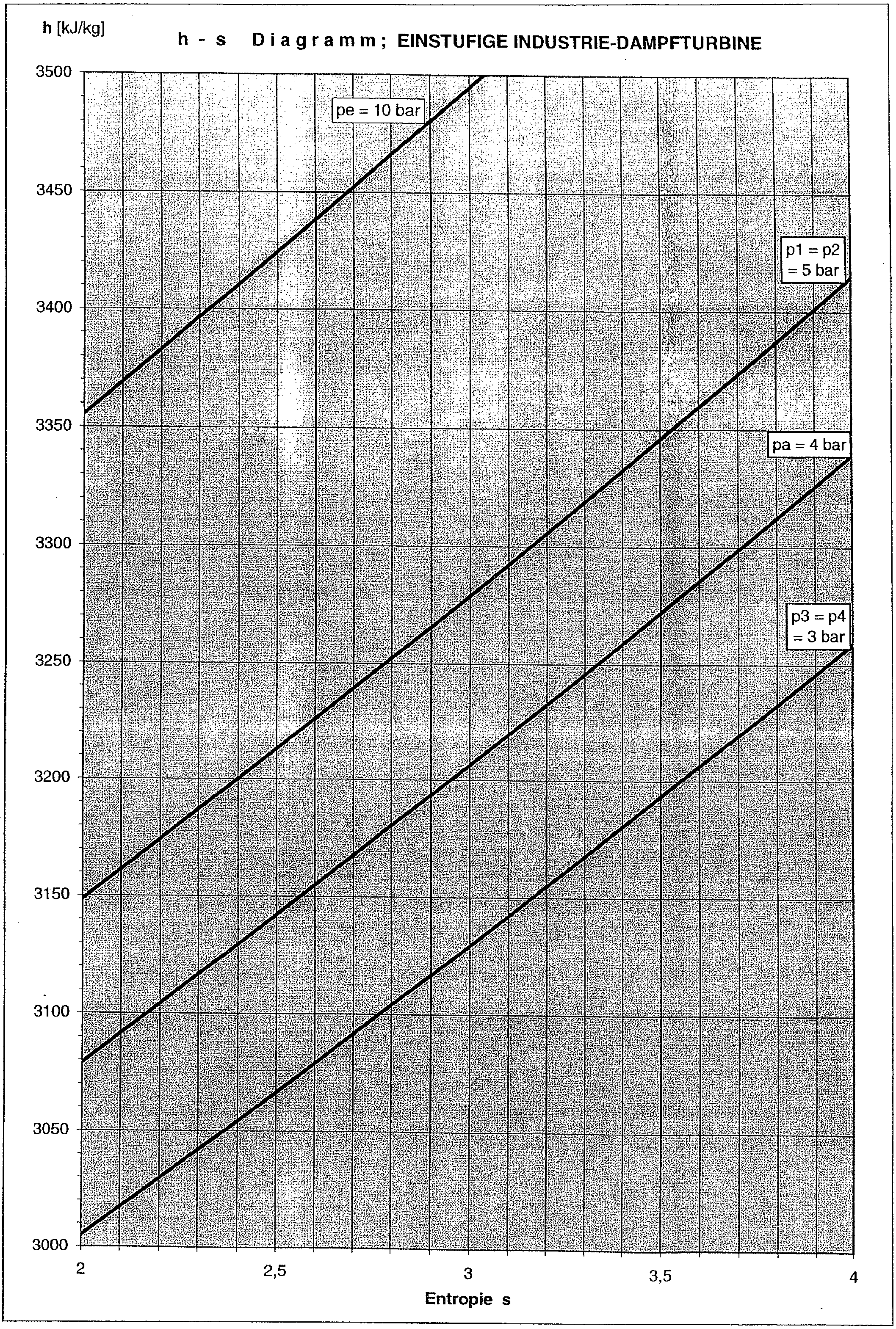
Leiteinrichtungen	:	$\eta''_{e-1,is} = 0.9$	(Enthalpie ohne kinet. Energie)
im Laufrad	:	$\eta_{2-3,is} = 0.8$	(Totalenthalpie)

Verluste:

Scheibenreibung rechts	:	$w_{V,3\text{-}4} = 50$ kJ/kg
Diffusor	:	$w_{V,4\text{-}a} = 20$ kJ/kg

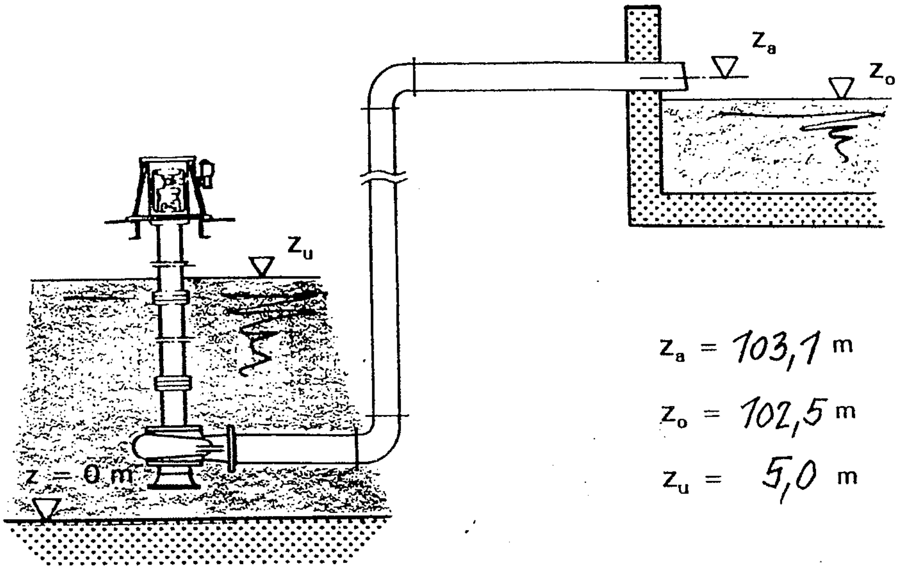
Gesucht:

1. Enthalpien, Geschwindigkeiten, kinetische Energien und Verluste auf dem Weg eines Dampfteilchens von e nach a.: $h,\ h^*,\ c,\ w_V$
2. h – s Diagramm
3. Laufradarbeit w_U und innere Wellenarbeit w_i


h [kJ/kg]
h - s Diagramm; EINSTUFIGE INDUSTRIE-DAMPFTURBINE
pe = 10 bar
p1 = p2 = 5 bar
pa = 4 bar
p3 = p4 = 3 bar
3500
3450
3400
3350
3300
3250
3200
3150
3100
3050
3000
2
2,5
3
3,5
4
Entropie s

I N S T I T U T F Ü R	N a m e :
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftliche Prüfung 9. März 2001

2. Beispiel: PUMPE MIT DREHZAHLREGELUNG



z_a = 103,1 m

z_o = 102,5 m

z_u = 5,0 m

Gegeben ist die Kennlinie einer Kreiselpumpe. Das Fördermedium ist Wasser. An die Pumpe ist ein Verbraucher angeschlossen, dessen Kennlinie sich aus dem Anlagenschema und folgenden Daten ergibt:
Die Verluste in der Rohrleitung (Reibung, Krümmer und Ventile) und die Geschwindigkeitshöhe im Austritt betragen $h_{VR} + c_a^2/2g$ [m WS] = $150.Q^2$, wobei die durchströmende Wassermenge Q in m^3/sec einzusetzen ist.

1.) Gesucht ist der resultierende Betriebspunkt der Pumpe
Q, H, η, P.

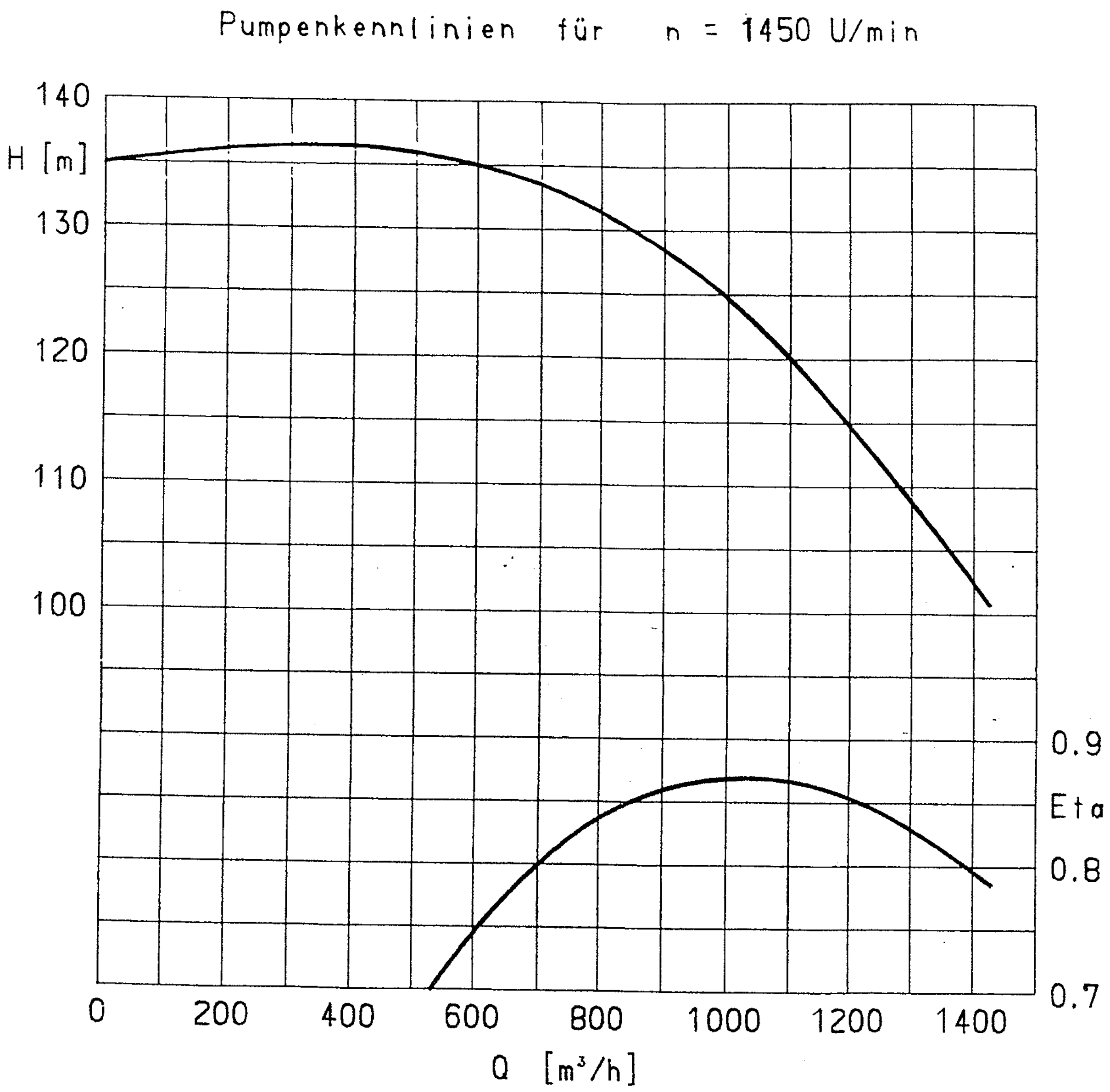
2.) Die aus obigen Daten ermittelte Fördermenge der Pumpe soll mit Hilfe einer Drehzahlregelung auf 60 % reduziert werden.

a) Es sind die Pumpendaten (Q, H, n, η, P) des neuen Betriebspunktes gefragt.

b) Es ist der Wirkungsgrad der Anlage bei 100 % und bei 60 % reduzierter Fördermenge gefragt.

Anmerkung zum Anlagenwirkungsgrad: Als Nutzeffekt für die Anlage ist die Förderung des Wassers vom Niveau des Unterwasserbeckens auf das Niveau des Oberwasserbeckens anzusehen.

1 Beilage: Kennlinien der Kreiselpumpe


Pumpenkennlinien für n = 1450 U/min
140
H [m]
130
120
110
100
0.9
Eta
0.8
0.7
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
Q [m³/h]

Lösung Beispiel 1 :

Siehe 10.11.1997 S. 7 – 11

Lösung Beispiel 2 :

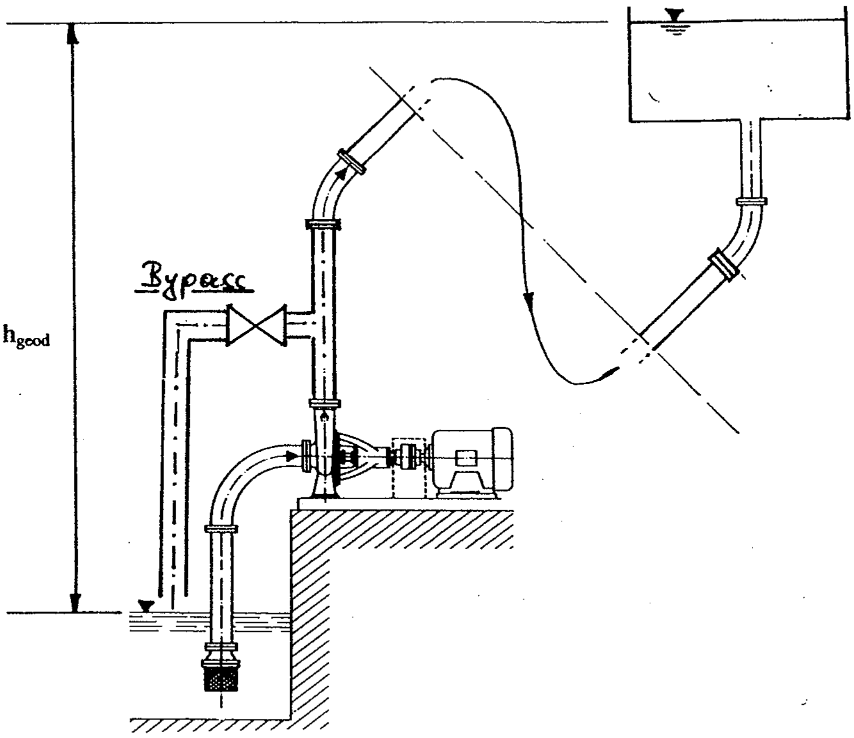
Siehe 13.3.1998 S. 5 – 8

INSTITUT FÜR
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
A-8010 GRAZ, KOPERNIKUSGASSE 24
TELEFON (0316) 873 / 7570, 7571 DW
TELEFAX (0316) 873 / 7577

VORSTAND: O. UNIV. PROF. DR.-ING. H. JABERG

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ERZHERZOG-JOHANN-
UNIVERSITÄT
GRAZ

Gerhart Penninger, DW 7575



Eine Pumpe (Kennlinie liegt bei) fördert aus einem Becken mit konstantem Wasserstand in ein Oberwasserbecken, dessen Spiegel ebenfalls konstant ist.

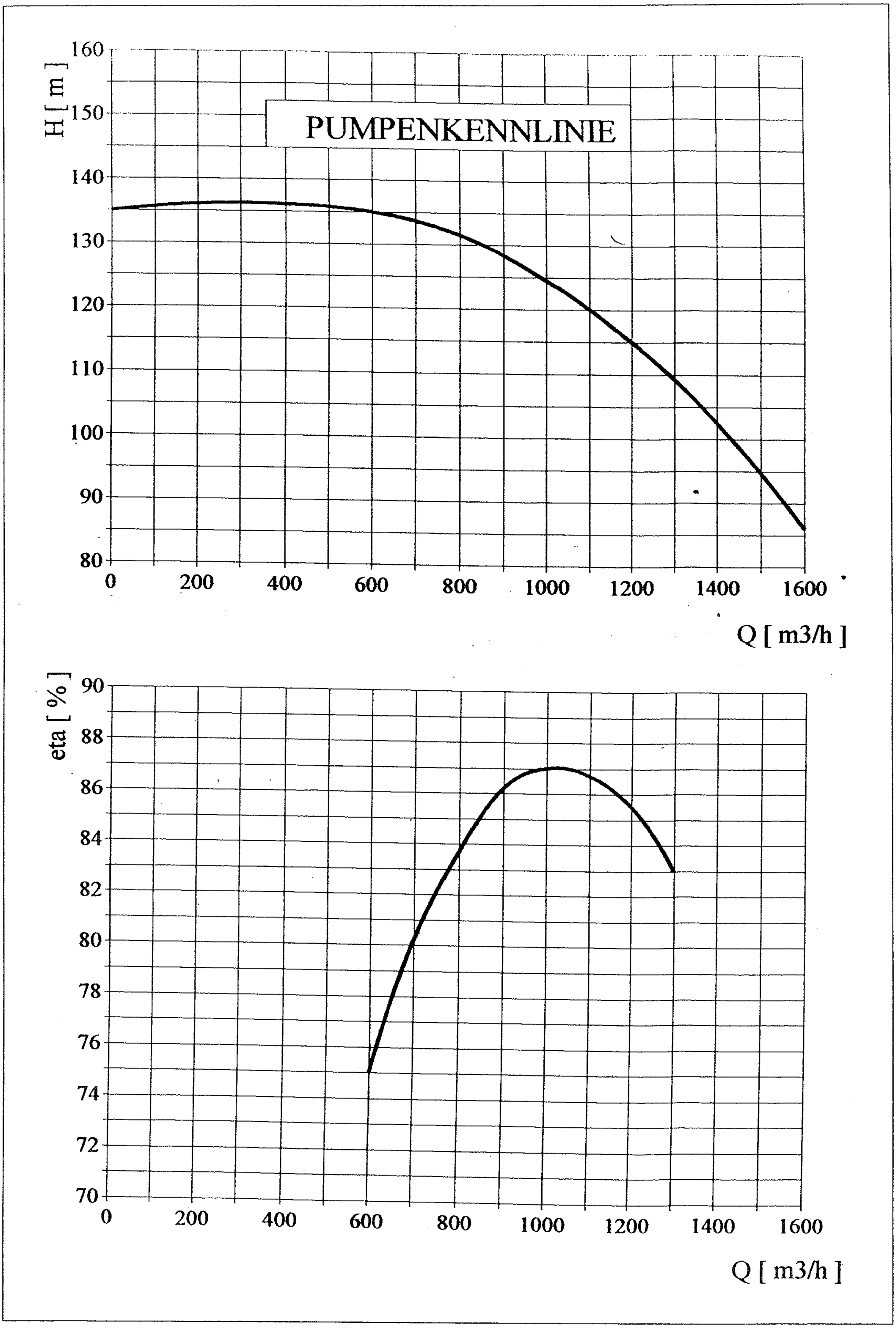
Anlagedaten: $h_{geod} = 100$ m
Rohrleitungsverluste (inkl. Austrittsverlust) $h_v[m] = 264.5\ Q^2$ (Q in m^3/s)

Gesucht:

1) Betriebspunkt bei geschlossenem Bypass (Q, H, P)

2) Die aus 1) ermittelte Fördermenge soll durch den Bypass auf 70% reduziert werden!

   a) Die Daten (Q, H, P) des neuen Betriebspunktes der Pumpe
   b) Der Wirkungsgrad der Anlage bei 100% und bei auf 70% reduzierter Fördermenge. (Als Nutzeffekt der Anlage wird das Hochpumpen des Wassers um h_{geod} betrachtet).


PUMPENKENNLINIE
H [m]
160
150
140
130
120
110
100
90
80
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m3/h]
eta [%]
90
88
86
84
82
80
78
76
74
72
70
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m3/h]

Lösung Beispiel 1 :

Siehe 22.1.1999 S. 5 – 8

INSTITUT FÜR
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
A-8010 GRAZ, KOPERNIKUSGASSE 24
TELEFON (0316) 873 / 7570, 7571 DW
TELEFAX (0316) 873 / 7577

VORSTAND: O. UNIV. PROF. DR.-ING. H. JABERG

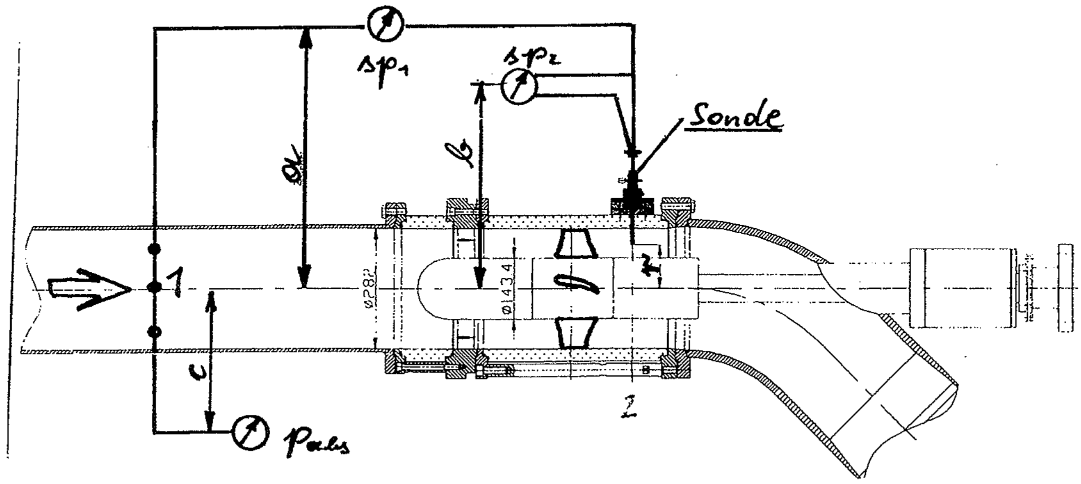
TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ERZHERZOG-JOHANN-
UNIVERSITÄT
GRAZ

Gerhart Penninger, DW 7575

Am Prüfstand des Instituts befindet sich derzeit eine Modell-Axialpumpe ohne Leitrad. Das Wasser (Durchfluß Q) strömt drallfrei in das Laufrad, und verläßt dieses drallbehaftet. Um das Leitrad zu simulieren, wird der Drall ebenfalls als Nutzen angesehen. Kurz hinter dem Laufrad befindet sich eine Fünflochsonde, die auf einem Radialstrahl im Radius und Winkel verstellbar ist. Nach Ausrichten der Sonde in die Hauptströmungsrichtung wird an n Messpunkten in gleichen Abständen zwischen Nabe und Gehäuse der Totaldruck ($\Delta p1$) relativ zum statischen Druck vor dem Laufrad gemessen, wie auch die Druckdifferenz zwischen Totaldruck und statischem Druck ($\Delta p2$) hinter dem Laufrad bestimmt wird. An der Ringleitung am Eintritt befindet sich ebenfalls ein Absolutdruckaufnehmer. (siehe Skizze).

Voraussetzungen:
1) rechteckiges Zuströmprofil, stationärer Betriebszustand
2) Stromlinien im Abströmprofil befinden sich auf konzentrischen Zylindern
3) Rotationssymmetrie in Zu- und Abströmung
4) Mittelung der Drücke an der Ringleitung am Eintritt der Pumpe
5) Luftdruck p_l

Gesucht:
a) Beziehung für die Pumpenförderhöhe
b) Beziehung für NPSH=f(p_{abs})der Pumpe. Wählen sie eine geeignete Bezugsebene!



Lösung Beispiel 2 :

Förderhöhe :

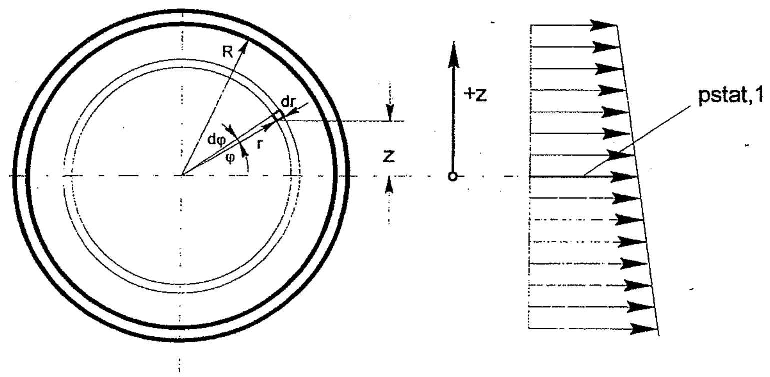
Förderhöhe $H = \dfrac{P_{aus} - P_{ein}}{\rho \cdot g \cdot Q}$

$$P_{ein} = \int_{\dot{m}} g \cdot h_{tot,1} \cdot d\dot{m}$$

$$P_{ein} = \rho \cdot g \cdot \int_0^R \int_0^{2\pi} h_{tot,1}(r,\varphi) \cdot c_1(r) \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi$$

$$h_{tot,1}(r,\varphi) = \frac{p_{stat,1}}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2(r)}{2 \cdot g} - z$$

$p_{stat,1}$ ist der statische Druck in der Mitte des Saugrohres an der Stelle der Ringleitung 1 (siehe Skizze S.1)



$$h_{tot,1}(r,\varphi) = \frac{p_{stat,1}}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2(r)}{2 \cdot g} - r \cdot \sin\varphi$$

$$P_{ein} = \rho \cdot g \cdot \int_0^R \int_0^{2\pi} \left(\frac{p_{stat,1}}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2(r)}{2 \cdot g} - r \cdot \sin\varphi \right) \cdot c_1(r) \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi$$

$$\Rightarrow \quad P_{ein} = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{p_{stat,1}}{\rho \cdot g} \cdot Q + 2 \cdot \pi \cdot \int_0^R \frac{c_1^3(r)}{2 \cdot g} \cdot r \cdot dr \right)$$

Annahme: rechteckiges Zuströmprofil, drallfrei: $\rightarrow c_1 = \text{konst.}$

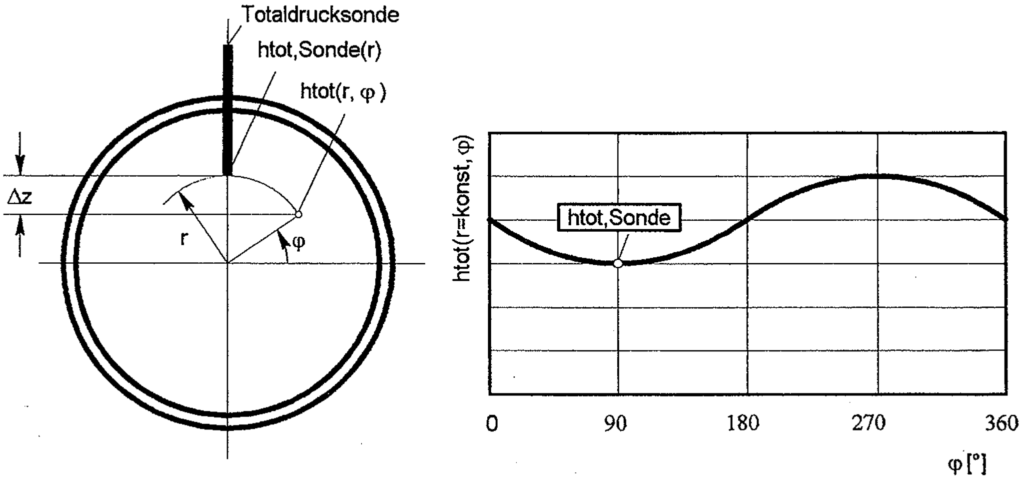
$$\Rightarrow \quad P_{ein} = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{p_{stat,1}}{\rho \cdot g} \cdot Q + 2 \cdot \pi \cdot \frac{c_1^3}{2 \cdot g} \cdot \frac{R^2}{2} \right) \qquad \text{mit} \quad R^2 \cdot \pi \cdot c_1 = Q$$

$$\Rightarrow \quad P_{ein} = \rho \cdot Q \cdot \left(\frac{p_{stat,1}}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} \right)$$

$$P_{aus} = \int_{\dot{m}} g \cdot h_{tot,2} \cdot d\dot{m}$$

$$P_{aus} = \rho \cdot g \cdot \int_{R_i}^{R_a} \int_0^{2\pi} h_{tot,2}(r,\varphi) \cdot c_{m,2}(r) \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi$$

Der Totaldruck am Pumpenaustritt wird mit der Totaldrucksonde gemessen
(siehe Skizze S. 1)



$$h_{tot,2}(r,\varphi) = h_{tot,Sonde}(r) + \Delta z$$

$$h_{tot,2}(r,\varphi) = h_{tot,Sonde}(r) + r \cdot (1 - \sin\varphi)$$

$$P_{aus} = \rho \cdot g \cdot \int_{R_i}^{R_a} \int_0^{2\pi} \left(h_{tot,Sonde}(r) + r \cdot (1 - \sin\varphi)\right) \cdot c_{m,2}(r) \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi$$

$$\Rightarrow \qquad P_{aus} = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot g \cdot \int_{R_i}^{R_a} \left(h_{tot,Sonde}(r) + r\right) \cdot c_{m,2}(r) \cdot r \cdot dr$$

$$P_{aus} - P_{ein} = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot g \cdot \int_{R_i}^{R_a} \left(h_{tot,Sonde}(r) + r\right) \cdot c_{m,2}(r) \cdot r \cdot dr - \rho \cdot Q \cdot \left(\frac{p_{stat,1}}{\rho} + \frac{c_1^2}{2}\right)$$

$$H = \frac{P_{aus} - P_{ein}}{\rho \cdot g \cdot Q}$$

$$H = \frac{2 \cdot \pi}{Q} \cdot \int_{R_i}^{R_a} \left[h_{tot,Sonde}(r) + r\right] \cdot c_{m,2}(r) \cdot r \cdot dr - \left[\frac{p_{stat,1}}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2}\right]$$

Mit Hilfe der vorliegenden Gleichung wird die Förderhöhe der Pumpe aus der Totalenergiehöhe $h_{tot,Sonde}(r)$ im Querschnitt 2 berechnet.
Der Differenzdruckaufnehmer mißt jedoch nicht $h_{tot,Sonde}(r)$, sondern die Druckdifferenz $\Delta p_1(r)$.Siehe Skizze S. 1

An der + bzw. – Seite des Differenzdruckaufnehmers liegen folgende Drücke an :

$$p_+ = \rho \cdot g \cdot \left(h_{tot,Sonde}(r) - z_{Geber} + r\right)$$
$$p_- = p_{sta,1} - \rho \cdot g \cdot z_{Geber}$$

Für den Differenzdruck gilt :

$$\Delta p_1(r) = \rho \cdot g \cdot \left(h_{tot,Sonde}(r) + r\right) - p_{stat,1}$$
$$h_{tot,Sonde}(r) + r = \frac{\Delta p_1(r)}{\rho \cdot g} + \frac{p_{stat,1}}{\rho \cdot g}$$

$$\Rightarrow \qquad H = \frac{2 \cdot \pi}{Q} \cdot \int_{R_i}^{R_a} \frac{\Delta p_1(r)}{\rho \cdot g} \cdot c_{m,2}(r) \cdot r \cdot dr - \frac{c_1^{\,2}}{2 \cdot g}$$

$$\frac{\Delta p_2(r)}{\rho \cdot g} = \frac{c_2^{\,2}(r)}{2 \cdot g} \qquad \rightarrow \qquad c_2(r)$$

$\alpha_2(r)$: bekannt aus Sondenmessung $\quad \rightarrow \quad c_{m2}(r) = c_2(r) \cdot \sin \alpha_2(r)$

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_a} c_{m2}(r) \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi \qquad :$$

bei Rotationssymmetrie:

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_i}^{R_a} c_{m2}(r) \cdot r \cdot dr$$

NPSH :

$$NPSH = \frac{p_{tot1,abs} - p_D}{\rho \cdot g}$$

$$\frac{p_{tot1,abs}}{\rho \cdot g} = \frac{p_{stat1,abs}}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^{\,2}}{2 \cdot g}$$

$$\frac{p_{stat1,abs}}{\rho g} = \frac{p_{abs}}{\rho \cdot g} - c$$

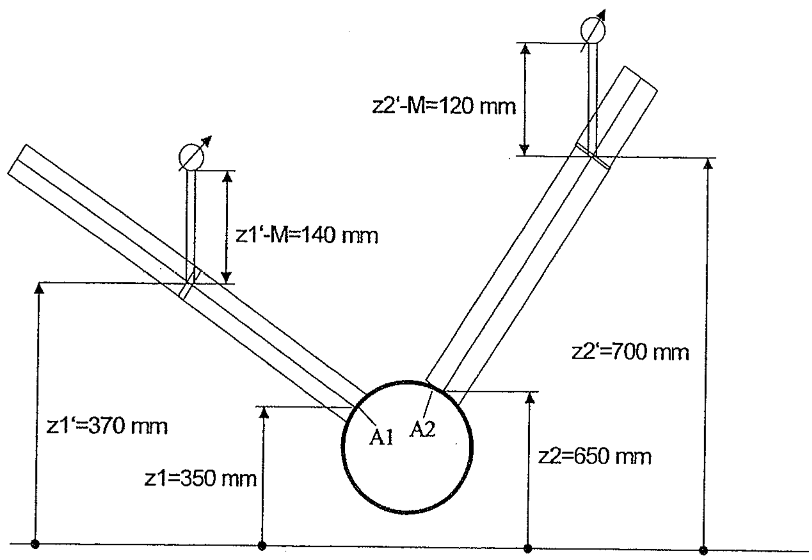
$$NPSH = \frac{p_{abs}}{\rho \cdot g} - c + \frac{c_1^{\,2}}{2 \cdot g} - \frac{p_D}{\rho \cdot g}$$

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 08. Juni 2001**	Name: Matr. Nr.: Studienrichtung: Tel: e-mail:

Beispiel 1: Pumpanlage, Rohrleitung ben

Gegeben ist eine Kreiselpumpe und Manometermesspunkte in der Eintritts- wie auch der Austrittsleitung:
Eintrittsquerschnitt A_1 der Pumpe DN 125; Messquerschnitt $A_{1'}$ an der Eintrittsseite DN 150
Austrittsquerschnitt A_2 der Pumpe DN 80; Messquerschnitt $A_{2'}$ an der Austrittsseite DN125
Ebenso sind die Höhenlagen z_1=350 [mm] und z_2= 650 [mm] bekannt sowie $z_{1'}$= 370 [mm] und $z_{2'}$=700 [mm].Die Förderflüssigkeit ist kaltes Wasser ρ=1,0 [kg/dm^3], ν=1,236 [mm^2/s]

1. Gesucht ist die Förderhöhe der Pumpe H bei Q_r=100 [m^3/h], wenn folgende Manometerdrücke abgelesen werden: $p_{1'M}$=-0,2 [bar] und $p_{2'M}$=11,4 [bar]. Die Manometerleitungen sind dabei mit der Förderflüssigkeit gefüllt. Die Verlusthöhen wurden wie folgt ermittelt: $h_{1'-1}$=0,007 [m] und $h_{2-2'}$=0,015 [m].
2. Welche Motorantriebsleistung ist notwendig bei einem Wirkungsgrad der Pumpe von 80% (Begründen Sie die Höhe des Sicherheitszuschlages)?
3. Handelt es sich in den Eintritts- und Austrittsleitungen hier um laminare oder turbulente Strömungen?
4. (VT) Wie lang ist das Rohr zwischen Meßpkt.1' und 1 bei Annahme eines geraden Rohres mit mittlerem Durchmesser und λ = 0,04.
   (MB) Wie groß ist der Wirkungsgrad des Diffusors (2 , 2') in der Druckleitung



Lösung Beispiel 1 :

1) Förderhöhe der Pumpe

Energiebilanz 1‘ – 2‘

$$\frac{p_{1'}}{\rho \cdot g}+\frac{v_{1'}^2}{2 \cdot g}+z_{1'}+H_{PU}=\frac{p_{2'}}{\rho \cdot g}+\frac{v_{2'}^2}{2 \cdot g}+z_{2'}+h_{v\,1'-1}+h_{v\,2-2'}$$

$$\frac{p_{1'}}{\rho \cdot g}=\frac{p_{1'M}}{\rho \cdot g}+z_{1'-M}$$

$$\frac{p_{2'}}{\rho \cdot g}=\frac{p_{2'M}}{\rho \cdot g}+z_{2'-M}$$

$p_{1'M} = -0{,}2 \text{ bar} = -20000 \text{ N/m}^2$ $\qquad z_{1'M} = 0{,}14 \text{ m}$

$p_{2'M} = 11{,}4 \text{ bar} = 11{,}4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ $\qquad z_{2'M} = 0{,}12 \text{ m}$

$v_1 = 2{,}26 \text{ m/sec}$ $\qquad v_{1'} = 1{,}57 \text{ m7sec}$

$v_2 = 3{,}53 \text{ m/sec}$ $\qquad v_{2'} = 2{,}26 \text{ m/sec}$

eingesetzt

$\rightarrow \quad H_{PU} = 118{,}7 \text{ mWS}$

oder :

$$p_1 = -0{,}2+\left[1\cdot 9{,}81\cdot 0{,}14+1\cdot 9{,}81\cdot\left(0{,}02+\frac{1{,}57^2-2{,}26^2}{2\cdot 9{,}81}-0{,}007\right)\right]\cdot 10^{-2}$$

$\rightarrow \quad p_1 = -0{,}1982 \text{ bar}$

$$p_2 = 11{,}4+\left[1\cdot 9{,}81\cdot 0{,}12+1\cdot 9{,}81\cdot\left(0{,}05+\frac{2{,}26^2-3{,}53^2}{2\cdot 9{,}81}+0{,}015\right)\right]\cdot 10^{-2}$$

$\rightarrow \quad p_2 = 11{,}3814 \text{ bar}$

$$H_{PU} = (z_2-z_1)+\frac{p_2-p_1}{\rho \cdot g}\cdot 10^5+\frac{v_2^2-v_1^2}{2\cdot g}$$

$$H_{PU} = (0{,}65-0{,}35)+\frac{11{,}3814-(-0{,}1982)}{1\cdot 9{,}81}\cdot 100+\frac{3{,}53^2-2{,}26^2}{2\cdot 9{,}81}$$

$\rightarrow \quad H_{PU} = 118{,}7 \text{ mWS}$

2) erforderliche Motorantriebsleistung

$$P_{erf} = \frac{\rho \cdot Q \cdot g \cdot H}{\eta}$$

$$P_{erf} = \frac{1000 \cdot \frac{100}{3600} \cdot 9{,}81 \cdot 118{,}7}{0{,}8} \qquad \rightarrow \qquad P_{erf} = 40{,}432\,\text{kW}$$

Sicherheitszuschlag für > 40 kW = 10 %

$$P_{Antrieb} = 1{,}1 \cdot P_{erf} \qquad \rightarrow \qquad P_{Antrieb} = 45\,\text{kW}$$

3) Berechnung der Reynoldszahlen

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \qquad \nu = 1{,}236 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2/\text{sec}$$

$$Re_1 = Re_{2'} = 228917$$

$$Re_{1'} = 190764$$

$$Re_2 = 357684$$

→ **Turbulente Strömungen**

4) VT

Konisches Rohr: Rechnen mit mittlerem Durchmesser und mittlerer Geschw.

$$d_m = 0{,}1375\,\text{m}$$

$$v_m = \frac{4 \cdot Q}{d_m^{\,2} \cdot \pi} \qquad \rightarrow \qquad v_m = 1{,}87\,\text{m/sec}$$

$$h_v = \frac{\lambda \cdot l}{d_m} \cdot \frac{v_m^{\,2}}{2 \cdot g}$$

$$l = \frac{h_v \cdot d_m \cdot 2 \cdot g}{\lambda \cdot v_m^{\,2}} \qquad \rightarrow \qquad l = 0{,}135\,\text{m}$$

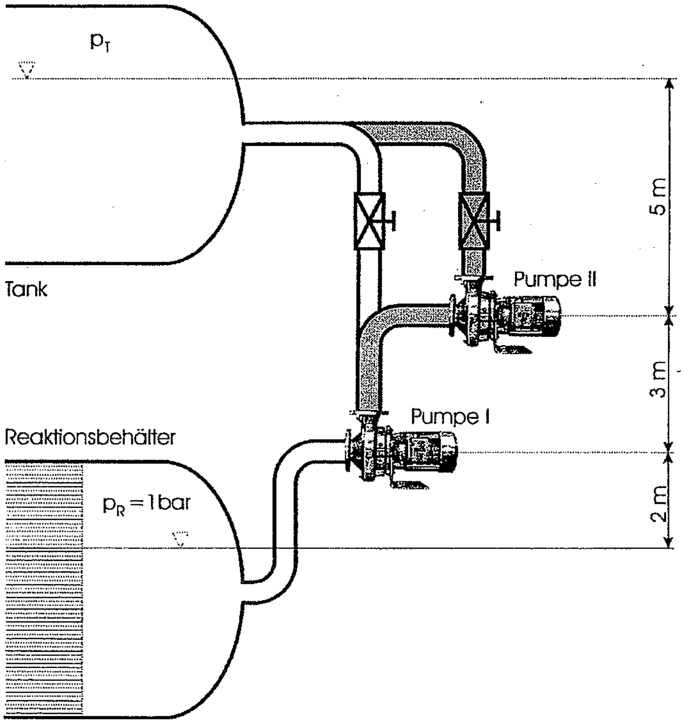
4) MB

$$\eta_{Diff} = 1 - \frac{2 \cdot g \cdot h_{v2-2'}}{v_2^{\,2} - v_{2'}^{\,2}} = 1 - \frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}015}{3{,}53^2 - 2{,}26^2} \qquad \rightarrow \qquad \eta_{Diff} = 0{,}96$$

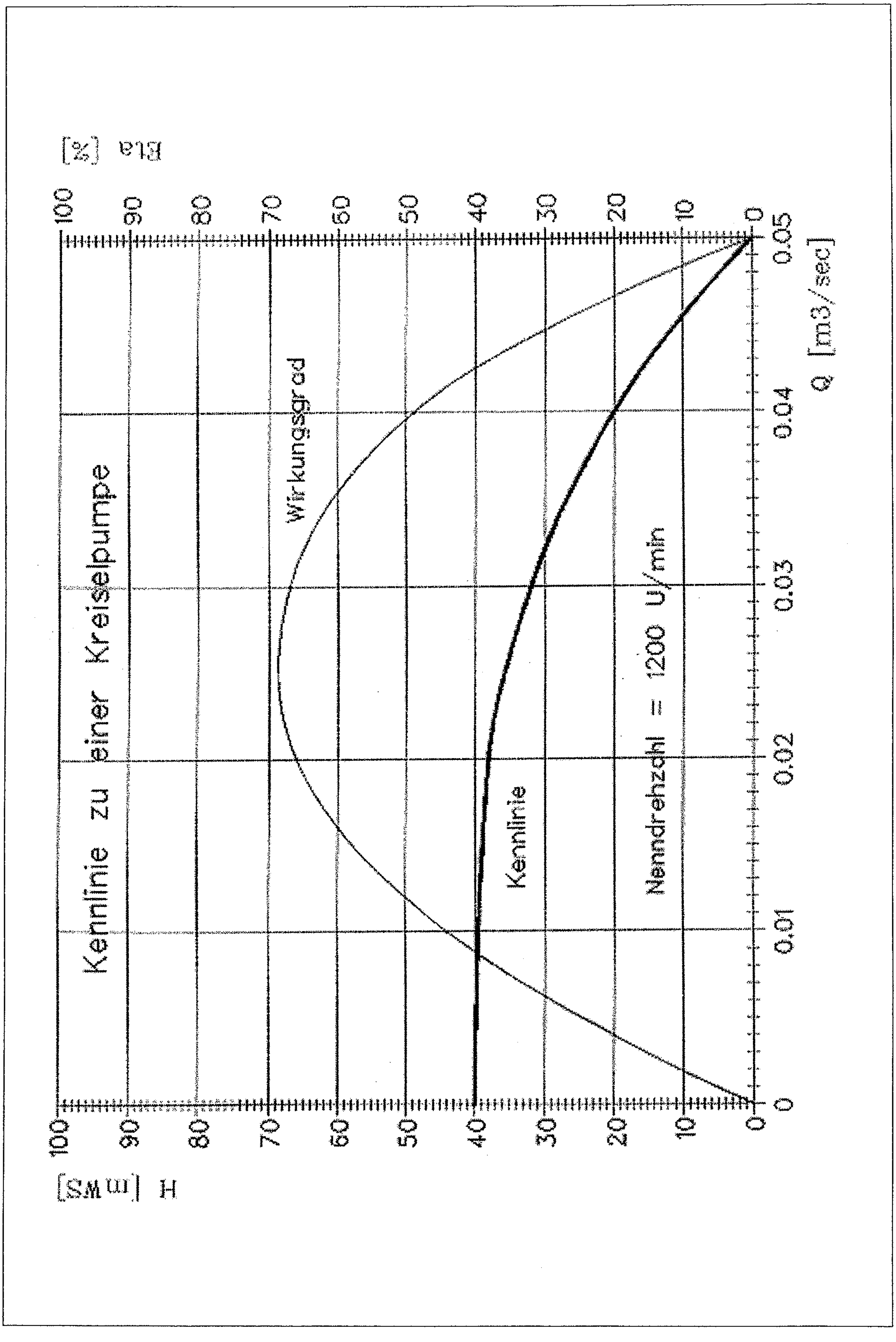
Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 08. Juni 2001**	Name: Matr. Nr.: Studienrichtung: Tel: e-mail:

Beispiel 2 - VT: Aufrüstung einer Chemieanlage ben

In einer Chemieanlage wird eine Flüssigkeit mit der Dichte ρ =1000 kg/m³ vom Reaktionsbehälter (Überdruck gegenüber Atmosphäre p_R= 1 bar) in einen Tank gepumpt. Durch eine Änderung im Prozeßablauf ist es notwendig den Tank auch mit höherem Druck als bisher versorgen zu können. Es wurde daher eine zweite baugleiche Pumpe installiert, die über einen Bypaß überbrückt werden kann. Alle Verluste in der Rohrleitung können mit dem auf die Geschwindigkeitshöhe bezogenen Verlustfaktor ζ_K=30,5 berechnet werden. Der Rohrdurchmesser beträgt überall 100 mm.



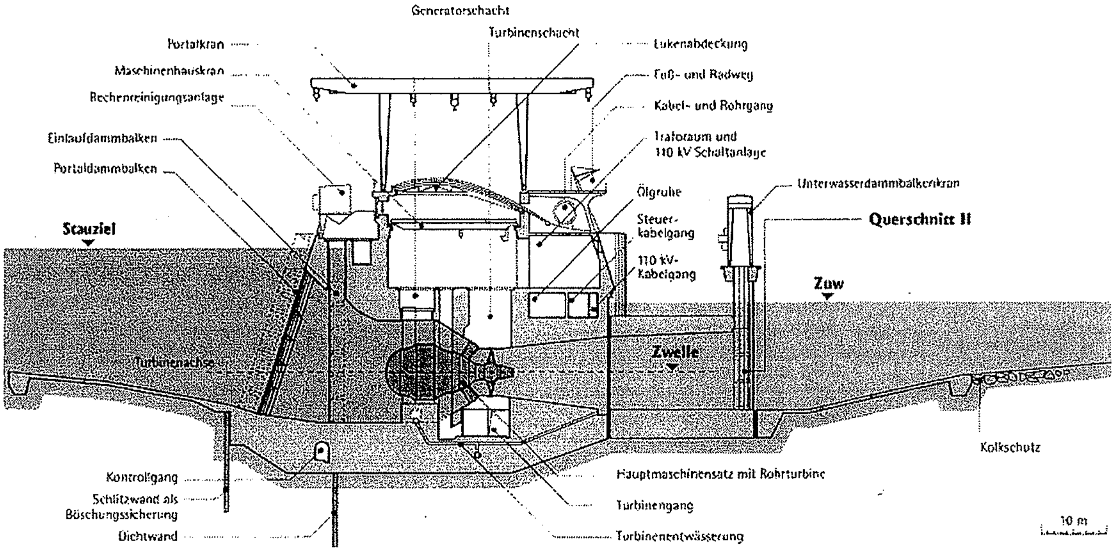
1) Zeichnen Sie bei Betrieb beider Pumpen die resultierende Maschinenkennlinie bei Nenndrehzahl n_N=1200 U/min in das beiliegende Diagramm ein.
2) Geben Sie die Betriebspunkte für beide Pumpen zusammen sowie für Pumpe I alleine für p_T = 3 bar und p_T = 5 bar bei Nenndrehzahl an.
3) Der Antriebsmotor von Pumpe II ist drehzahlregelbar, während Pumpe I nur bei Nenndrehzahl betrieben werden kann. Welche Drehzahl ist bei Pumpe II einzustellen, wenn ein Rückfluß in den Reaktionsbehälter bei p_T = 5 bar gerade noch verhindert werden soll (Dies ist kein Betriebspunkt!)
4) Beurteilen sie die Betriebspunkte und geben Sie gegebenfalls Vorschläge bei Unzufriedenheit zur Verbesserung an.
5) Berechnen Sie den Unterschied in der aufgenommenen elektrischen Leistung der Antriebsmotoren der Pumpe I und II für die Fälle p_T = 3 bar und p_T = 5 bar, wenn der mechanische und der elektrische Wirkungsgrad gemeinsam 95% betragen.


Kennlinie zu einer Kreiselpumpe
Wirkungsgrad
Kennlinie
Nenndrehzahl = 1200 U/min
Q [m3/sec]
H [mWS]
Eta [%]

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 08. Juni 2001**	Name: Matr. Nr.: Studienrichtung: Tel: e-mail:

Beispiel 2 - MB: Kraftwerk Freudenau ben

Das erst kürzlich in Betrieb gegangene Donaukraftwerk Freudenau besitzt 6 horizontale Kaplan-Rohr-Turbinen und wurde für einen Durchfluß Q_{ges} = 1700 m^3/s sowie eine Fallhöhe H = 8,7 m ausgelegt. Bei einem Nabenverhältnis von 38% beträgt der Laufraddurchmesser D = 7,5 m.



Es gelte überall die Annahme einer über dem jeweiligen Querschnitt konstanten Meridionalgeschwindigkeit. Die Zuströmung zur Turbine werde verlustfrei und die Abströmung drallfrei angenommen.

Weitere Zahlenwerte:

n = 65,2 U/min z_{ow} = 161,35 m z_{welle} = 142,00 m A_{II} = 102 m^2 η_D = 0,8

Gesucht sind:

a) die Höhe des Unterwasserspiegels z_{uw} bei erreichtem Stauziel und Ausbaudurchfluß,
b) die effektive Wellenleistung P_{welle} und der Gesamtwirkungsgrad η_{ges} eines Maschinensatzes, wenn die mechanischen Verluste P_{mech} = 650 kW betragen und ein Umfangswirkungsgrad von η_u = 93,5% angenommen wird,
c) der Eintrittswinkel β_e sowie eine Skizze der Geschwindigkeitsdreiecke am äußersten Stromfaden (Maßstab: 1cm ≡ 2m/s) für den Auslegungspunkt,
d) die Höhe des Unterwasserspiegels, bei der gerade noch kavitationsfreier Betrieb möglich ist. (Anmerkung: Bei der Kavitationsbeurteilung ist zu berücksichtigen, daß im Bereich der Laufschaufel eine zusätzliche Druckabsenkung in der Größe von 25% der Geschwindigkeitshöhe der relativen Austrittsgeschwindigkeit auftritt)

Lösung Beispiel 2VT :

Siehe 31.3.2000 S.6 – 10

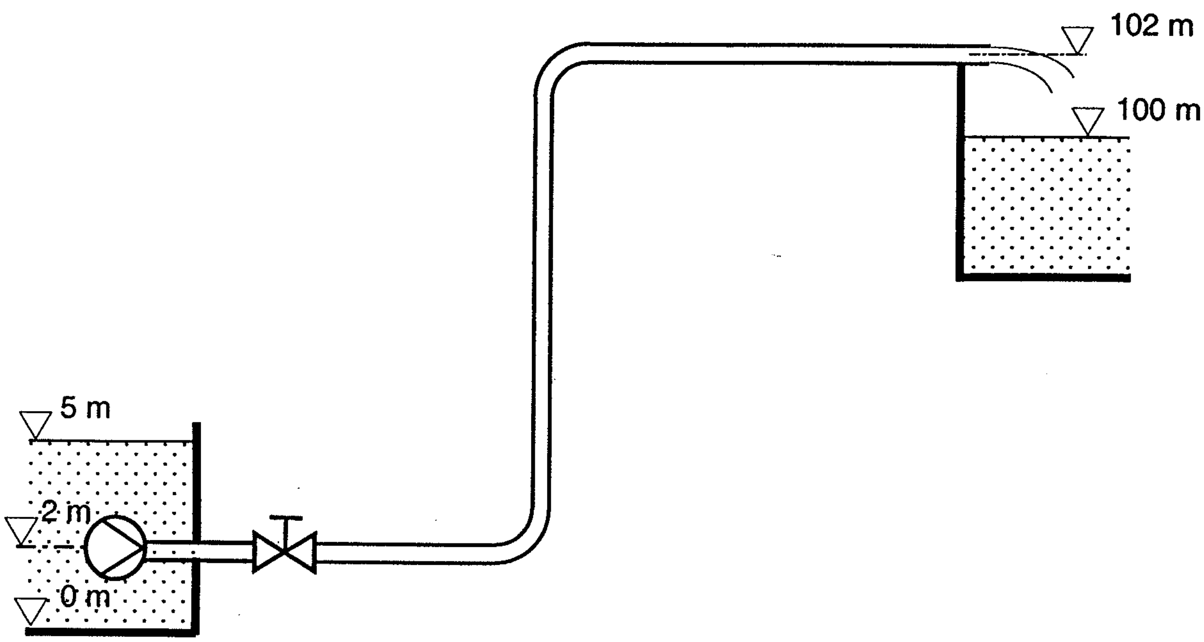
Lösung Beispiel 2MB :

Siehe 11.12.1998 S. 3 - 6

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer: Schriftl. Prüfung: 16. November 2001

1. Beispiel: Pumpe mit Drosselregelung

Eine Pumpe fördert Wasser vom unteren in das obere Becken.
Die Höhenkoten der Anlage sind in der Skizze eingezeichnet.



Die Gesamtverluste der Rohrleitung betragen: h_V [m] = $150 \cdot Q^2$, mit Q in m³/s.

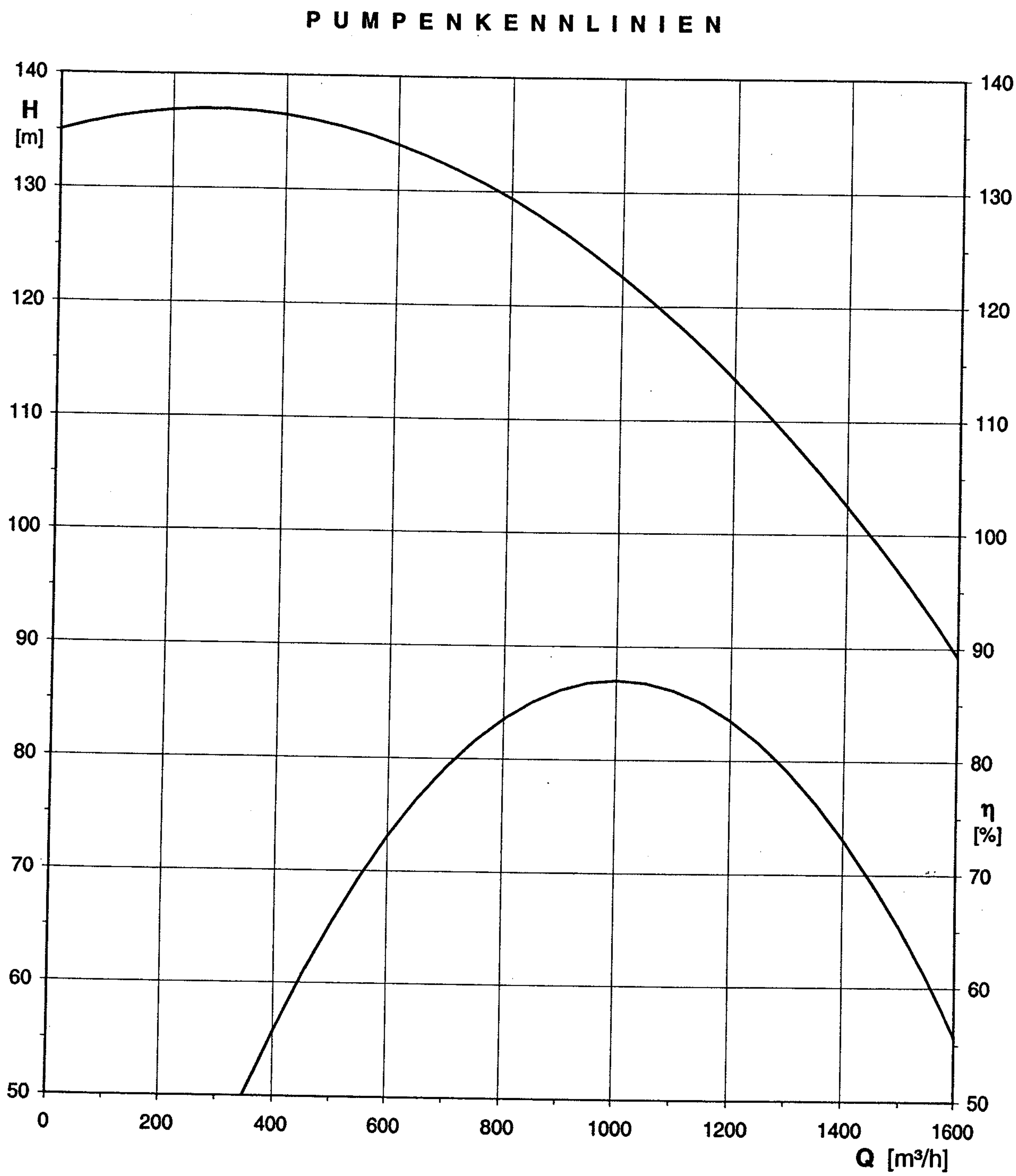
Beilage: Pumpenkennlinien

Gesucht:

1. Der Betriebspunkt der Pumpe Q, H, η, P.

2. Die Fördermenge der Pumpe soll mit dem Drosselventil auf 60% der ursprünglichen Menge reduziert werden.
   Gesucht sind die Daten des neuen Betriebspunktes Q^*, H^*, η^*, P^*.

3. Der Wirkungsgrad der Anlage bei 100% und 60% Fördermenge.
   Als Nutzeffekt für die Anlage ist die Förderung des Wassers vom unteren bis zum oberen Spiegel anzusehen.


PUMPENKENNLINIEN
H
[m]
η
[%]
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m³/h]

Schriftliche Prüfung: **16. November 2001**

Lösung 1.Beispiel: **Pumpe mit Drosselregelung**

1. Betriebspunkt

$H_V = z_a - z_u + 150 \cdot (Q[m^3/s])^2 = 102 - 5 + 150 \cdot Q^2$ Verbraucherkennlinie

Q annehmen, H_V errechnen.

Der Schnittpunkt Verbraucherkennlinie/Pumpenkennlinie ergibt den Betriebspunkt:

$Q = 1200\ m^3/h$ $H = 113{,}7\ m$ $\eta = 0{,}835$

$P = Q \cdot H \cdot \rho \cdot g / \eta$ $\rightarrow$ $P = 445{,}3\ kW$.

2. Reduktion der Fördermenge auf 60% durch Drosselregelung

$Q^* = 0{,}6 \cdot Q = 0{,}6 \cdot 1200 = 720\ m^3/h$

Der neue Betriebspunkt BP^* muß auf der Pumpenkennlinie liegen, daher

$Q^* = 720\ m^3/h$ $H^* = 131{,}5\ m$ $\eta^* = 0{,}80$

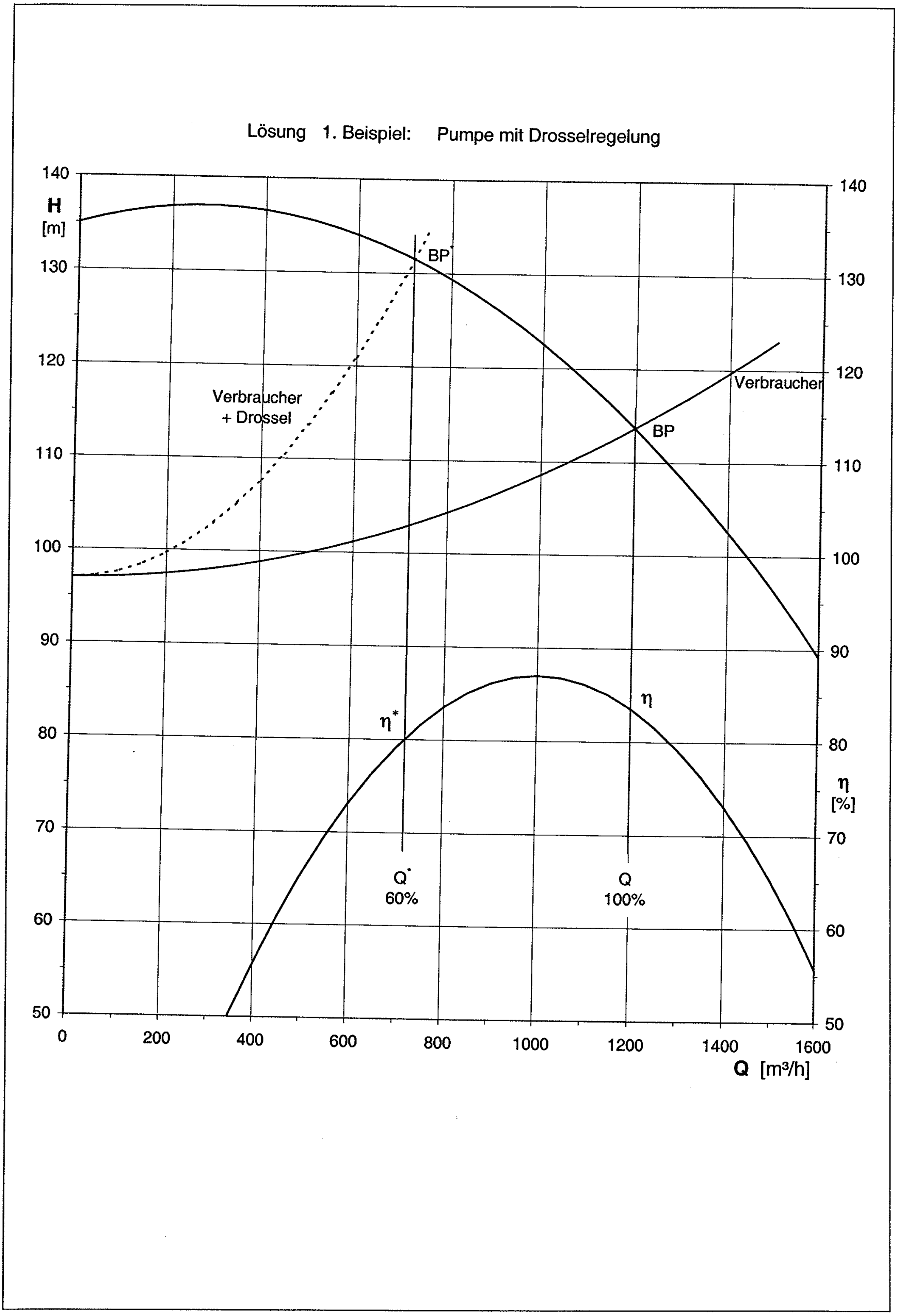
$P^* = Q^* \cdot H^* \cdot \rho \cdot g / \eta^*$ $\rightarrow$ $P^* = 322{,}5\ kW$.

3. Anlagewirkungsgrade

$$\eta_{Anl} = \frac{\text{Nutzeffekt}}{\text{Aufwand}} = \frac{z_O - z_U}{H} \cdot \eta = \frac{100 - 5}{H} \cdot \eta$$

für 100% Fördermenge $\eta_{Anl}(Q) = 0{,}698$

für 60% Fördermenge $\eta_{Anl}(Q^*) = 0{,}578$

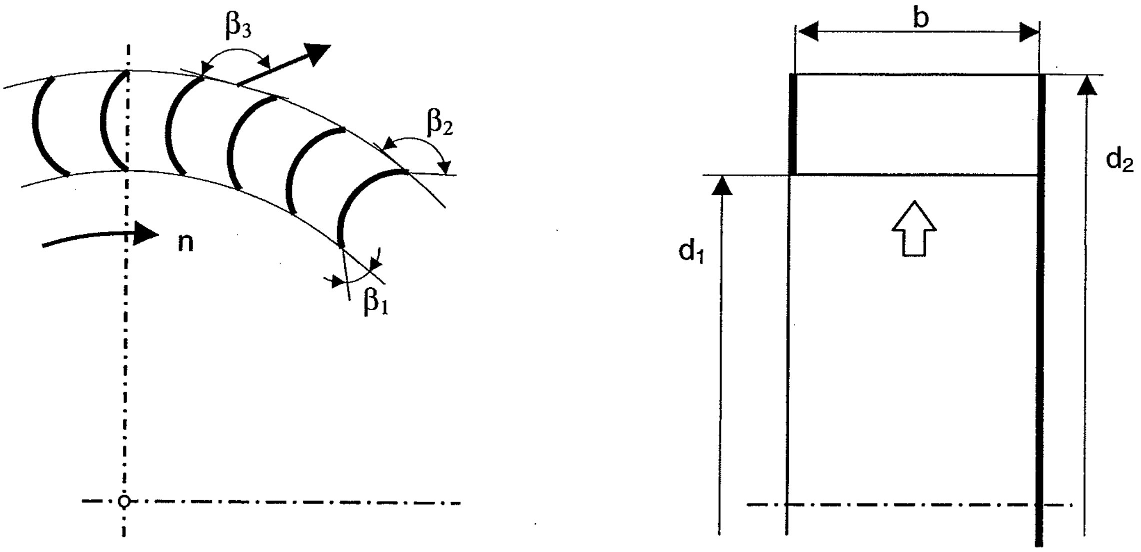


Lösung 1. Beispiel: Pumpe mit Drosselregelung
H
[m]
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
BP*
Verbraucher
+ Drossel
Verbraucher
BP
η*
η
Q*
60%
Q
100%
η
[%]
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m³/h]

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer: Schriftl. Prüfung: 16. November 2001

2. Beispiel: Radialgebläse

Diese Bauform mit vorwärtsgekrümmten Schaufeln wird gewählt, wenn kleine Abmessungen und geringe Geräusche gefordert werden. Nachteilig ist der geringe Wirkungsgrad.



Fördermedium ist Luft mit einer Dichte von 1,2 kg/m³. Wegen der sehr kleinen Druck- und Dichteänderung im Gebläse ist die Luft inkompressibel anzunehmen. Die Zuströmung zum Laufrad ist drallfrei. Die Beschaufelung des Laufrades wird radial von innen nach außen durchströmt. Im Auslegepunkt werden die Schaufeln am Eintritt stoßfrei angeströmt. Eine Versperrung durch die Schaufeln ist zu vernachlässigen.

$d_1 = 100$ mm	$\beta_1 = 50°$ (Schaufel)	$n = 3000$ U/min
$d_2 = 120$ mm	$\beta_2 = 140°$ (Schaufel)	$\eta_U = 0{,}6$
$b = 50$ mm	$\beta_3 = 125°$ (Strömung)	

Verluste: Scheibenreibung 5 W; Lagerreibung 10 W; Spaltmenge $Q_{Spalt} = 0{,}05 \cdot Q$

Für den Auslegepunkt sind gesucht:

1. Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Laufrades, Berechnung und maßstäbliche Zeichnung.
2. Fördervolumen und Förderhöhe bzw. Totaldruckdifferenz
3. Wirkungsgrad und Antriebsleistung

Schriftliche Prüfung: **16. November 2001**

Lösung 2.Beispiel: **Radialgebläse**

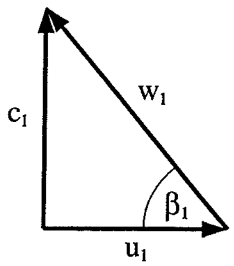
1. Geschwindigkeitsdreiecke

Eintritt: drallfrei $c_{u1} = 0$, $c_{m1} = c_1$; stoßfreie Zuströmung: Strömungswinkel = Schaufelwinkel β_1

$$u_1 = \frac{d_1 \pi \cdot n}{60} = \frac{0{,}1 \cdot \pi \cdot 3000}{60} = \underline{\underline{15{,}7 \ \text{m/s}}}$$

$$w_1 = \frac{u_1}{\cos\beta_1} = \frac{15{,}7}{\cos 50°} = \underline{\underline{24{,}4 \ \text{m/s}}}$$

$$c_1 = w_1 \cdot \sin\beta_1 = 24{,}4 \cdot \sin 50° = \underline{\underline{18{,}7 \ \text{m/s}}}$$



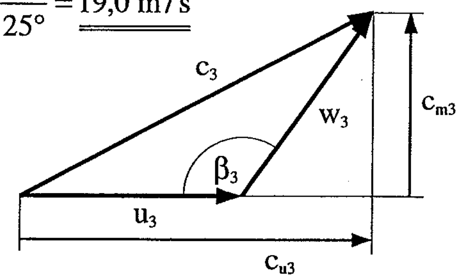
Austritt: Kontinuität zwischen Laufradein- und –austritt: $\dot{m}_1 = \dot{m}_3$ (mit ρ=konst. wegen vernachlässigbar kleiner Dichteänderung) liefert Meridionalgeschw.: $c_{m3} = c_{m1} \cdot d_1 / d_2 = 18{,}7 \cdot 100/120 = \underline{\underline{15{,}6 \ \text{m/s}}}$

Abströmwinkel der Relativgeschwindigkeit = β_3 $\beta_3 < \beta_2$ = Schaufelwinkel
kleinere Umlenkung wegen endlicher Schaufelzahl

$$u_3 = \frac{d_2 \pi \cdot n}{60} = \frac{0{,}12 \cdot \pi \cdot 3000}{60} = \underline{\underline{18{,}8 \ \text{m/s}}} \qquad w_3 = \frac{c_{m3}}{\sin\beta_3} = \frac{15{,}6}{\sin 125°} = \underline{\underline{19{,}0 \ \text{m/s}}}$$

$$c_{u3} = u_3 - w_3 \cdot \cos\beta_3 = 18{,}8 - 19{,}0 \cdot \cos 125° = \underline{\underline{29{,}8 \ \text{m/s}}}$$

$$c_3 = \sqrt{c_{u3}^2 + c_{m3}^2} = \sqrt{29{,}8^2 + 15{,}6^2} = \underline{\underline{33{,}6 \ \text{m/s}}}$$



2. Fördervolumen, Förderhöhe und Totaldruckdifferenz

$$Q_{Laufrad} = c_{m1} \cdot d_1 \cdot \pi \cdot b = 18{,}7 \cdot 0{,}1 \cdot \pi \cdot 0{,}05 = 0{,}294 \ m^3/s$$

$$Q = Q_{Laufrad} - Q_{Spalt} = Q_{Laufrad} - 0{,}05 \cdot Q \qquad \Rightarrow \qquad Q = \frac{Q_{Laufrad}}{1{,}05} = \frac{0{,}294}{1{,}05} = \underline{\underline{0{,}280 \ m^3/s}}$$

$$H_u = \frac{1}{g}(u_3 c_{u3} - u_1 c_{u1}) = \frac{1}{9{,}81} \cdot 18{,}8 \cdot 29{,}8 = 57{,}1 \, m \qquad c_{u1} = 0 \, , \quad \textit{drallfreier Eintritt}$$

$$H = H_u \cdot \eta_u = 57{,}1 \cdot 0{,}6 = \underline{\underline{34{,}3 \ m \ \textit{Luftsäule}}}$$

$$\Delta p_{tot} = H \cdot \rho \cdot g = 34{,}3 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81 = \underline{\underline{403{,}8 \ N/m^2}} \qquad (= 41{,}2 \ mmWS)$$

3. Erforderliche Antriebsleistung und Wirkungsgrad

$$P = Q_{Laufrad} \cdot H_u \cdot \rho \cdot g + P_{Scheibenreibung} + P_{mech} = 0{,}294 \cdot 57{,}1 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81 + 5 + 10 = \underline{\underline{212{,}6 \ W}}$$

$$\eta = \frac{Q \cdot H \cdot \rho \cdot g}{P} = \frac{0{,}280 \cdot 34{,}3 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81}{212{,}6} = \underline{\underline{0{,}53}}$$

TUG Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

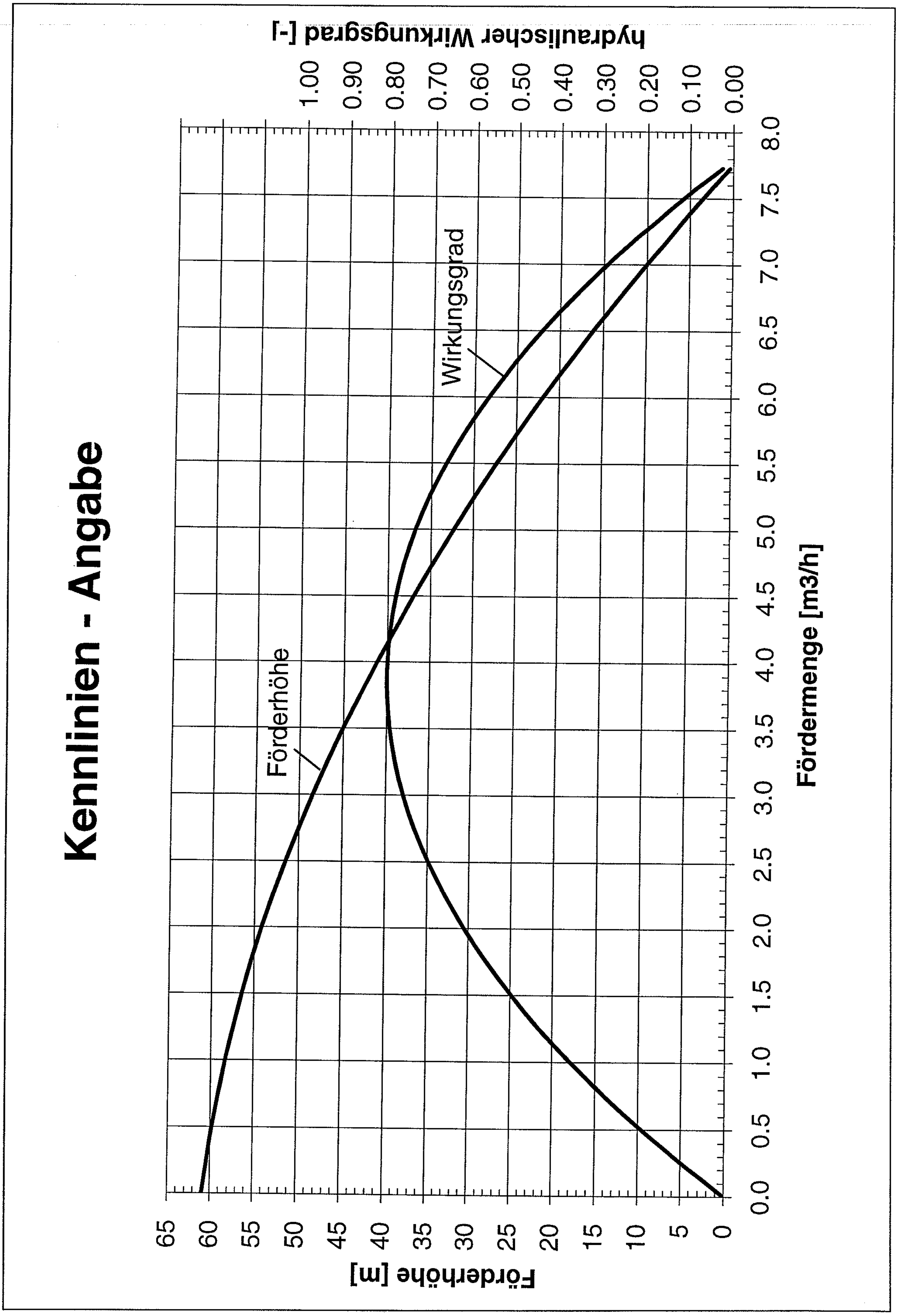
Beispiel 1

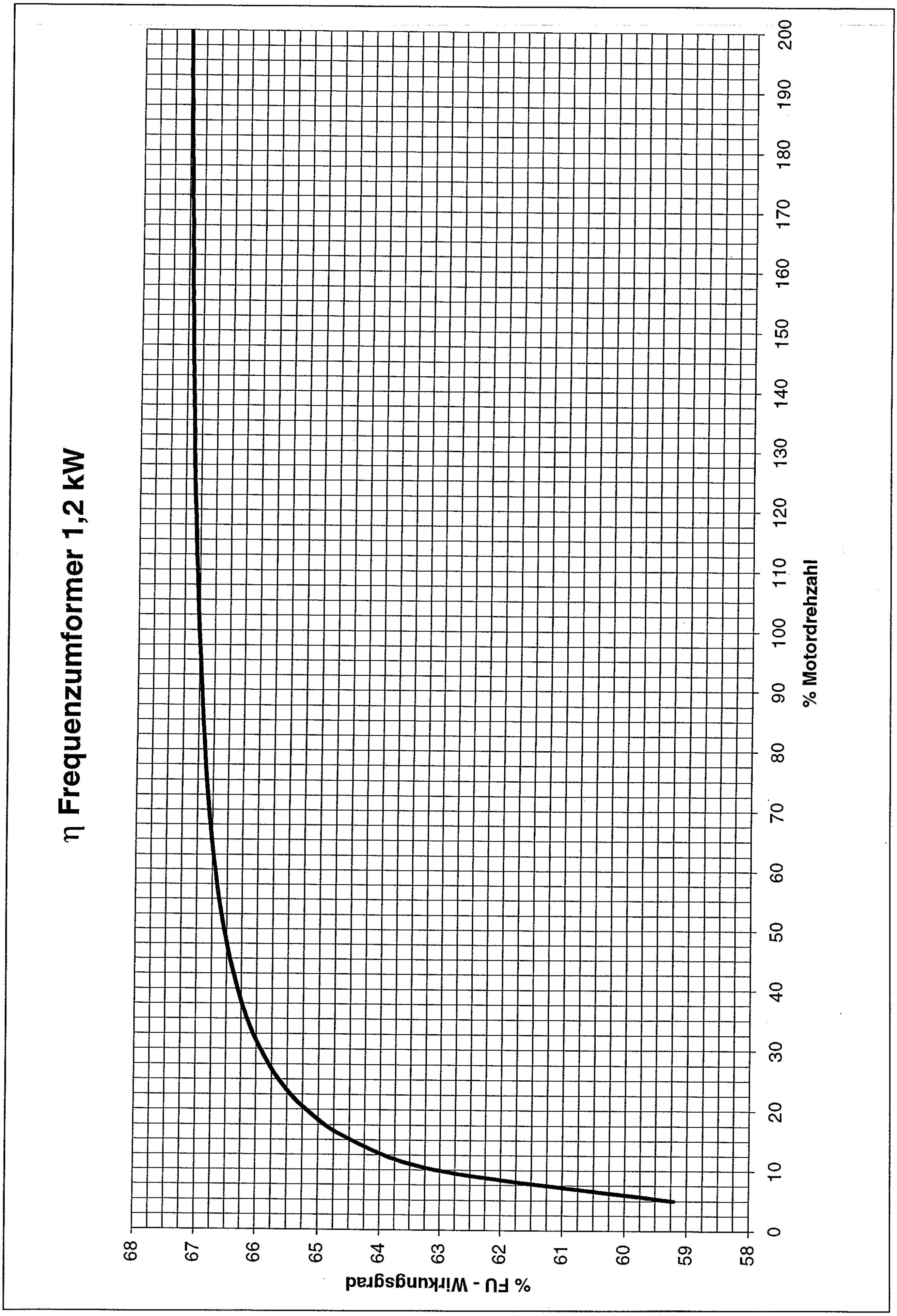
Vergleich Regelungsarten

a) Drosselregelung mittels Kugelhahn ($\zeta = 0$ bei Offenstellung)
b) Bypassregelung ($\zeta = 0$ für Rohrleitung im Hauptstrang)
c) Drehzahlregelung mittels Frequenzumformer (η_{FU} liegt bei)

Wasser soll von einem Unterwasserbecken in ein Oberwasserbecken mit einem geodätischen Höhenunterschied von 25 bis 40 Meter gefördert werden.
Unabhängig von der Spiegeldifferenz soll die Pumpe , deren Kennlinie bekannt ist, immer die gleiche Menge fördern, nämlich jene, welche sich aus dem Gleichgewicht bei H_{geod} = 40m und einer Rohrleitungscharakteristik von k=0,2 $[m/(m^3/h)^2]$ ergibt.
Man ermittle die drei Gesamtwirkungsgrade bei H_{geod} = 40m
Man ermittle die drei Gesamtwirkungsgrade bei H_{geod} = 25m und gleicher Fördermenge wie oben.
Der Motorwirkungsgrad beträgt im gesamten Betriebsbereich 80%, die Kennlinie des Pumpenwirkungsgrades wie auch jene des Frequenzumformers liegt bei.
Zu ermitteln ist ebenfalls k, bzw. ζ (für Rohrdurchmesser D=30mm) des Kugelhahns bei H_{geod}=25 m und Q wie oben.

$$\eta = \frac{\textbf{Nutzen}}{\textbf{Aufwand}}$$


Kennlinien - Angabe
hydraulischer Wirkungsgrad [-]
0.00 0.10 0.20 0.30 0.40 0.50 0.60 0.70 0.80 0.90 1.00
Förderhöhe [m]
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65
Fördermenge [m3/h]
0.0 0.5 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0 5.5 6.0 6.5 7.0 7.5 8.0
Wirkungsgrad
Förderhöhe


η Frequenzumformer 1,2 kW
% Motordrehzahl
% FU - Wirkungsgrad
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
190
200
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68

Lösung Beispiel 1 :

Verbraucherkennlinie für H_{geod} = 40 m

$$H_{Anl} = H_{geod} + h_v = H_{geod} + 0{,}2 \cdot Q^2 = 40 + 0{,}2 \cdot Q^2$$

Q annehmen, H_{Anl} berechnen,

Schnittpunkt mit Pumpenkennlinie liefert Q = 3,76 m^3/h, H = 42,8 m

$$\eta_a = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_{geod}}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_{Anl}} \cdot \eta_{Pumpe} \cdot \eta_{Motor} = \frac{40}{42{,}8} \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}598$$

$$\eta_b = \eta_a = 0{,}598$$

$$\eta_c = \eta_a \cdot \mu_{FU} = 0{,}598 \cdot 0{,}67 = 0{,}4$$

Verbraucherkennlinie für H_{geod} = 25 m

$$H_{Anl} = H_{geod} + h_v = H_{geod} + 0{,}2 \cdot Q^2 = 25 + 0{,}2 \cdot Q^2$$

Q annehmen, H_{Anl} berechnen,

Schnittpunkt mit Pumpenkennlinie liefert Q ≈ 5,2 m^3/h, H ≈ 30 m

a) Drosselregelung mittels Kugelhahn (**Q_{Nutz} = 3,76 m^3/h**)

$$H = h_{v\,Kugelhahn} + H_{geod} + k \cdot Q^2$$

$$h_{v\,Kugelhahn} = H - H_{geod} - k \cdot Q^2 = 42{,}8 - 25 - \left(0{,}2 \cdot 3{,}76^2\right) = 14{,}97\text{ m}$$

$$k = \frac{h_{v\,Kugelhahn}}{Q^2} = \frac{14{,}97}{3{,}76^2} = 1{,}06$$

$$h_{v\,Kugelhahn} = \zeta \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$\zeta = \frac{2 \cdot g \cdot h_{v\,Kugelhahn} \cdot D^4 \cdot \pi^2}{Q^2 \cdot 16} = \frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 14{,}97 \cdot 0.03^4 \cdot \pi^2}{\left(\frac{3{,}76}{3600}\right)^2 \cdot 16} = 134{,}5$$

$$\eta_a = \frac{\rho \cdot g \cdot Q_{Nutz} \cdot H_{geod}}{\rho \cdot g \cdot Q_{Pumpe} \cdot H} \cdot \eta_{Pumpe} \cdot \eta_{Motor}$$

$$Q_{Pumpe} = Q_{Nutz}$$

$$\rightarrow \qquad \eta_a = \frac{25}{42{,}8} \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}374$$

b) Bypaßregelung ($Q_{Nutz} = 3{,}76\ m^3/h$)

$$\eta_b = \frac{\rho \cdot g \cdot Q_{Nutz} \cdot H_{geod}}{\rho \cdot g \cdot Q_{Pumpe} \cdot H_{Pumpe}} \cdot \eta_{Pumpe} \cdot \eta_{Motor}$$

$$\eta_b = \frac{3{,}76 \cdot 25}{5{,}45 \cdot 27{,}8} \cdot 0{,}685 \cdot 0{,}8 = 0{,}34$$

c) Drehzahlregelung mittels Frequenzumformer

Ähnlichkeitsparabel

$$H = C \cdot Q^2 \quad \rightarrow \quad C = \frac{H}{Q^2} = \frac{25 + \left(0{,}2 \cdot 3{,}76^2\right)}{3{,}76^2} = 1{,}968$$

$$\rightarrow \quad H = 1{,}968 \cdot Q^2$$

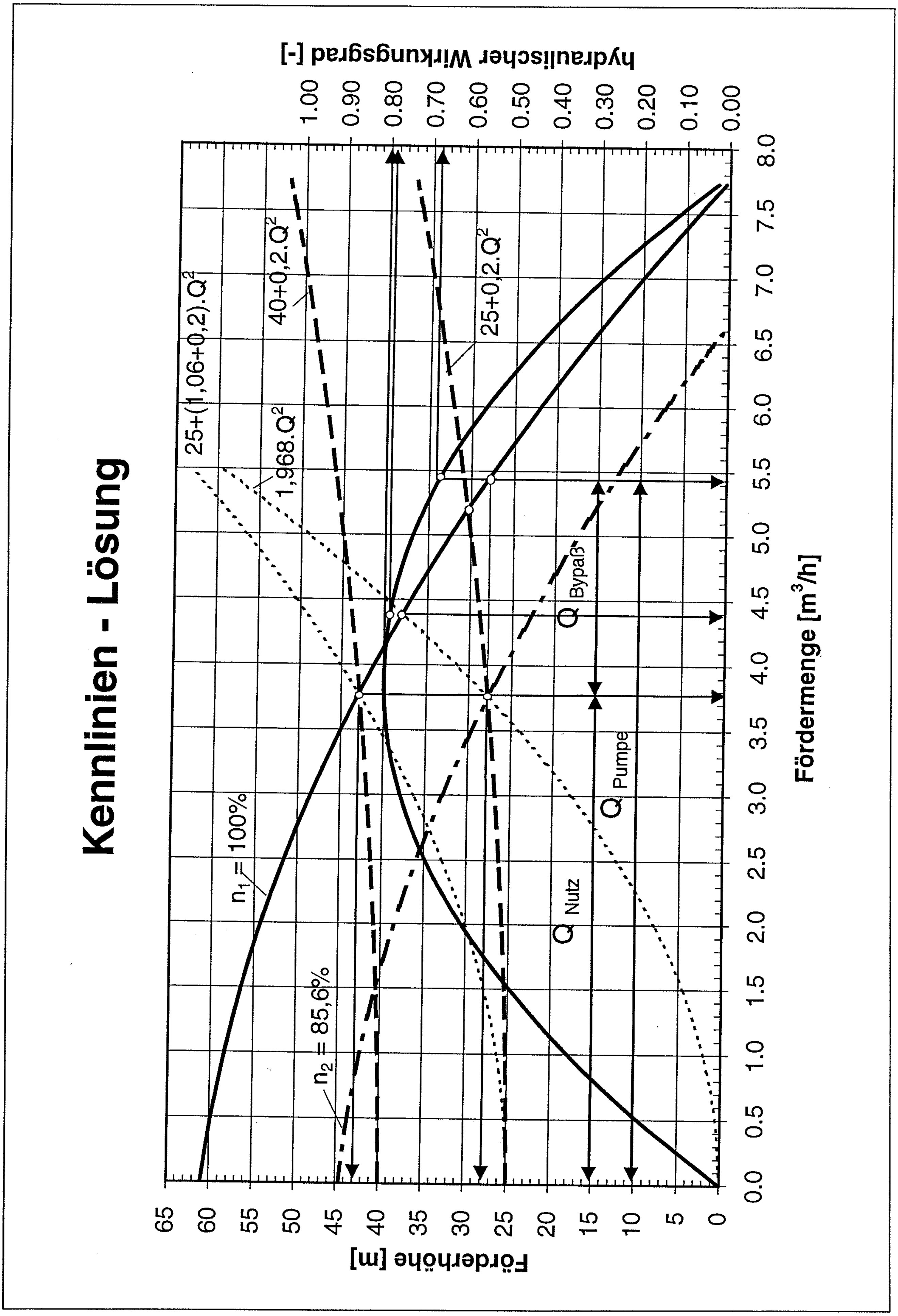
Q annehmen, H berechnen, Schnittpunkt mit Pumpenkennlinie liefert
$Q = 4{,}39\ m^3/h$, $\eta = 0{,}785$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \rightarrow \quad n_2 = n_1 \cdot \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{3{,}76}{4{,}39} = n_1 \cdot 0{,}856$$

$$\eta_c = \frac{\rho \cdot g \cdot Q_{Nutz} \cdot H_{geod}}{\rho \cdot g \cdot Q_{nutz} \cdot H_{(Q_{Nutz}, n_2)}} \cdot \eta_{Motor} \cdot \eta_{Pumpe} \cdot \eta_{Frequenzumrichter}$$

$$\eta_c = \frac{3{,}76 \cdot 25}{3{,}76 \cdot 27{,}8} \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}785 \cdot 0{,}668 = 0{,}377$$


Kennlinien - Lösung
hydraulischer Wirkungsgrad [-]
Förderhöhe [m]
Fördermenge [m³/h]
25+(1,06+0,2).Q²
40+0,2.Q²
25+0,2.Q²
1,968.Q²
n₁ = 100%
n₂ = 85,6%
Q Nutz
Q Pumpe
Q Bypaß

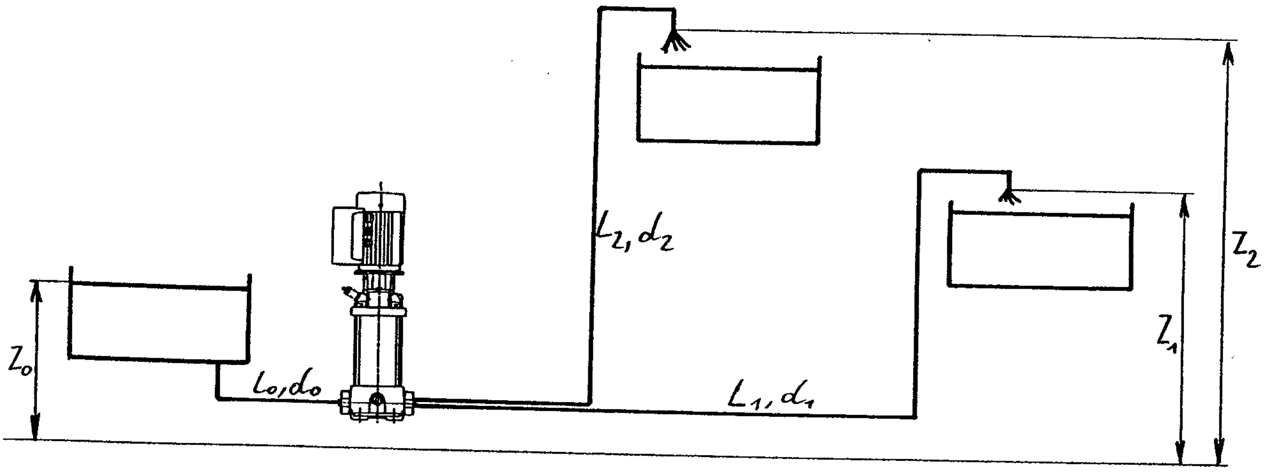
TUG Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

Beispiel 2

Parallele Verbraucher

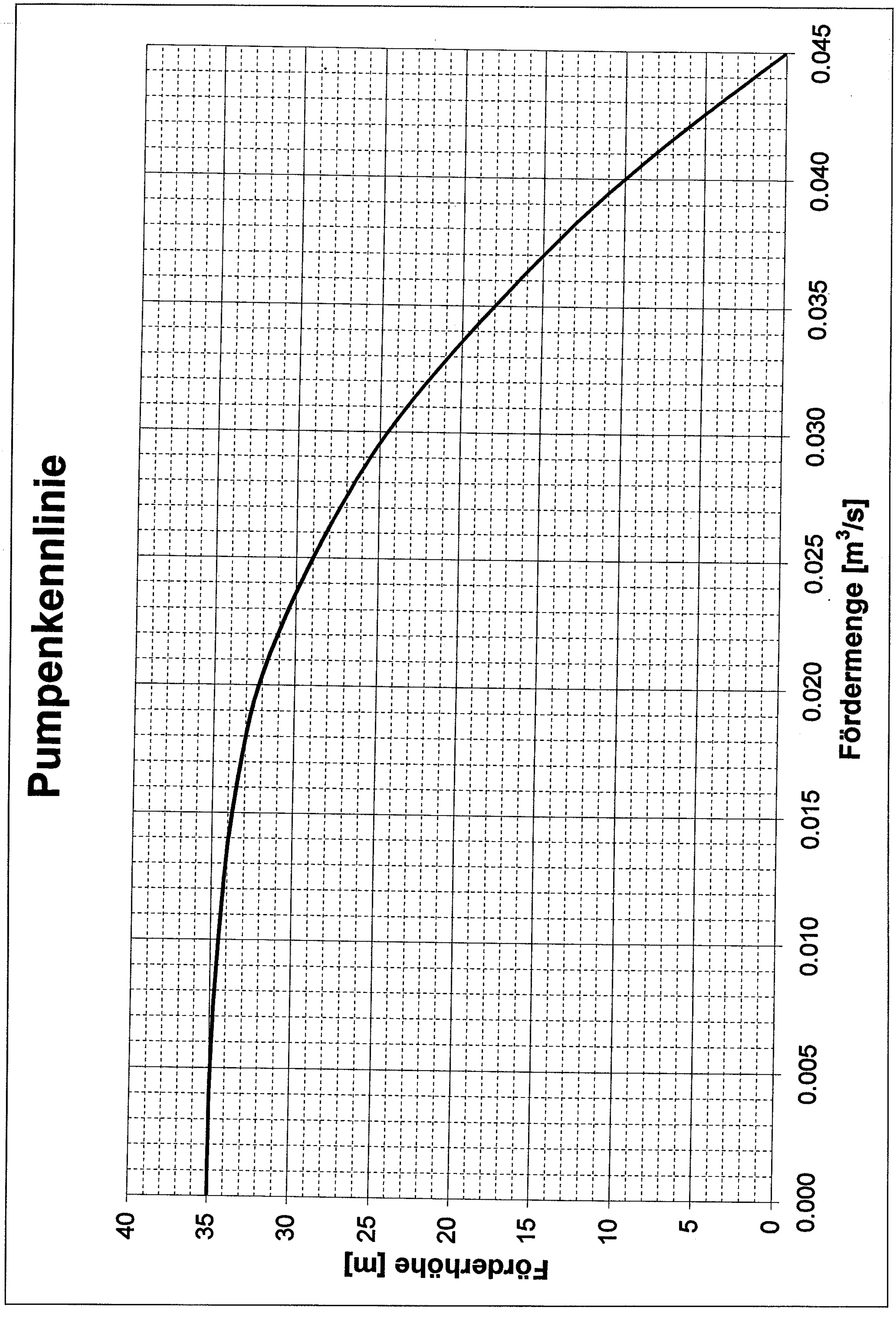
Wasser wird von einer Pumpe in zwei verschieden hohe Becken gepumpt. Die beiden Druckleitungen verzweigen sich unmittelbar beim Druckstutzen der Pumpe. Die Kennlinie der Pumpe wie ein Prandtl – Colebrook Diagramm zur Ermittlung der Rohrreibungsverluste liegt bei.

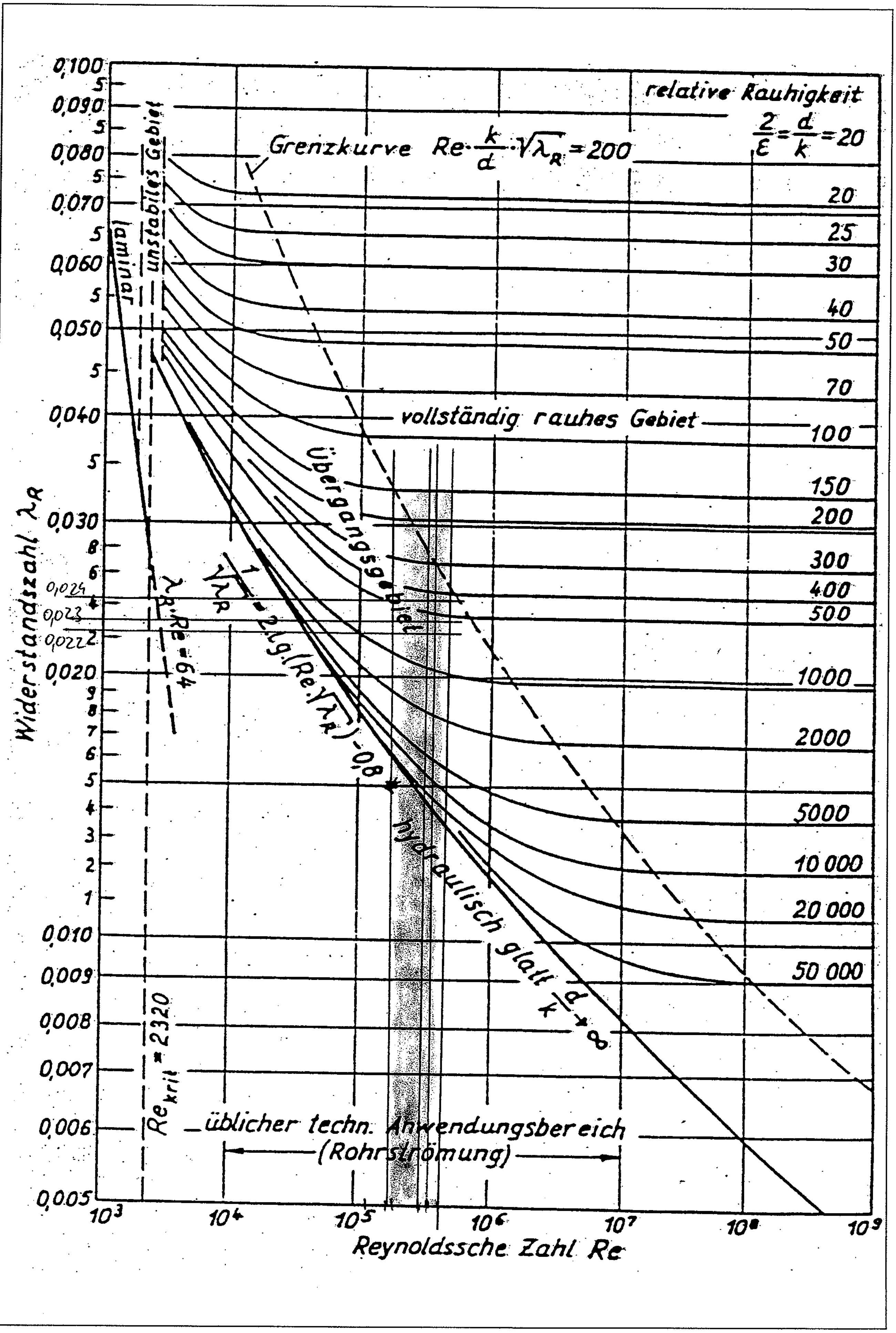


Anlagedaten:

$L_0 = 8$ m	$d_0 = 0{,}1$ m	$z_0 = 2$ m	4 Krümmer $\zeta_k = 0{,}2$
$L_1 = 20$ m	$d_1 = 0{,}065$ m	$z_1 = 15$ m	10 Krümmer $\zeta_k = 0{,}2$
$L_2 = 40$ m	$d_2 = 0{,}08$ m	$z_2 = 22$ m	20 Krümmer $\zeta_k = 0{,}2$

Außerdem befindet sich in der Saugleitung ein Absperrventil $\zeta_k = 4$. Die Korngröße aller Rohre beträgt k=0,15 mm. Zu berechnen ist die stündlich in jeden Behälter geförderte Menge.


Pumpenkennlinie
Förderhöhe [m]
Fördermenge [m³/s]
0
5
10
15
20
25
30
35
40
0.000
0.005
0.010
0.015
0.020
0.025
0.030
0.035
0.040
0.045


relative Rauhigkeit
2/ε = d/k = 20
Grenzkurve Re·k/d·√λR = 200
laminar
unstabiles Gebiet
vollständig rauhes Gebiet
Übergangsgebiet
1/√λR = 2 lg (Re √λR) − 0,8
λR · Re = 64
hydraulisch glatt d/k → ∞
Rekrit = 2320
üblicher techn. Anwendungsbereich
(Rohrströmung)
Widerstandszahl λR
Reynoldssche Zahl Re
20
25
30
40
50
70
100
150
200
300
400
500
1000
2000
5000
10 000
20 000
50 000
0,100
0,090
0,080
0,070
0,060
0,050
0,040
0,030
0,024
0,023
0,022
0,020
0,010
0,009
0,008
0,007
0,006
0,005
10³
10⁴
10⁵
10⁶
10⁷
10⁸
10⁹

Lösung Beispiel 2 :

Fördermenge Becken1, Becken2

geschätzte Menge :

Rohr 0	:	26 l/sec
Rohr 1	:	15 l/sec
Rohr 2	:	11 l/sec

$$c = \frac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi} \qquad Re = \frac{c \cdot D}{\nu} \qquad \nu = 1 \cdot 10^{-6}\,[m^2/sec]$$

$$c_0 = 3{,}3\ m/sec \quad \rightarrow \quad Re_0 = 330000$$
$$c_1 = 4{,}5\ m/sec \quad \rightarrow \quad Re_1 = 292500$$
$$c_2 = 2{,}2\ m/sec \quad \rightarrow \quad Re_2 = 176000$$
$$\frac{d_0}{k} = 666 \qquad \frac{d_1}{k} = 433 \qquad \frac{d_2}{k} = 533$$

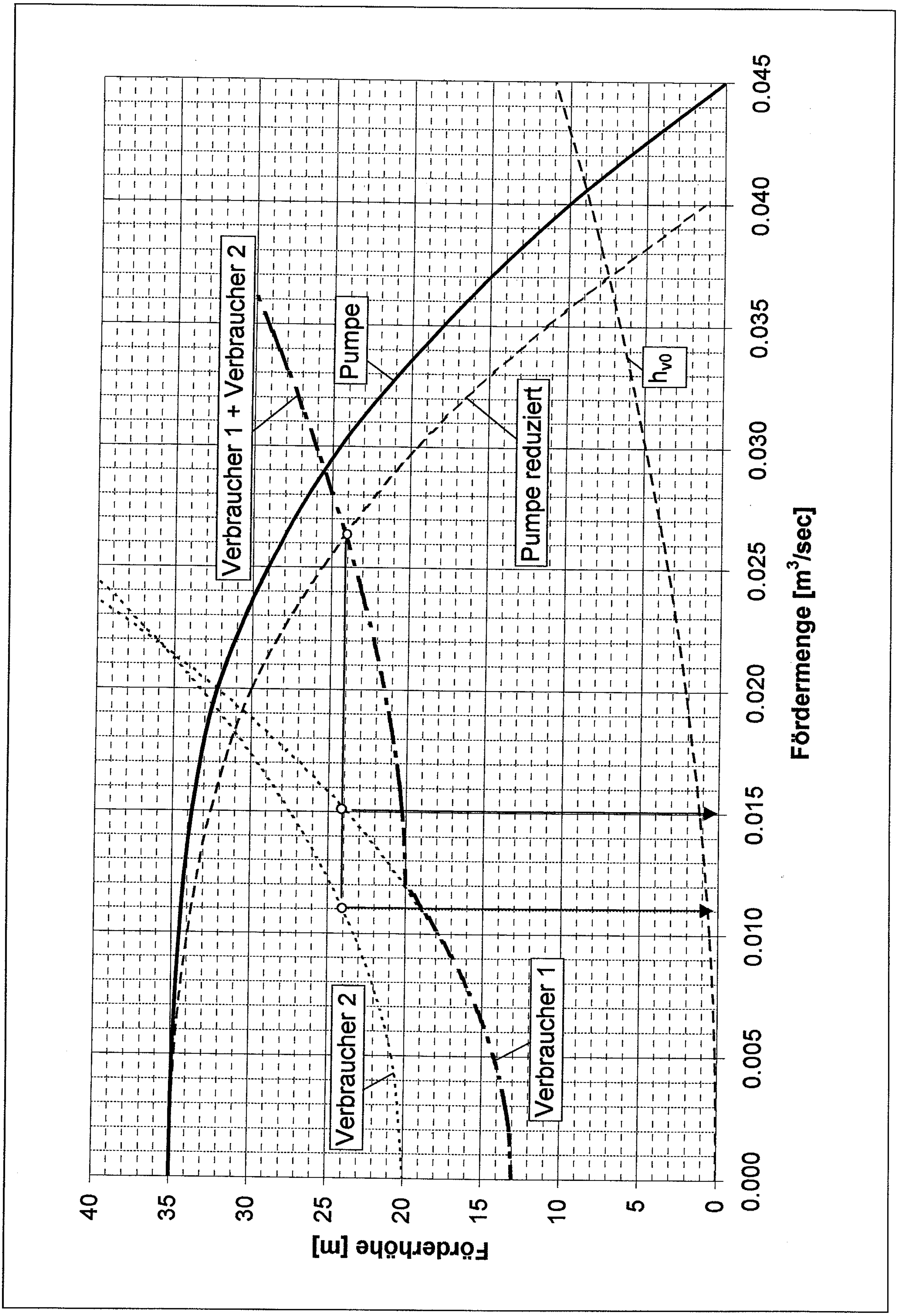
Prandtl-Colebrook Diagramm liefert

$$\lambda_0 = 0{,}022$$
$$\lambda_1 = 0{,}024$$
$$\lambda_2 = 0{,}023$$

$$h_v = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{\lambda \cdot L}{D} + \sum \zeta \right) \cdot \frac{Q^2 \cdot 16}{D^4 \cdot \pi^2}$$
$$h_{v0} = Q^2 \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(0{,}022 \cdot \frac{8}{0{,}1} + 4 \cdot 0{,}2 + 4 \right) \cdot \frac{16}{0{,}1^4 \cdot \pi^2} \right] = 5420{,}3 \cdot Q^2$$
$$h_{v1} = Q^2 \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(0{,}024 \cdot \frac{20}{0{,}065} + 10 \cdot 0{,}2 + 1 \right) \cdot \frac{16}{0{,}065^4 \cdot \pi^2} \right] = 48068{,}2 \cdot Q^2$$
$$h_{v2} = Q^2 \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(0{,}023 \cdot \frac{40}{0{,}08} + 20 \cdot 0{,}2 + 1 \right) \cdot \frac{16}{0{,}08^4 \cdot \pi^2} \right] = 33284{,}7 \cdot Q^2$$

Verbraucherkennlinien in Diagramm einzeichnen, parallelschalten

$$\rightarrow \quad Q_1 = 0{,}0152\ m^3/sec \quad \rightarrow \quad Q_1 = 54{,}7\ m^3/h$$
$$\rightarrow \quad Q_2 = 0{,}011\ m^3/sec \quad \rightarrow \quad Q_2 = 39{,}6\ m^3/h$$

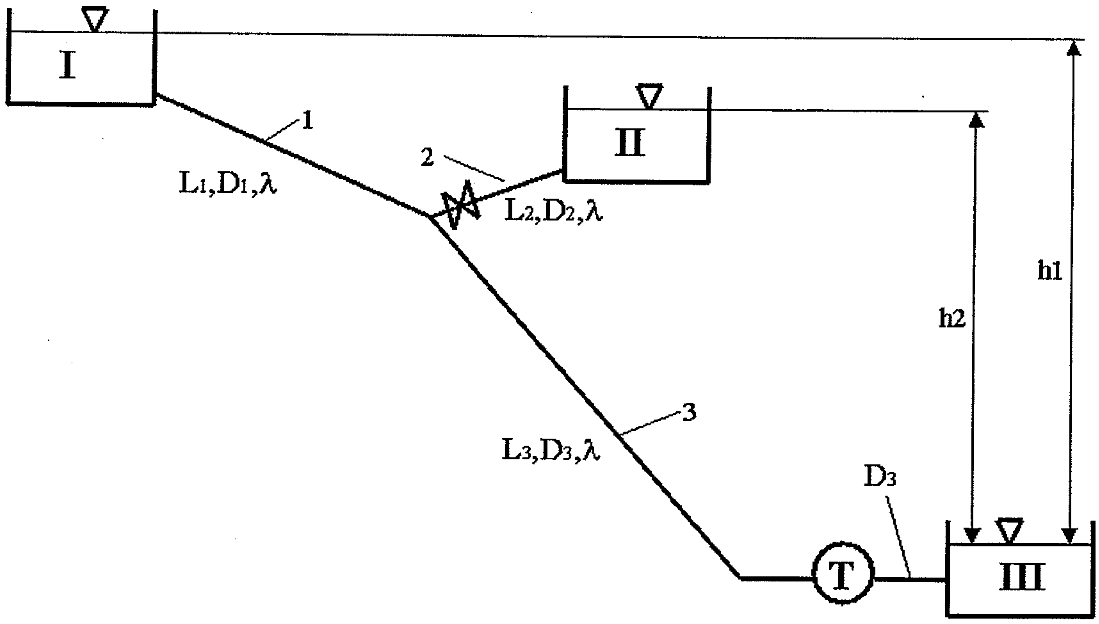


Förderhöhe [m]
0
5
10
15
20
25
30
35
40
Fördermenge [m³/sec]
0.000
0.005
0.010
0.015
0.020
0.025
0.030
0.035
0.040
0.045
Verbraucher 1 + Verbraucher 2
Pumpe
Pumpe reduziert
h_v0
Verbraucher 2
Verbraucher 1

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG KOPERNIKUSGASSE 24 A-8010 Graz **Prüfung: Jänner 2002**	Name: Matr.-Nr.: Studienkennzahl: E-Mail: Tel.:

Bsp1: Eine Turbine wird mit zwei Oberwasserbecken (I, II) und einem Unterwasserbecken (III) betrieben. Die Leitungen 1 und 2 speisen die Leitung 3, an deren Ende die Turbine installiert ist. Das Oberwasserbecken II lässt sich durch eine Armatur in Leitung 2 zu- bzw. abschalten.

a. Die Turbine wird nur mit dem Oberwasserbecken I betrieben. Die Armatur in Leitung 2 ist geschlossen. Berechnen Sie die Leistung der Turbine bei einem Durchfluss von $Q=30\,m^3/s$ (Wirkungsgrad der Turbine $\eta_T=0{,}9$)
b. Die Armatur in der Leitung 2 wird geöffnet. Welche Durchflüsse Q_1 und Q_2 stellen sich in den Leitungen 1 und 2 ein, wenn der Durchfluss $Q_3=30\,m^3/s$ in Leitung 3 beträgt?
c. Sind die Strömungen in den einzelnen Rohrleitungen laminar oder turbulent?
d. Welcher maximale Durchfluss Q_2 ist in der Leitung 2 erlaubt, wenn die Armatur schlagartig geschlossen werden soll und in der Leitung 2 eine Druckänderung von $\Delta p=10\,bar$ nicht überschritten werden darf (unter Vernachlässigung der Reibung)?



$L_1 = 8000\,m$	$L_3 = 1500\,m$	$\lambda = 0{,}01$	$\rho = 1000\,kg/m^3$
$D_1 = 3{,}0\,m$	$D_3 = 4{,}0\,m$	$Q_3 = 30\,m^3/s$	$\nu = 1\cdot10^{-6}\,m^2/s$
$L_2 = 2000\,m$	$H_1 = 260\,m$	$\eta_T = 0{,}9$	$a = 1000\,m/s$
$D_2 = 2{,}0\,m$	$H_2 = 250\,m$	$g = 9{,}81\,m/s^2$	$\Delta p = 10\,bar$

Bemerkungen: Geschwindigkeit in allen Becken ist v=0. Die Einlaufverluste sowie die Energiehöhenverluste durch die geöffnete Armatur und die Querschnittserweiterung der Rohrleitungen (1-3, 2-3) sind zu vernachlässigen.

Tip zu Frage b.: Fassen Sie die Koeffizienten rechtzeitig zusammen.

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG KOPERNIKUSGASSE 24 A-8010 Graz	Lösung: Prüfung: Jänner 2002

a. $v_1 = \dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_1^2}$; $\quad v_3 = \dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_3^2}$; $\quad H = h_1 - \lambda \cdot \dfrac{v_1^2}{2 \cdot g} \cdot \dfrac{l_1}{D_1} - \lambda \cdot \dfrac{v_3^2}{2 \cdot g} \cdot \dfrac{l_3}{D_3} - \dfrac{v_3^2}{2g}$

$P_{Turbine} = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \cdot \eta$

b. gleicher statischer Druck der Leitungen 1 und 2 im Abzweiger

$$h_1 - \lambda \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{l_1}{D_1} = h_2 - \lambda \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{l_2}{D_2}$$

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_1^2};\ v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_2^2};\ Q_3 = Q_1 + Q_2 \rightarrow Q_2 = Q_3 - Q_1$$

$$h_1 - \frac{l_1 \cdot \lambda}{2 \cdot g \cdot D_1} \cdot \left(\frac{4 \cdot Q_1}{\pi \cdot D_1^2} \right)^2 = h_2 - \frac{l_2 \cdot \lambda}{2 \cdot g \cdot D_2} \cdot \left(\frac{4 \cdot (Q_3 - Q_1)}{\pi \cdot D_2^2} \right)^2$$

Auflösung nach Q_1

$$Q_1^2 \cdot \left(\frac{l_2}{D_2^5} - \frac{l_1}{D_1^5} \right) - Q_1 \cdot \left(2 \cdot \frac{l_2}{D_2^5} Q_3 \right) + \frac{l_2}{D_2^5} \cdot Q_3^2 + (H_1 - H_2) \left(\frac{\pi^2 \cdot g}{\lambda \cdot 8} \right) = 0$$

Quadratische Gleichung:

$$Q_1 = \frac{\overbrace{\left(2 \cdot Q_3 \cdot \frac{l_2}{D_2^5} \right)}^{WertA} \pm \overbrace{\sqrt{\left(4 \cdot Q_3^2 \cdot \frac{l_2^2}{D_2^{10}} \right) - 4 \cdot \left(\frac{l_2}{D_2^5} - \frac{l_1}{D_1^5} \right) \cdot \left(\frac{\pi^2 \cdot g}{\lambda \cdot 8} \cdot (H_1 - H_2) + \frac{l_2}{D_2^5} \cdot Q_3^2 \right)}}^{WertB}}{\underbrace{\left(\frac{l_2}{D_2^5} - \frac{l_1}{D_1^5} \right) \cdot 2}_{WertC}}$$

$$Q_2 = Q_3 - Q_1$$

c. turbulent oder laminar: $v = \dfrac{Q}{A} = \dfrac{4 \cdot Q}{D^2 \cdot \pi}$ $\qquad Re = \dfrac{v \cdot D}{\nu} = \dfrac{4 \cdot Q}{D \cdot \nu \cdot \pi}$ (Re_{Grenz}=2320)

d. $\dfrac{|\Delta p|}{\rho \cdot g} = \dfrac{a}{g} \cdot |\Delta v|$ $\qquad v = \dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_2^2}$ $\qquad \dfrac{|\Delta p|}{\rho \cdot g} = \dfrac{a}{g} \cdot \dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_2^2}$ $\qquad Q = \dfrac{\Delta p \cdot \pi \cdot D_2^2}{4 \cdot \rho \cdot a}$

v1	4.244131816	v3	2.38732415
H	234.4286493		
P	62093116.35		62.0931163 MW
wertA	3750	wertB	2444.48668
wertC	59.1563786		
Q1(+)	104.7137575	Wert groesser Q3	
Q1(-)	-22.06885118		
Q2	7.931148816	ReRohr1	9366311.34
		ReRohr2	5049126.15
Q	3.141592654	ReRohr3	9549296.59

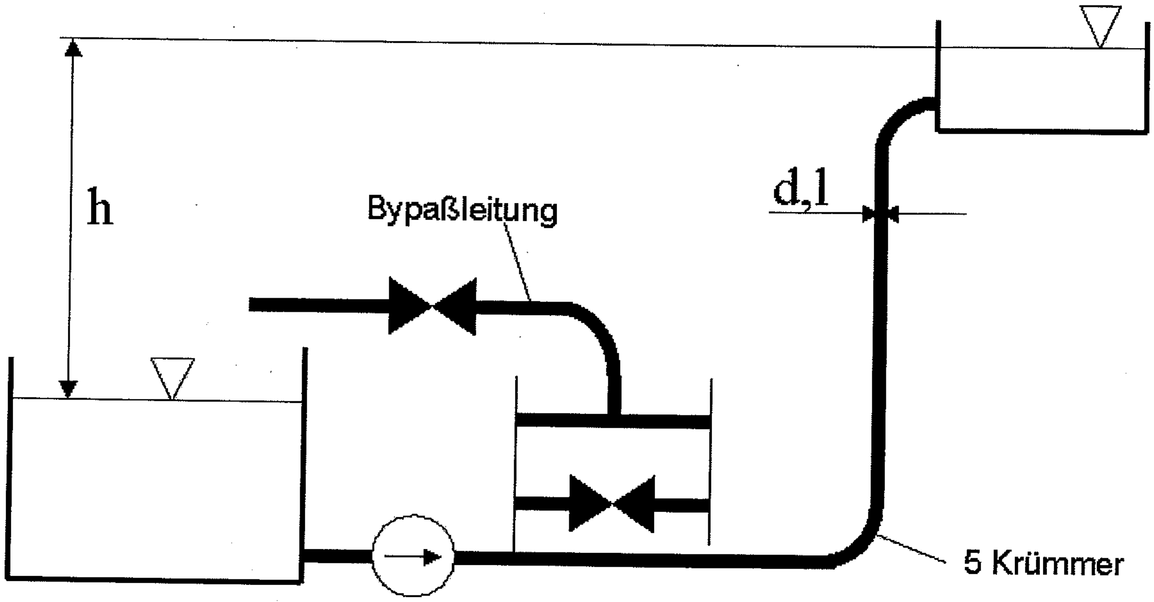
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: Jänner 2002

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

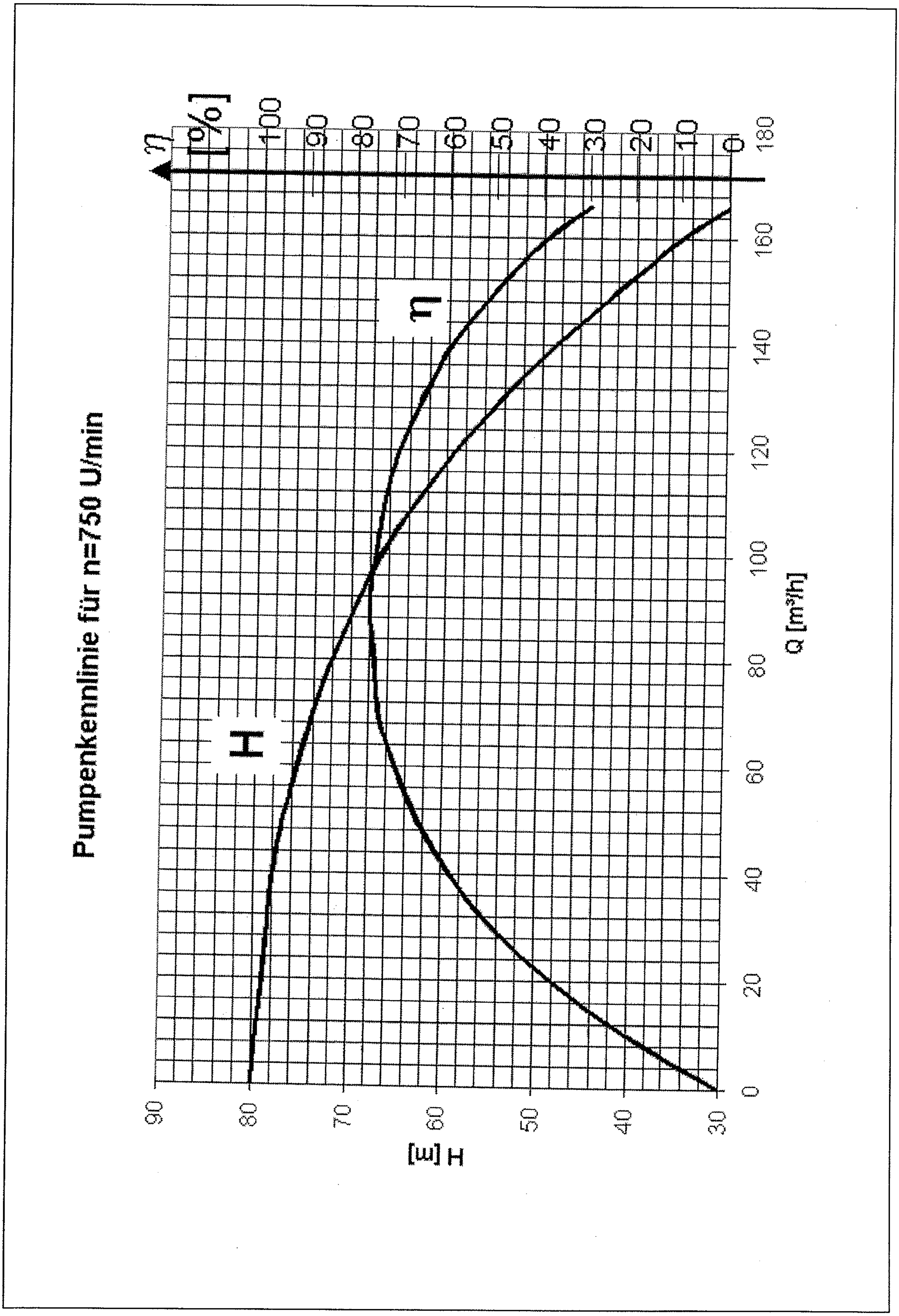
Bsp.2: Bei einer alten Pumpanlage (siehe Skizze) soll nachträglich eine Mengenregulierung eingebaut werden.

Grundsätzlich bestehen, ohne wesentliche Änderungen der Anlage, drei Möglichkeiten: druckseitiger Einbau einer Drossel- bzw. Bypassregelung, sowie elektronische Drehzahlregelung.
Diese Varianten sollen bei 60% des Auslegungsdurchsatzes hinsichtlich der benötigten Antriebsleistung und des Anlagenwirkungsgrades bewertet werden.
Rentiert sich der Einbau einer teuren Drehzahlregelung?



Anmerkung zur Bypassregelung: In der Druckleitung wird ein Nebenauslaß geöffnet, um den überschüssigen Teil des geförderten Wassers wieder in das Unterwasser zurückzuleiten.

Angaben:
Höhenunterschied: h= 56m
Rohrleitungslänge: l=121,6m
Rohrdurchmesser: d=12cm
Widerstandsbeiwert des Rohres: λ=0,05
Widerstandsbeiwert eines Krümmers: ζ_{Kr}=0,51
Preis der Drehzahlregelung: 4070 EURO
Lebensdauer der Anlage: 15 Jahre
Betriebsdauer (∅): 1500 h/Jahr
Preis je kWh: 0,1 EURO/kWh


Pumpenkennlinie für n=750 U/min
H
η
η [%]
Q [m³/h]
H [m]
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
30
40
50
60
70
80
90
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

$H = H_{Geod} + \frac{c^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\lambda \frac{l}{d} + 5\zeta_{Kr} + 1 \right)$ mit $\frac{c^2}{2 \cdot g} = \frac{16 \cdot Q^2}{2 \cdot g \cdot d^4 \cdot \pi^2}$ folgt für H die Funktion:

$H = H_{Geod} + \left[\frac{8 \cdot}{g \cdot d^4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\lambda \frac{l}{d} + 5\zeta_{Kr} + 1 \right) \right] \cdot Q^2$ und somit die Verbraucherkennlinie.

Betriebspunkt bei 60% des Auslegedurchsatzes: $Q = 0.6 \cdot Q_{BP}$

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q_{BP=60\%} \cdot H_{BP=60\%}}{\eta_{PU}}$$

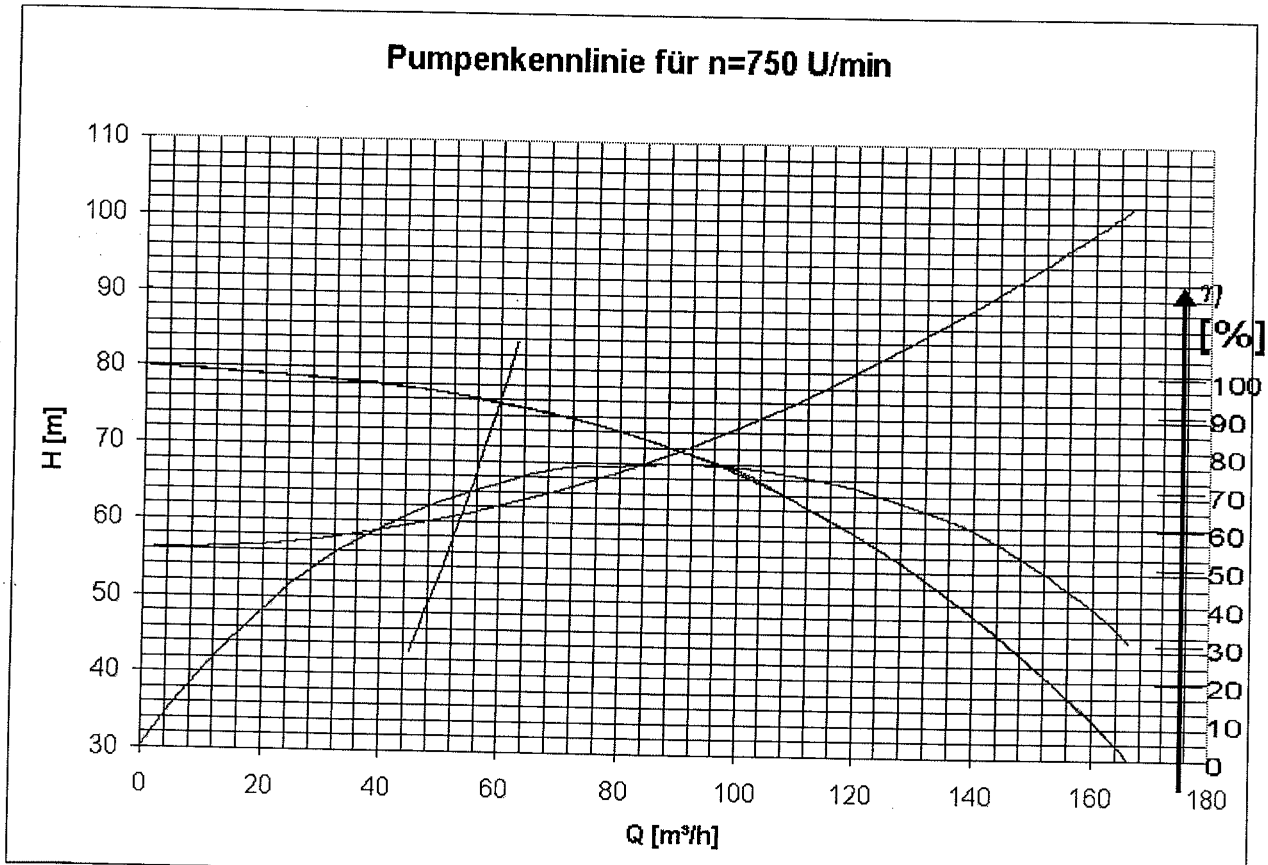
$$\eta_{Anlage} = \frac{Nutzen}{Aufwand} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_{Geod}}{\rho \cdot g \cdot Q_{BP=60\%} \cdot H_{BP=60\%}} \cdot \eta_{PU}$$

Ähnlichkeitsparabel:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{n'}{n} \qquad \frac{H'}{H} = \left(\frac{n'}{n} \right)^2$$

Leistungsdifferenz als Basis der Einsparung:

$$Einsparung = Jahre \cdot \underbrace{\Delta P \cdot t}_{Arbeit / Jahr [kWh / Jahr]} \cdot Preis / kWh$$



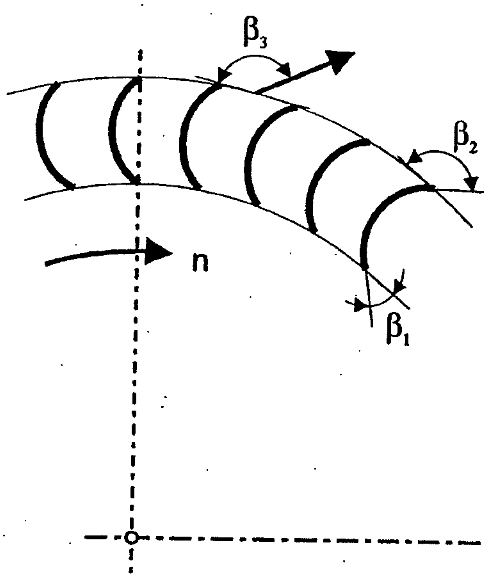
Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

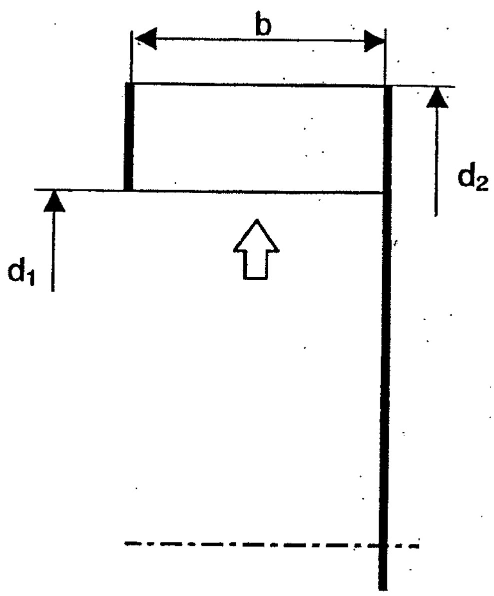
TUG

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

Beispiel 1: "Sirocco Läufer"

Kleinste Abmessungen und Geräuscharmut sind Forderungen, welche verschiedene Anwendungsgebiete der Ventilatoren beherrschen. Diese Anforderungen werden durch den abgebildeten Trommelläufer erfüllt. Ständig wegen seines schlechten Wirkungsgrades getadelt, wird er dennoch seit über 80 Jahren in Stückzahlen gebaut, die keine andere Strömungsmaschine aufweisen kann.





Luft (Dichte 1,2 kg/m^3) strömt drallfrei und stoßfrei der Eintrittskante (d1) zu. Es findet eine rein radiale Durchströmung der Schaufeln statt, die Versperrung kann vernachlässigt werden.

$d_1 = 200$ mm $\quad d_1/d_2 = 0{,}875 \quad b/d_1 = 0{,}6$
$\beta_1 = 64°$ (Schaufel) $\quad \beta_2 = 140°$ (Schaufel) $\quad \beta_3 = 125°$ (Strömung)
$n = 3000$ U/min $\quad \eta_u = 0{,}54$

Verluste: Scheibenreibung 5,5 W; Lagerreibung 14 W; Spaltmenge Q_{spalt}=0,05 x Q

Für den Auslegepunkt sind gesucht:

1. Berechnung und Skizzierung der Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Laufrades
2. Fördervolumen, Förderhöhe und Totaldruckdifferenz am Laufrad
3. Wirkungsgrad und Antriebsleistung

Lösung Beispiel 1 :

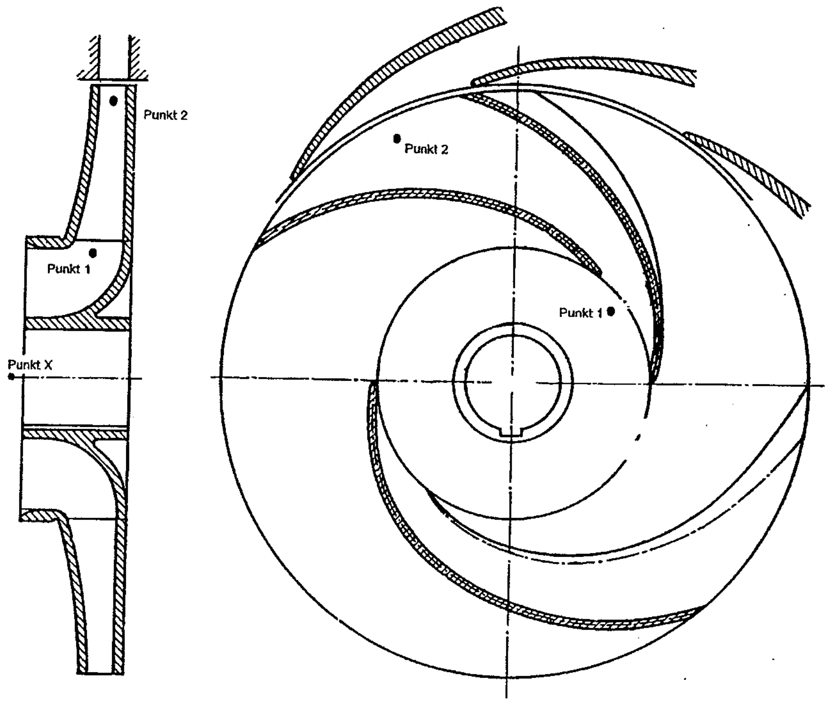
Lösungsweg siehe 16.11.2001 S. 5,6

Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

TUG

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

Beispiel 2: Bernoulli - Gleichung im relativen System



Von drei Punkten eines Pumpenlaufrades (n = 500 U/min) mit horizontaler Wellenlage sei folgendes bekannt:

Punkt 1: Radius $R_1 = 0{,}6$ m
Strömungswinkel $\alpha = 90°$
Absolutgeschw. $c_1 = 8$ m/s

Punkt 2: Radius $R_2 = 1{,}35$ m
Relativgeschw. $w_2 = 20$ m/s

Punkt X: Radius $R_X = 0$ m (weit vor Laufrad)
Absolutgeschw. $c_X = 6$ m/s
Statischer Druck $p_X = 1{,}3$ bar

Gesucht sei der statische Druck im Punkt 2 (Minimal- und Maximalwert, je nach Höhenlage) wenn der Vorgang X – 1 verlustfrei und der Vorgang 1 – 2 mit $h_v = 13$ m Verlust betrachtet wird.
Die Punkte 1 und 2 befinden sich nicht direkt im Eintritts- bzw. Austrittskantenbereich!

Lösung Beispiel 2 :

statischer Druck im Punkt 1 (Maximalwert, Minimalwert)

Energiebilanz x → 1 (verlustfrei)

$$\frac{p_x}{\rho \cdot g} + \frac{c_x^2}{2 \cdot g} + z_x = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + z_1$$

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} = \frac{p_x}{\rho \cdot g} + \frac{c_x^2}{2 \cdot g} + z_x - \frac{c_1^2}{2 \cdot g} - z_1$$

$c_x = 6$ m/sec $\quad p_x = 1{,}3$ bar $\quad c_1 = 8$ m/sec $\quad z_1 = + - 0{,}6$ m

$$\left(\frac{p_1}{\rho \cdot g}\right)_{min} = 11{,}22 \text{ mWS} \quad \rightarrow \quad p_{1min} = 1{,}10 \text{ bar} \quad (z_1 = +0{,}6 \text{ m})$$

$$\left(\frac{p_1}{\rho \cdot g}\right)_{max} = 12{,}42 \text{ mWS} \quad \rightarrow \quad p_{1max} = 1{,}22 \text{ bar} \quad (z_1 = -0{,}6 \text{ m})$$

statischer Druck im Punkt 2 (Maximalwert, Minimalwert)

1.) Energiebilanz 1 → 2

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + h_u = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{c_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + h_{v1\rightarrow 2}$$

2.) Hauptgleichung

$$h_u = \frac{1}{g} \cdot (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$

3.) Geschwindigkeitsdreiecke (Kosinussatz)

$$u_1 \cdot c_{u1} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{u_1^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \qquad u_2 \cdot c_{u2} = \frac{c_2^2}{2} + \frac{u_2^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}$$

eingesetzt in Hauptgleichung und Energiebilanz liefert :

$$\frac{p_2}{\rho \cdot g} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 - z_2 + \left(\frac{w_1^2 - w_2^2}{2 \cdot g}\right) + \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2 \cdot g}\right) - h_{v1\rightarrow 2} \qquad z_2 = + - 1{,}35 \text{ m}$$

$$\left(\frac{p_2}{\rho \cdot g}\right)_{min} = 235 \text{ mWS} \quad \rightarrow \quad p_{2\,min} = 23{,}05 \text{ bar}$$

$$\left(\frac{p_2}{\rho \cdot g}\right)_{max} = 237{,}7 \text{ mWS} \quad \rightarrow \quad p_{2\,max} = 23{,}32 \text{ bar}$$

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:
	Schriftl. Prüfung: 8. März 2002

1. Beispiel: Pumpenauslegung

Von einer Pumpe wurden die Kennlinien in einem Modellversuch gemessen und in dimensionsloser Form dargestellt.

Für die Förderdaten **$Q = 0{,}95\ m^3/s$**
$H = 56\ m$

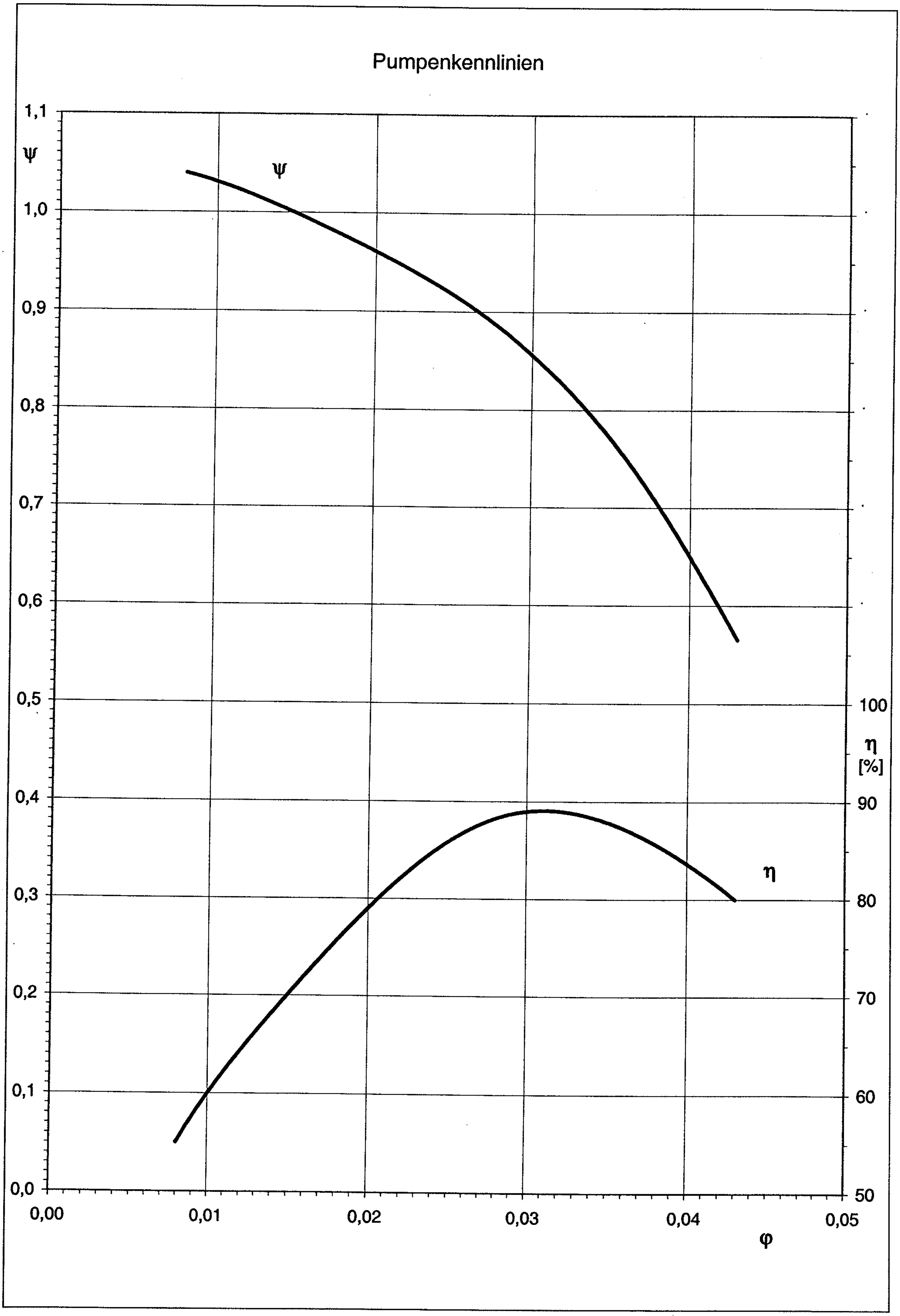
soll eine geometrisch ähnliche Pumpe mit möglichst hohem Wirkungsgrad ausgelegt werden. Fördermedium ist Wasser mit einer Dichte von $1000\ kg/m^3$.

Gesucht:

1. Laufraddurchmesser **D**, Drehzahl **n**, Wirkungsgrad **η** und Antriebsleistung **P** der Pumpe wenn die Drehzahl keiner Einschränkung unterliegt.

2. **D, n, η** und **P**, wenn die Pumpe mit Synchrondrehzahl $n = 3000/p$ [U/min] (p = 1, 2, 3, ... Polpaarzahl) laufen soll.

Beilage: φ-ψ Pumpenkennlinien


Pumpenkennlinien
1,1
ψ
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
ψ
η
100
η
[%]
90
80
70
60
50
0,00
0,01
0,02
0,03
0,04
0,05
φ

Lösung 1.Beispiel: **Pumpenauslegung** **8. März 2002**

1. Pumpenantrieb mit beliebiger Drehzahl

Aus den Pumpenkennlinien im Wirkungsgradoptimum: $\varphi = 0{,}0312$ $\psi = 0{,}839$ $\eta = 89\%$

$$n_q = 157{,}8 \cdot \frac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}} = 31{,}80 \qquad n_q = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad \Rightarrow \quad n = n_q \cdot \frac{H^{3/4}}{Q^{1/2}} = \mathbf{667{,}8\ U/min}$$

$$\psi = \frac{2gH}{u^2}, \quad u = \frac{D\pi n}{60} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{60}{\pi n}\sqrt{\frac{2gH}{\psi}} = \mathbf{1{,}035\ m}$$

$$P = \frac{QH\rho g}{\eta} = \mathbf{586{,}4\ kW}$$

2. Pumpenantrieb mit Synchrondrehzahl

	Benachbarte Synchrondrehzahlen zu n = 684,9 U/min	
$n = \dfrac{3000}{p}$ [U/min] p ....Polpaarzahl des Motors	**750** 4	**600** 5
$n_q = n \cdot \dfrac{Q^{1/2}}{H^{3/4}}$	35,71	28,57
$n_q = 157{,}8 \cdot \dfrac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}} \Rightarrow \psi = \left(\dfrac{157{,}8}{n_q}\varphi^{1/2}\right)^{4/3}$	φ: 0,030 / 0,035 / 0,040 ψ: 0,700 / 0,776 / 0,848	φ: 0,020 / 0,025 / 0,030 ψ: 0,719 / 0,835 / 0,943

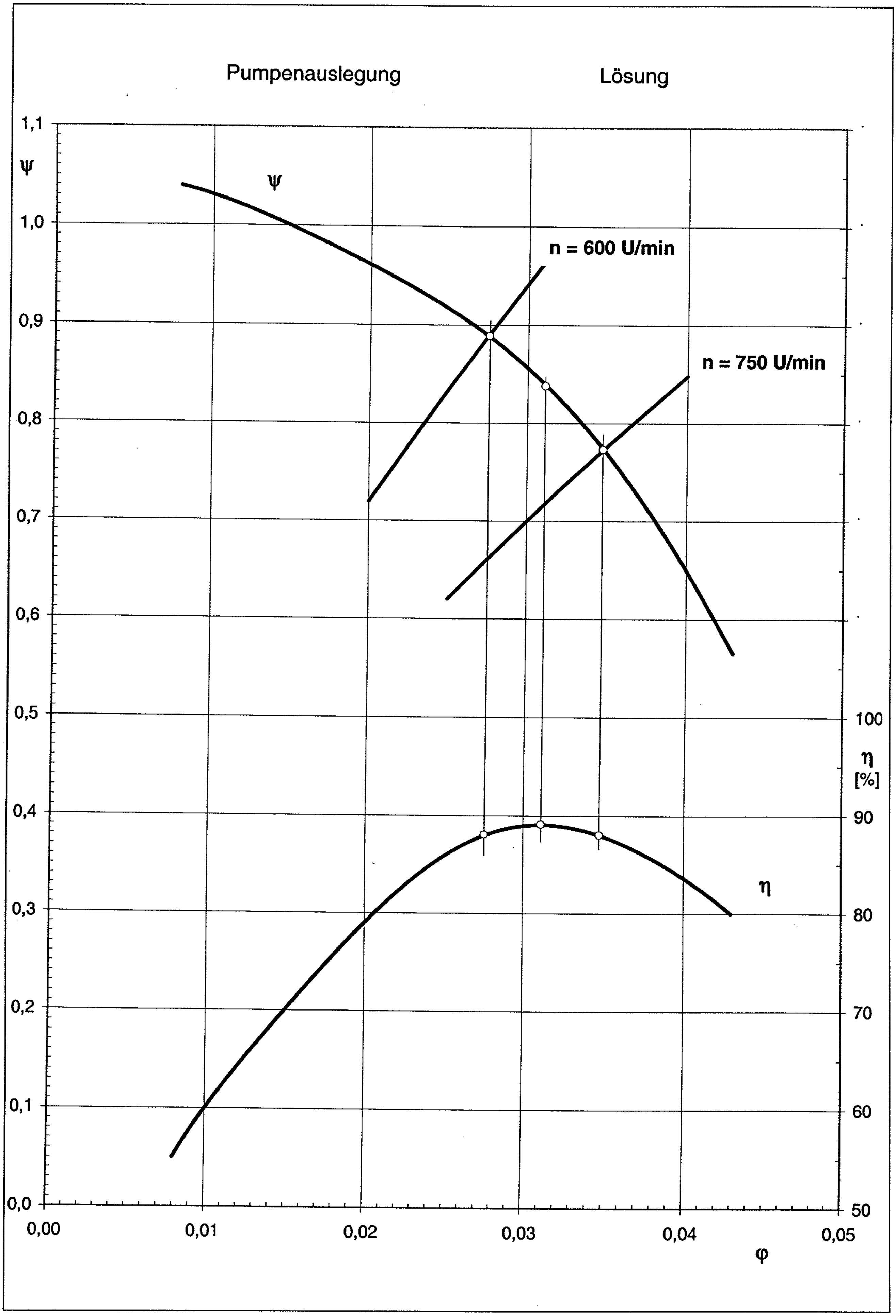
φ	0,030	0,035	0,040	0,020	0,025	0,030
ψ	0,700	0,776	0,848	0,719	0,835	0,943

Die beiden φ-ψ-Verläufe in das Diagramm eintragen und mit der Pumpenkennlinie schneiden. Die Schnittpunkte sind die gesuchten Auslegungspunkte.

	750	600
φ / ψ / η	0,0348 / 0,773 / 88%	0,0275 / 0,887 / 88%
$D = \dfrac{60}{\pi n}\sqrt{\dfrac{2gH}{\psi}}$	0,960	1,120
$P = \dfrac{QH\rho g}{\eta}$	593,1	593,1

Bei gleichem Wirkungsgrad ist die schneller laufende Pumpe zu wählen, da sie kleiner und damit billiger ist. Wegen der höheren Drehzahl ist auch der Motor kleiner und billiger.

Daher gewählt: **n = 750 U/min** **D = 0,96 m** **η = 88%** **P = 593,1 kW**



Pumpenauslegung
Lösung
ψ
n = 600 U/min
n = 750 U/min
η
η [%]
1,1
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
100
90
80
70
60
50
0,00
0,01
0,02
0,03
0,04
0,05
φ

I N S T I T U T F Ü R
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN

Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg

N a m e :

Matrikelnummer:

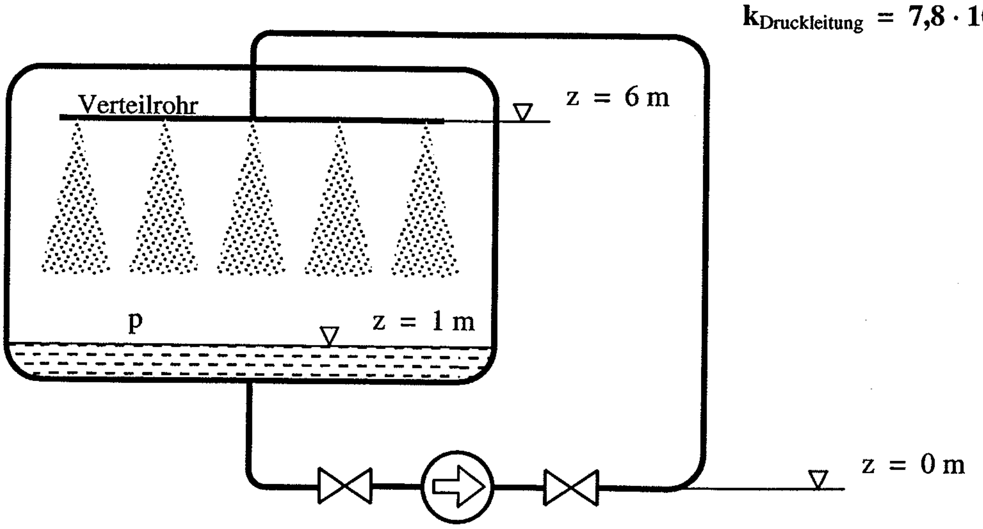
Schriftl. Prüfung: 8. März 2002

2. Beispiel: Waschanlage

In der dargestellten Waschanlage saugt die Pumpe Heißwasser vom Behälterboden an und fördert es in das Verteilrohr. Von dort strömt das Wasser durch Düsen wieder in den Waschbehälter aus. Die Geschwindigkeitshöhe des durch die Düsen austretenden Wasserstrahles ist im angegebenen Verlustbeiwert der Druckleitung enthalten. Im Waschbehälter herrscht Atmosphärendruck $p = p_{at} = 1$ bar. Das Wasser hat eine Temperatur von 60°C.

Die Verluste in Saug und Druckleitung betragen:

$$\mathbf{h_V\ [m] = k \cdot Q^2}, \quad Q \text{ in } [m^3/h]$$
$$\mathbf{k_{Saugleitung} = 3 \cdot 10^{-4}}$$
$$\mathbf{k_{Druckleitung} = 7{,}8 \cdot 10^{-4}}\ .$$



Die Kavitationsgefährdung der Pumpe ist mit dem Kriterium 3% Förderhöhenabfall zu beurteilen.

Gesucht:

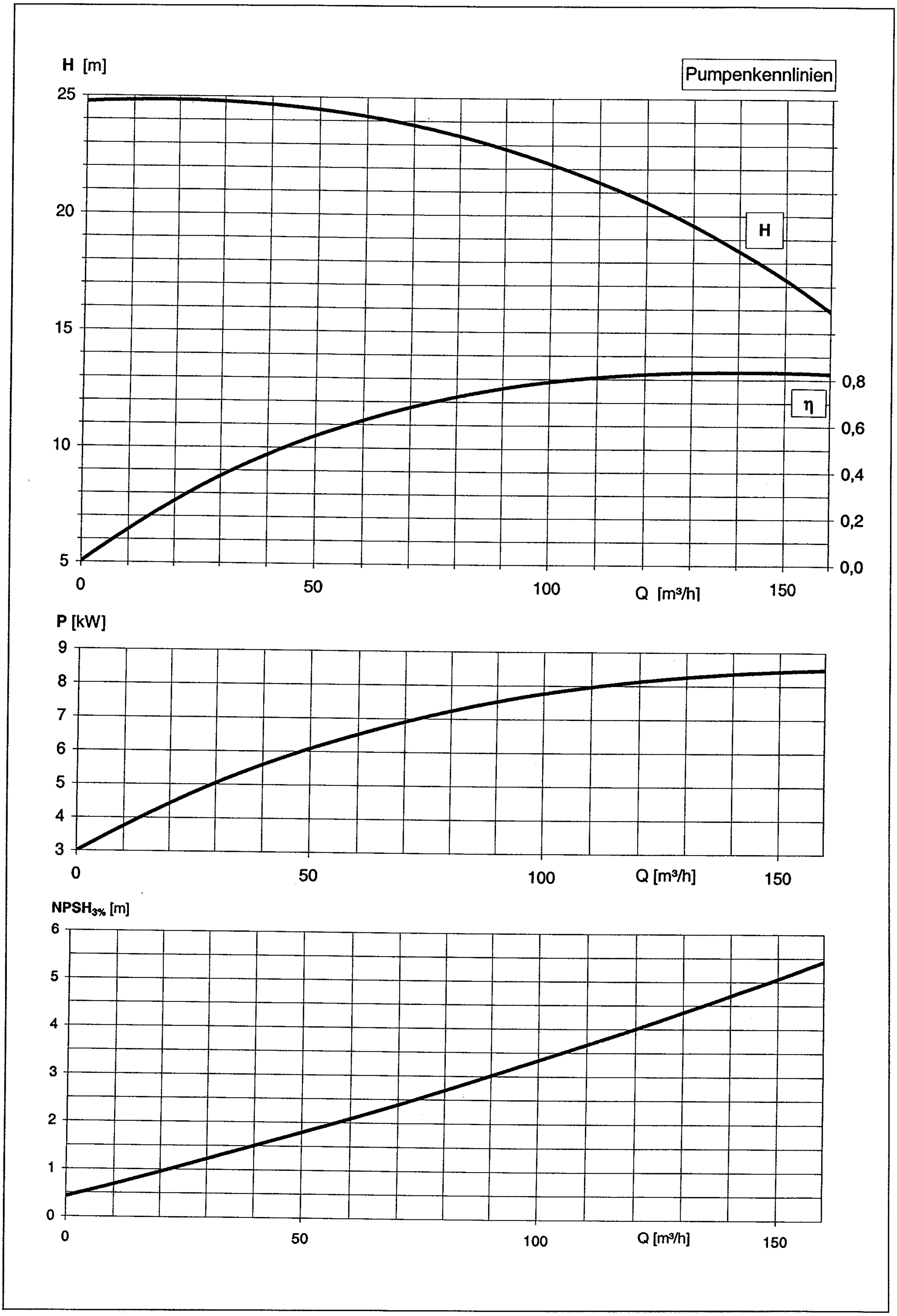
1. Es ist zu prüfen, ob die Pumpe im Betriebspunkt kavitationsgefährdet ist.

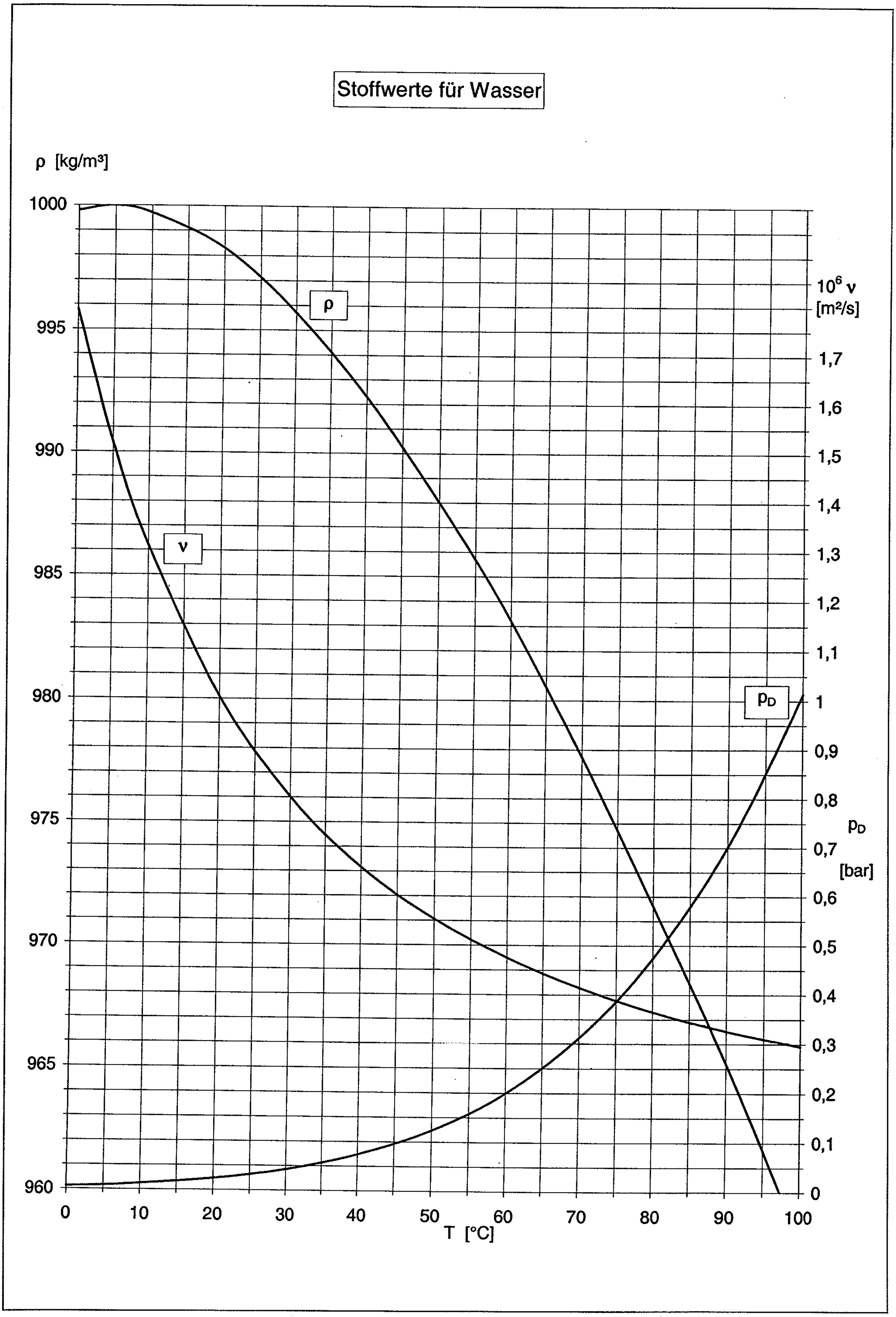
2. Welche Wassertemperatur ist maximal möglich, ohne die Pumpe durch Kavitation zu gefährden. Dabei ist ein Sicherheitsabstand von 0,5 m zur zulässigen Saughöhe der Pumpe einzuhalten.

Die Wassertemperatur soll auf 80°C erhöht werden. Die folgenden Maßnahmen sind dahingehend zu untersuchen, ob bzw. unter welchen Umständen die Pumpe mit 0,5 m Sicherheit gegenüber der zulässigen Saughöhe betrieben werden kann.

3. Veränderung des Behälterdruckes.

4. Reduktion der saugseitigen Verluste: $\mathbf{k_{Saugleitung} = 1 \cdot 10^{-4}}$.


Pumpenkennlinien
H [m]
25
20
15
10
5
H
η
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
0
50
100
Q [m³/h]
150
P [kW]
9
8
7
6
5
4
3
0
50
100
Q [m³/h]
150
NPSH3% [m]
6
5
4
3
2
1
0
0
50
100
Q [m³/h]
150


Stoffwerte für Wasser
ρ [kg/m³]
1000
995
990
985
980
975
970
965
960
ρ
ν
p_D
10^6 ν
[m²/s]
1,7
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
p_D
[bar]
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
T [°C]

Lösung 2.Beispiel: **Waschanlage** **8. März 2002**

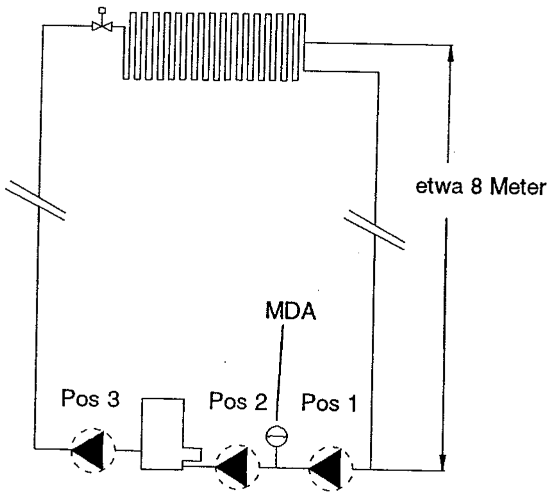
siehe 13.11.1998, Seite 7-9

Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

TUG

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

Beispiel 2: "Heizungskreislauf"

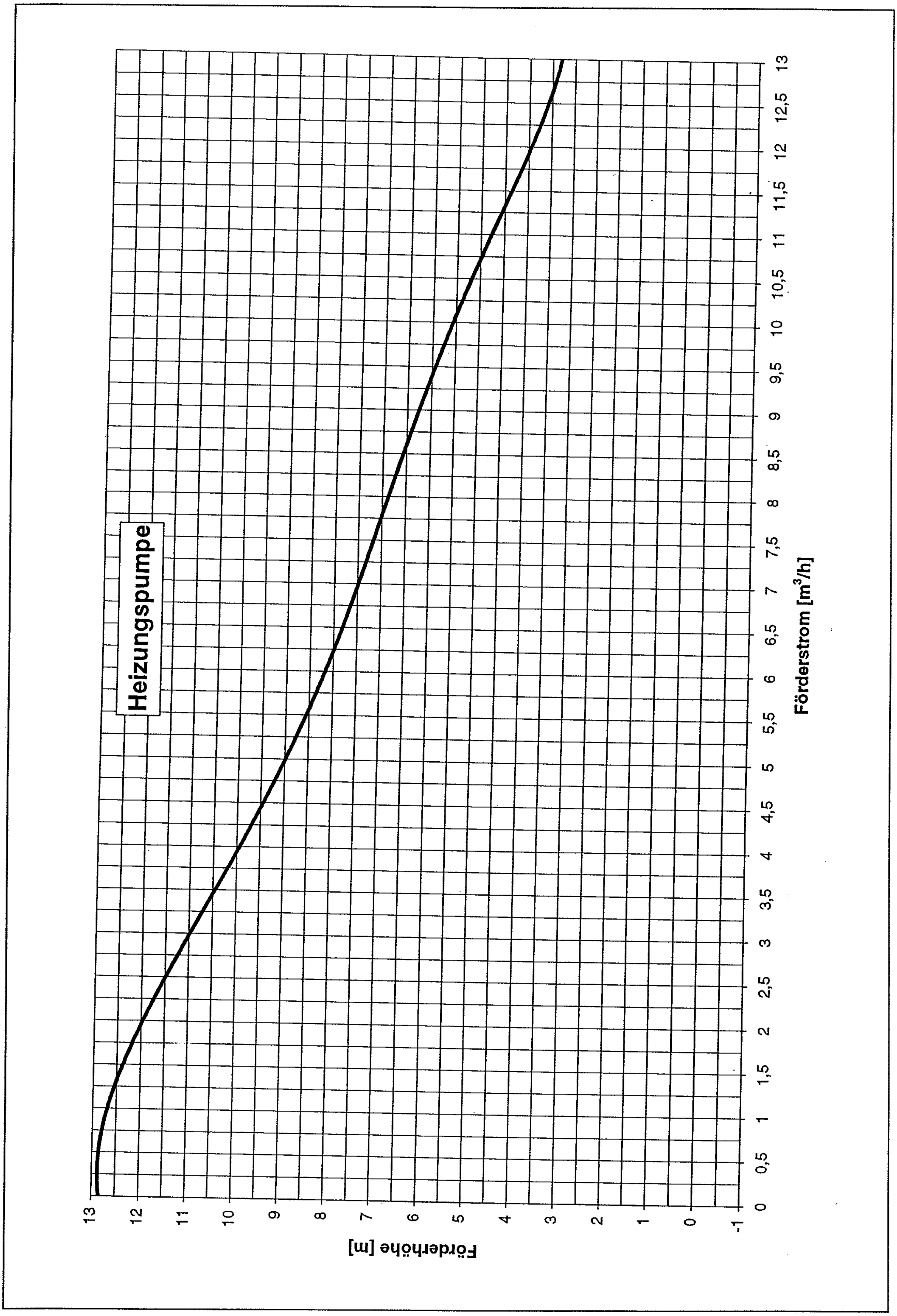


Für eine Etagenheizung der Büroräume eines Industriebetriebes soll der optimale Standort der Heizungsumwälzpumpe ermittelt werden. Es sei angenommen, daß die Wärmeübertragung und der Druckverlust nur im Heizkörper (Obergeschoß) und im Heizkessel (Kellergeschoß) stattfindet. In Fließrichtung vor dem Kessel sitzt der sogenannte Membranausgleichsbehälter, welcher den Systemdruck annähernd konstant hält. Der Zusammenhang $\Delta H = k \bullet Q^2$ sei in Erinnerung gerufen, wobei H in Meter [m] und Q in Kubikmeter pro Stunde [m^3/h] angegeben ist.
Auslegungsdaten:

$k_{Kessel} = 0{,}2315$	Vorlauftemperatur 90°C	$\rho_{90°} = 965{,}25$ kg/m³
$k_{Heizkörper} = 0{,}3858$	Rücklauftemperatur 60°C	$\rho_{60°} = 983{,}19$ kg/m³

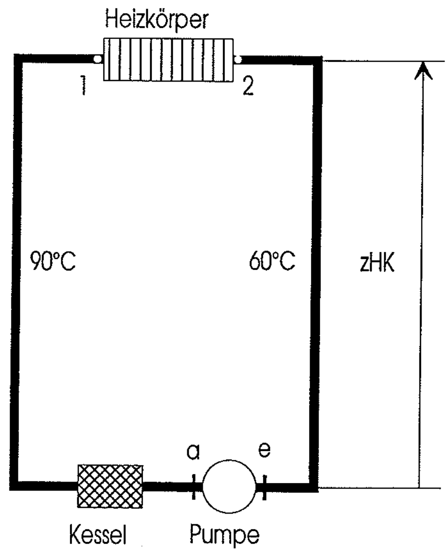
Pumpenkennlinie liegt bei!

Der Membranausgleichsbehälter wurde bei betriebsmäßigem Temperaturgang der Anlage im Stillstand auf 2 bar Absolutdruck eingestellt.
Zu ermitteln ist der Arbeitspunkt der Anlage (näherungsweise, grafisch), sowie der geeignete Ort der Umwälzpumpe (Position 1, 2 oder 3) in Hinblick auf Kavitation. Der Hersteller gibt in den Datenblättern einen minimalen Vordruck (absolut) bei 60°C von 1,2 bar und bei 90°C von 1,5 bar an. Begründen Sie Ihre Auswahl wie auch den Sicherheitsabstand zum angegebenen Punkt zulässiger Kavitation.
Welcher Durchfluß würde sich einstellen, ließe man die Umwälzpumpe weg (unter der Annahme, Vor- und Rücklauftemperatur bliebe konstant). Zur Berechnung der Druckverluste in Kessel und Heizkörper ist die mittlere Dichte heranzuziehen.


Heizungspumpe
Förderstrom [m³/h]
Förderhöhe [m]

Lösung Beispiel 1 :

1.) **Arbeitspunkt der Anlage**



a $\rightarrow$ 1

$$p_a + \rho_{60} \cdot \frac{c_a^2}{2} = p_1 + \rho_{90} \cdot \frac{c_1^2}{2} + \rho_{90} \cdot g \cdot z_{HK} + \rho_m \cdot g \cdot k_{Kessel} \cdot Q^2$$

1 $\rightarrow$ 2

$$p_1 + \rho_{90} \cdot \frac{c_1^2}{2} = p_2 + \rho_{60} \cdot \frac{c_2^2}{2} + \rho_m \cdot g \cdot k_{HK} \cdot Q^2$$

2 $\rightarrow$ e

$$p_2 + \rho_{60} \cdot \frac{c_2^2}{2} + \rho_{60} \cdot g \cdot z_{HK} = p_e + \rho_{60} \cdot \frac{c_e^2}{2}$$

e $\rightarrow$ a

$$H_{PU} = \frac{p_a - p_e}{\rho_{60} \cdot g} + \frac{\left(c_a^2 - c_e^2\right)}{2 \cdot g} \qquad \rho_m = \frac{\rho_{60} + \rho_{90}}{2}$$

Auswertung der obigen Gleichungen ergibt :

$$H_{PU} = \frac{\rho_m}{\rho_{60}} \cdot \left(k_{KESSEL} + k_{HK}\right) \cdot Q^2 - \frac{\left(\rho_{60} - \rho_{90}\right)}{\rho_{60}} \cdot z_{HK}$$

Q annehmen, H_{PU} berechnen, Verbraucherkennlinie in Diagramm eintragen, Schnitt mit Pumpenkennlinie liefert

H = 9,88 m $\qquad$ Q = 4,05 m^3/h

Positionierung der Umwälzpumpe

Position 1 :

$T_e = 60°C$

$p_{a,stat,abs} = 2 \text{ bar}$

$p_{e,stat,abs} = p_{a,stat,abs} - \rho_{60} \cdot g \cdot H = 1{,}047 \text{ bar}$

Sicherheit = 1,047 – 1,2 = -0,153 bar

Position 2 :

$T_e = 60°C$

$p_{e,stat,abs} = 2 \text{ bar}$

Sicherheit = 2 – 1,2 = 0,8 bar

Position 3 :

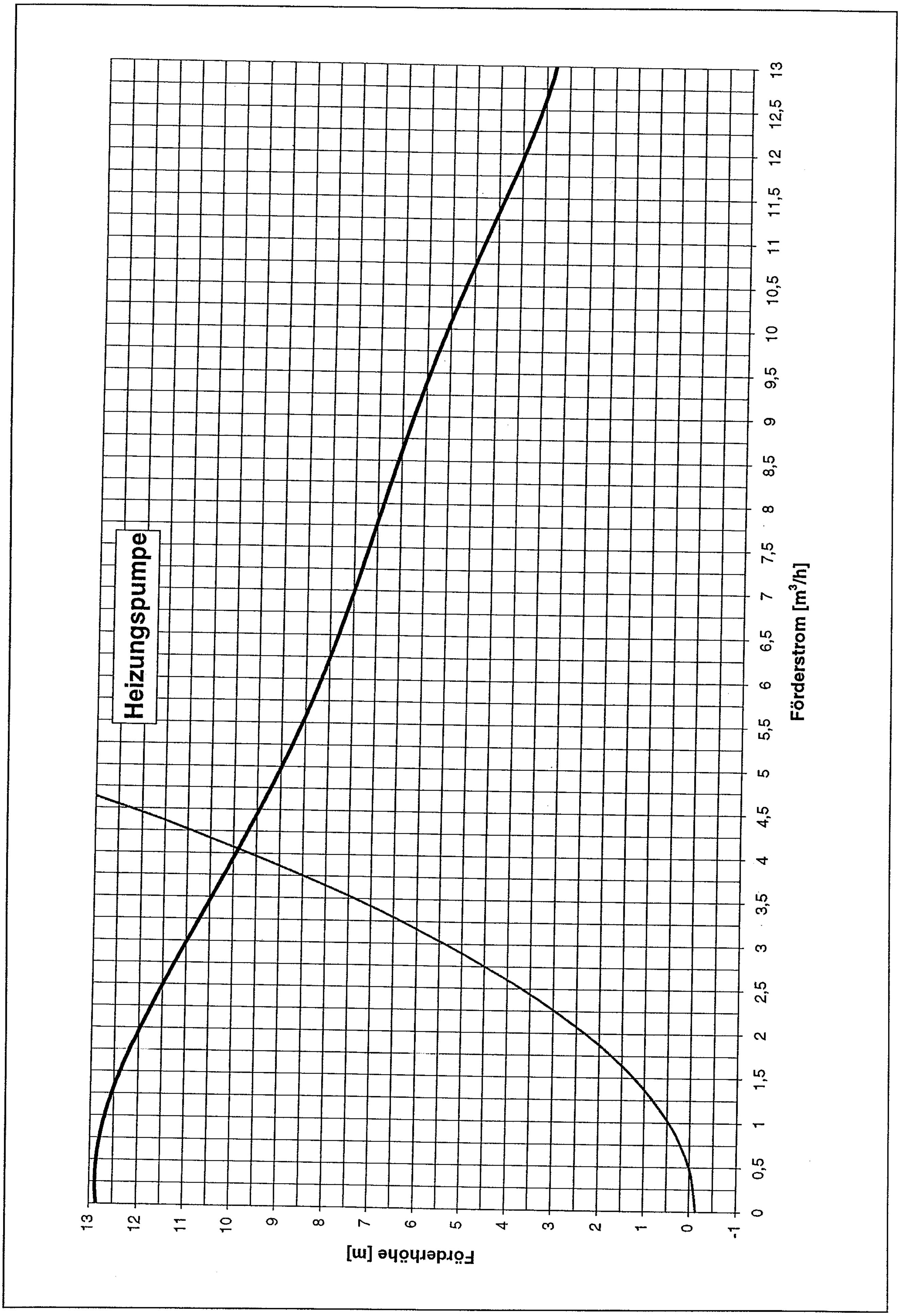
$T_e = 90°C$

$$p_{e,stat,abs} = 2 - \left(\frac{\rho_{60} + \rho_{90}}{2}\right) \cdot g \cdot 0{,}2315 \cdot Q^2 = 1{,}64 \text{ bar}$$

Sicherheit = 1,64 – 1,5 = 0,14 bar

Durchfluß ohne Umwälzpumpe

$Q = 0{,}45 \text{ m}^3/\text{h}$


Heizungspumpe
Förderstrom [m³/h]
Förderhöhe [m]

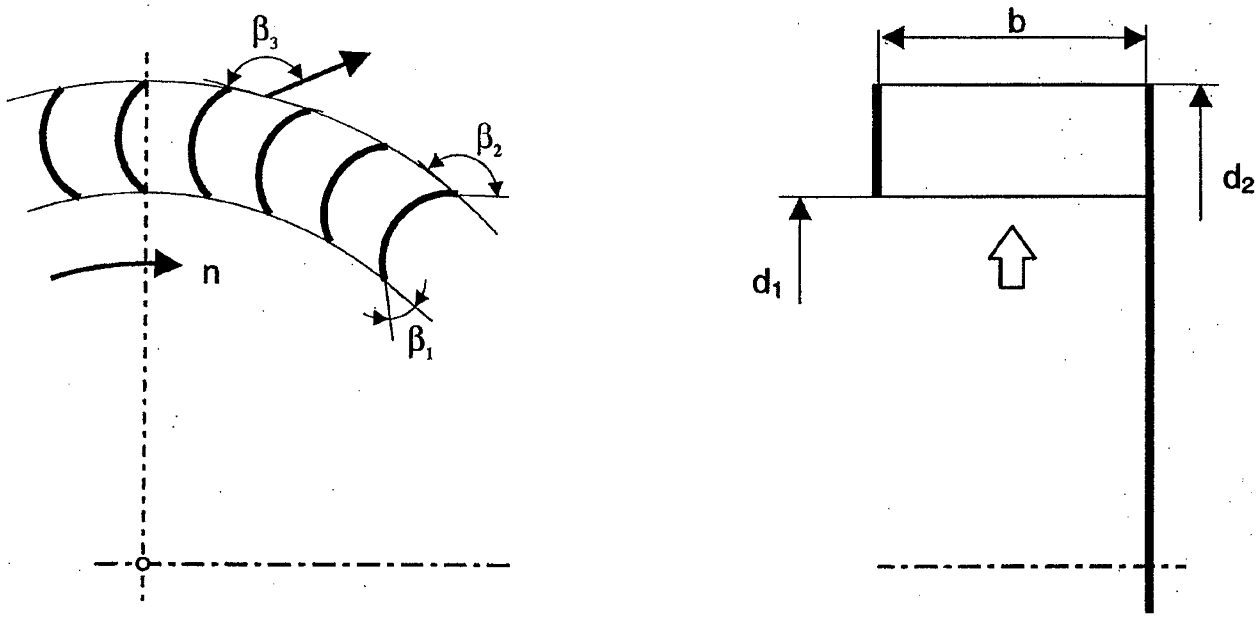
Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

TUG

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

Beispiel 1: "Sirocco Läufer"

Kleinste Abmessungen und Geräuscharmut sind Forderungen, welche verschiedene Anwendungsgebiete der Ventilatoren beherrschen. Diese Anforderungen werden durch den abgebildeten Trommelläufer erfüllt. Ständig wegen seines schlechten Wirkungsgrades getadelt, wird er dennoch seit über 80 Jahren in Stückzahlen gebaut, die keine andere Strömungsmaschine aufweisen kann.



Luft (Dichte 1,2 kg/m^3) strömt drallfrei und stoßfrei der Eintrittskante (d1) zu. Es findet eine rein radiale Durchströmung der Schaufeln statt, die Versperrung kann vernachlässigt werden.

d_1 = 200 mm d_1/d_2 = 0,875 b/d_1 = 0,6
β_1 = 64 ° (Schaufel) β_2 = 140° (Schaufel) β_3 = 125° (Strömung)
n = 3000 U/min η_u = 0,54

Verluste: Scheibenreibung 5,5 W; Lagerreibung 14 W; Spaltmenge Q_{spalt}=0,05 x Q

Für den Auslegepunkt sind gesucht:

1. Berechnung und Skizzierung der Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Laufrades
2. Fördervolumen, Förderhöhe und Totaldruckdifferenz am Laufrad
3. Wirkungsgrad und Antriebsleistung

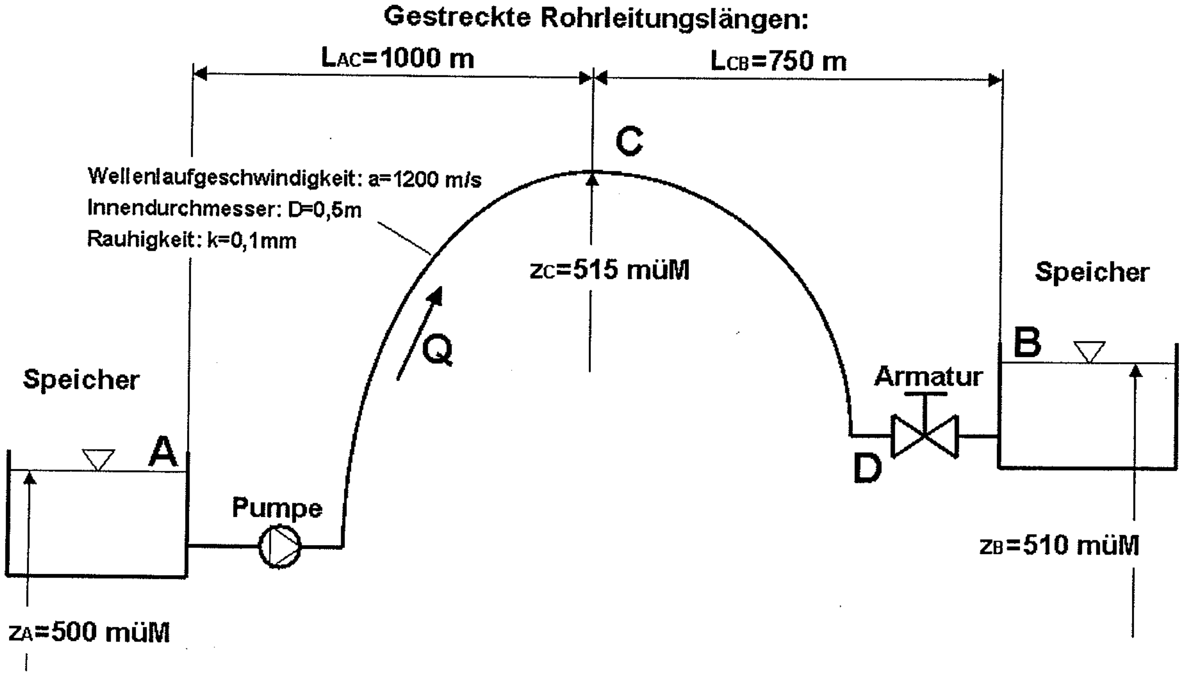
Lösung Beispiel 2 :

siehe 16.11.2001 Seite 6

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung:	Name: Matr.-Nr.: Studienkennzahl: E-Mail: Tel.:

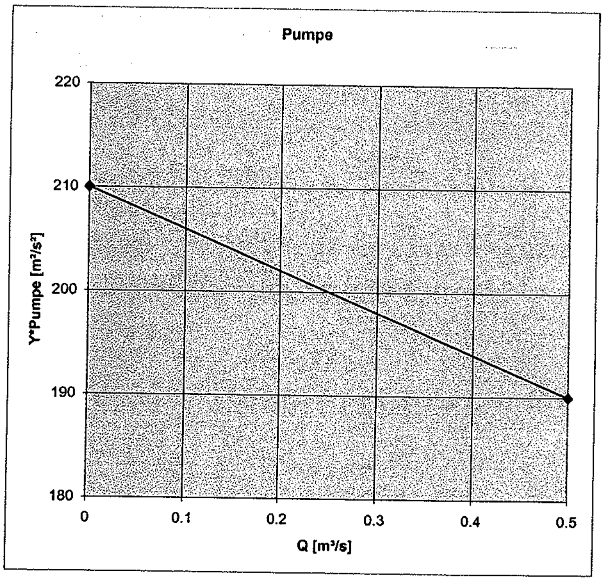
Bsp. 1: Das Bild zeigt die vereinfachte Skizze einer Pumpanlage, die Wasser vom unteren Speicher A zum Speicher B über den wegen eines dazwischen stehenden Hügels vorhandenen Hochpunkt C fördert. Der gewünschte Durchfluss wird durch die Verstellung der Armatur eingestellt.



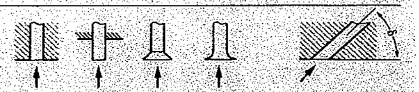
Gegeben sind die in der Skizze angegebenen Daten der Anlage inklusive Pumpenkennline und Armaturenkennlinie. Die Rohrleitungsdaten sind über die gesamte Länge konstant. Die Dichte des Wassers beträgt ρ=1000 kg/m³, die kinematische Viskosität $\nu=1{,}1 \cdot 10^{-6}$ m²/s, die Erdbeschleunigung ist 9,81 m/s², der Atmosphärendruck $p_{atmosphäre}$=1 bar. Spezifische Förderenergie $Y^*_{Pumpe}=H^*g$.

Der stationäre Betriebsdurchfluss beträgt Q=0,25 m³/s.

a. Ermitteln Sie den Rohrreibungsbeiwert und wählen Sie geeignete Verlustbeiwerte für den Rohrleitungseinlauf und –auslauf (beide scharfkantig) und für die direkt nach der Pumpe und vor der Armatur eingebauten 90°-Knie-Krümmer (Krümmungsradius R=d, rauh). Ist die Strömung laminar oder turbulent?
b. Bestimmen Sie die relative Armaturstellung φ.
c. Bestimmen Sie die für den Pumpenantrieb notwendige Wellenleistung, wenn der Gesamtwirkungsgrad der Pumpe η=85 % beträgt. Welche Leistung sollte der Motor haben?
d. Wie groß darf maximal der stationäre Durchfluss werden, damit der Wasserdruck im Hochpunkt C den Atmosphärendruck nicht unterschreitet? Tip.: Setzen sie eine Energiebilanz von A nach C an.
e. Wie groß wäre die Druckerhöhung am Punkt D, wenn die Armatur schlagartig vollständig geschlossen würde? Nur für diesen Aufgabenteil ist die Reibung zu vernachlässigen.



Einlaufstücke:



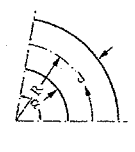
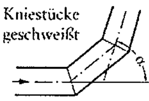
Einlaufkante						
scharf	$\zeta \approx$	0,5	3			für δ = 75° 60° 45°
gebrochen	$\zeta \approx$	0,25	0,55	0,20	0,05	$\zeta \approx$ 0,6 0,7 0,8

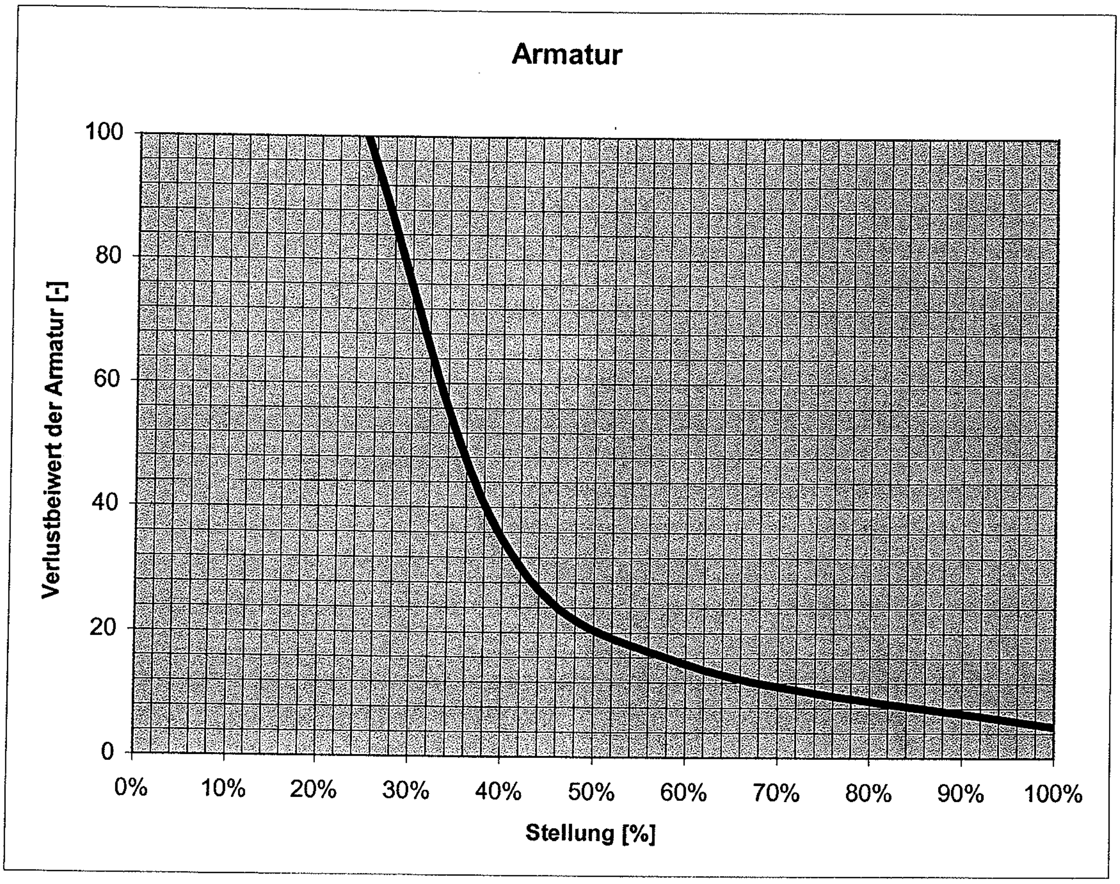
Auslaufstücke:

$\zeta \approx 1$ nach einem genügend langen geraden Rohrstück bei annähernd gleichförmiger Geschwindigkeit im Austrittsquerschnitt.

$\zeta \approx 2$ bei stark ungleichförmiger Geschwindigkeit z. B. unmittbar nach Krümmer, Armatur usw.

Tabelle 6: Verlustbeiwerte ζ in Krümmern und Kniestücken

Krümmer gebogen	α	15°		30°		45°		60°		90°	
		Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh
	ζ für R = 0	0,07	0,10	0,14	0,20	0,25	0,35	0,50	0,70	1,15	1,30
	ζ für R = d	0,03	–	0,07	–	0,14	0,34	0,19	0,46	0,21	0,51
	ζ für R = 2 d	0,03	–	0,06	–	0,09	0,19	0,12	0,26	0,14	0,30
	ζ für R ≥ 5 d	0,03	–	0,06	–	0,08	0,16	0,10	0,20	0,10	0,20
Kniestücke geschweißt 	Anzahl der Rundnähte	–	–	–	–	2	–	3	–	3	–
	ζ	–	–	–	–	0,15	–	0,20	–	0,25	–



$v=\frac{Q}{A}$; $\mathrm{Re}=\frac{v.D}{\nu}$

aus Diagr.: mit k=0,1mm: k/D=2*10-4 → λ

Beroulligl. A nach B:

$$\frac{p_b}{\rho}+g\cdot z_A=\frac{p_b}{\rho}+g\cdot z_B+\left(\zeta_E+2\cdot\zeta_K+\zeta_{Arm}+\zeta_A+\frac{\lambda\cdot(L_{AC}+L_{CB})}{D}\right)\cdot\frac{v^2}{2}-\underbrace{H\cdot g}_{Y*}$$

$$\frac{2}{v^2}\left(\frac{p_b}{\rho}+g\cdot z_A-\frac{p_b}{\rho}+g\cdot z_B+Y*\right)=\zeta_E+2\cdot\zeta_K+\zeta_{Arm}+\zeta_A+\frac{\lambda\cdot(L_{AC}+L_{CB})}{D}$$

$$\zeta_{Arm}=\left[\frac{2}{v^2}\left(g\cdot(z_A-z_B)+Y*\right)\right]-\left(\zeta_E+2\cdot\zeta_K+\zeta_A+\frac{\lambda\cdot(L_{AC}+L_{CB)})}{D}\right)$$

In Krümmerdiagramm ablesen

$$P=\frac{Q\cdot g\cdot\rho\cdot H}{\eta}=\frac{Q\cdot\rho\cdot Y*}{\eta}$$

lineares Verhalten: $Y*=210-40\cdot Q$

Bermoulli-Gleichung A-C

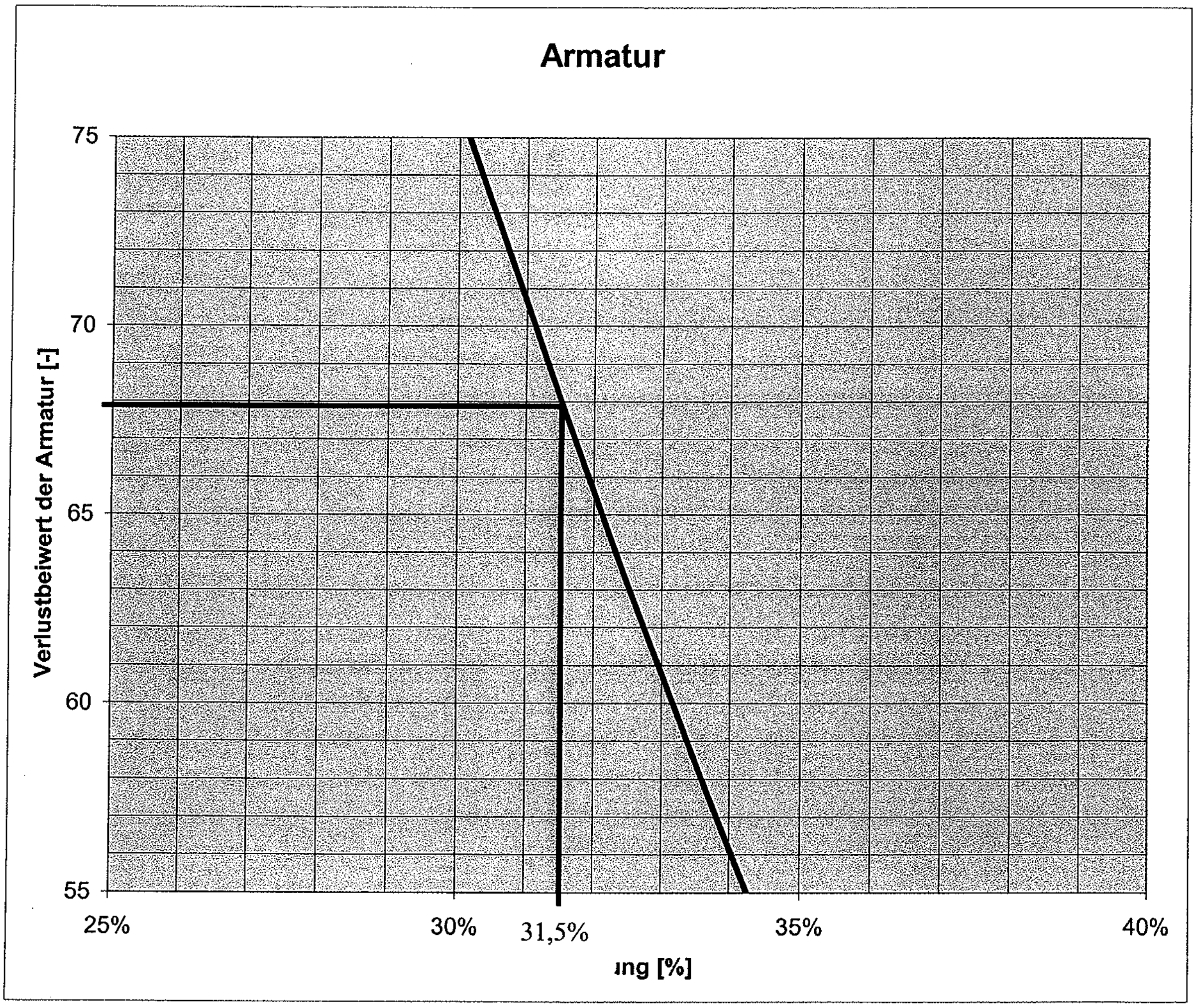
$$\frac{p_b}{\rho}+g\cdot z_A=\frac{p_b}{\rho}+g\cdot z_C+\left(\xi_E+\xi_K+\frac{\lambda\cdot L_{AC}}{D}\right)\cdot\frac{Q^2}{2\cdot A^2}+\frac{Q^2}{2\cdot A^2}-(210-40\cdot Q)$$

$$\frac{Q^2}{2\cdot A^2}\cdot\left(1+\xi_E+\xi_K+\frac{\lambda\cdot L_{AC}}{D}\right)+40\cdot Q+g\cdot(z_C-z_A)-210=0$$

Druckerhöhung: $|\Delta p|=\rho\cdot a\cdot|\Delta v|$ oder $\Delta H=\frac{a}{g}\cdot\Delta c$

	Verl.Beiwert
90° Krümmer	0.51
Einlauf	0.5
Auslauf	1

a.	k/D	0.0002			
	v=Q/A	1.27			
	Re	57727.27			
	aus Cooleb.				
	Lambda	0.016			
b.	zeta	67.84	ins Diagr. - phi=	31.5%	
c.	P	58823.53 Watt		10% Zuschlag	
	Motor	64.71 [kW]			
d.		441.08	40	-62.85	
	1	0.0906865 -0.14249116			
		x1	0.33 m³/s		
		x2	-0.43 m³/s		nicht möglich
e	deltaP	15.24 bar	entspr. Delta H	155.35 m	


Armatur
Verlustbeiwert der Armatur [-]
75
70
65
60
55
25%
30%
31,5%
35%
40%
ıng [%]

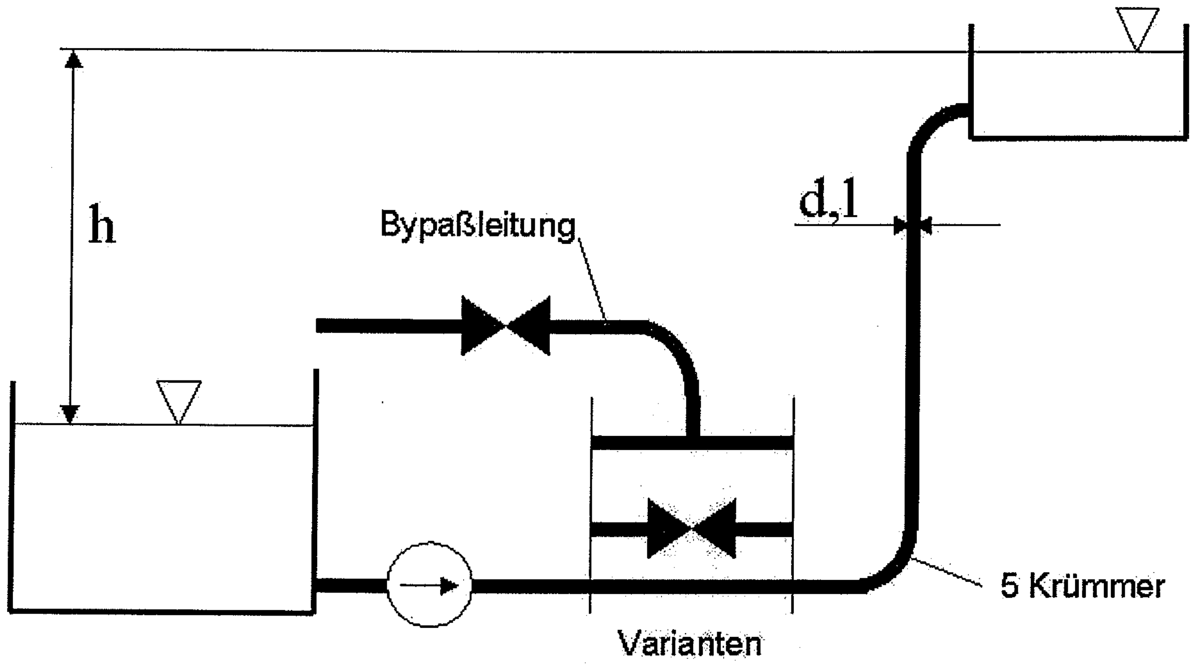
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: November 2002

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

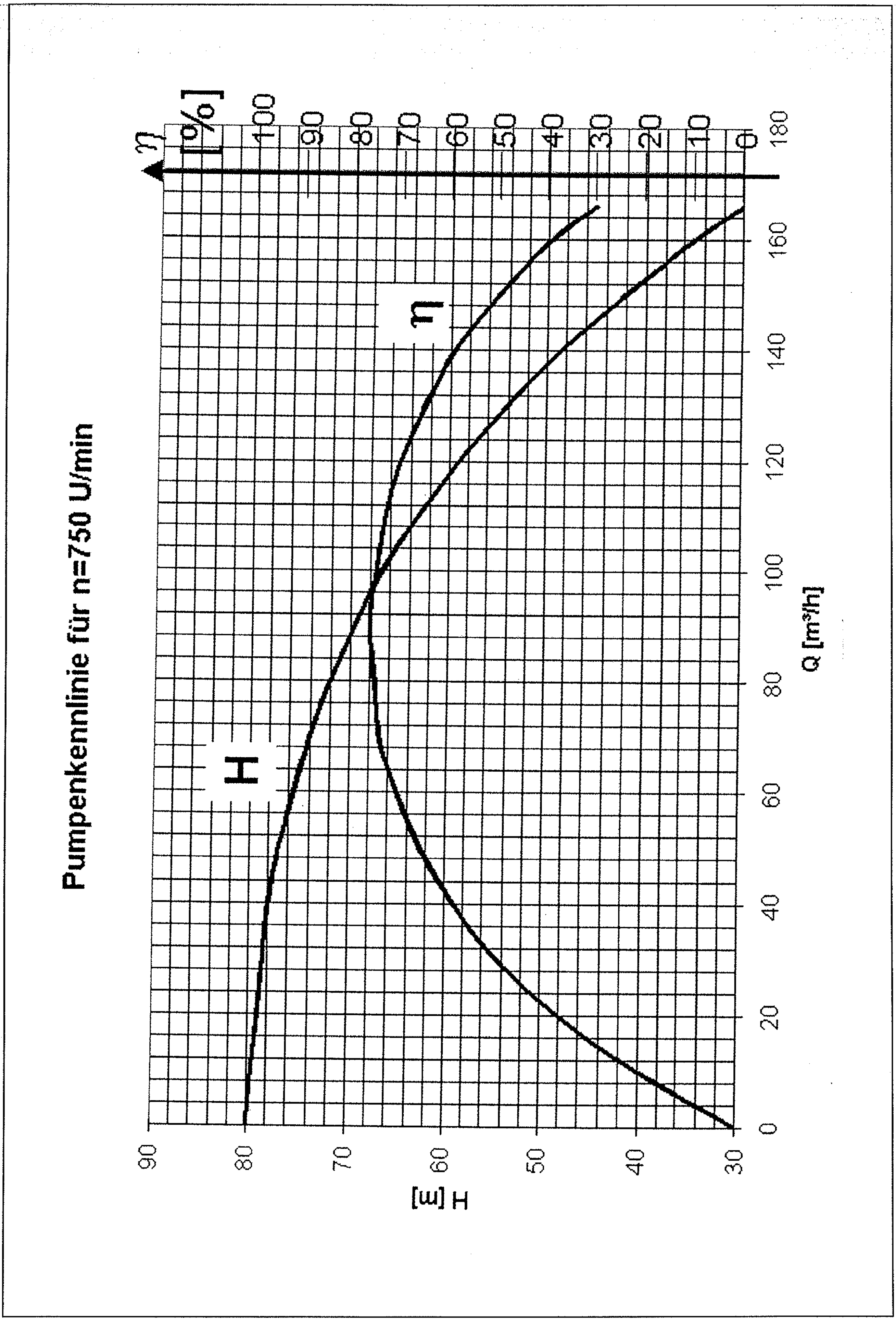
Bsp. 2: Bei einer alten Pumpanlage (siehe Skizze) soll nachträglich eine Mengenregulierung eingebaut werden.

Grundsätzlich bestehen, ohne wesentliche Änderungen der Anlage, drei Möglichkeiten: druckseitiger Einbau einer Drossel- bzw. Bypassregelung, sowie elektronische Drehzahlregelung.
Diese Varianten sollen bei 60% des Auslegungsdurchsatzes hinsichtlich der benötigten Antriebsleistung und des Anlagenwirkungsgrades bewertet werden.
Rentiert sich der Einbau einer teuren Drehzahlregelung?
Die Wirkungsgradkennline gilt für alle Drehzahlen.



Anmerkung zur Bypassregelung: In der Druckleitung wird ein Nebenauslaß geöffnet, um den überschüssigen Teil des geförderten Wassers wieder in das Unterwasser zurückzuleiten.

Angaben:
Höhenunterschied: h= 56 m
Rohrleitungslänge: l=121,6 m
Rohrdurchmesser: d=12 cm
Widerstandsbeiwert des Rohres: λ=0,05
Widerstandsbeiwert eines Krümmers: ζ_{Kr}=0,51
Preis der Drehzahlregelung: 4070 €
Lebensdauer der Anlage: 15 Jahre
Betriebsdauer (∅): 1500 h/Jahr
Preis je kWh: 0,1 €/kWh


Pumpenkennlinie für n=750 U/min
H
η
η [%]
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
H [m]
90
80
70
60
50
40
30
Q [m³/h]
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180

$$H = H_{Geod} + \frac{c^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\lambda \frac{l}{d} + 5\zeta_{Kr} + 1 \right)$$ mit $$\frac{c^2}{2 \cdot g} = \frac{16 \cdot Q^2}{2 \cdot g \cdot d^4 \cdot \pi^2}$$ folgt für H die Funktion:

$$H = H_{Geod} + \left[\frac{8 \cdot}{g \cdot d^4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\lambda \frac{l}{d} + 5\zeta_{Kr} + 1 \right) \right] \cdot Q^2$$ und somit die Verbraucherkennlinie.

Betriebspunkt bei 60% des Auslegedurchsatzes: $Q = 0.6 \cdot Q_{BP}$

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q_{BP=60\%} \cdot H_{BP=60\%}}{\eta_{PU}}$$

$$\eta_{Anlage} = \frac{Nutzen}{Aufwand} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_{Geod}}{\rho \cdot g \cdot Q_{BP=60\%} \cdot H_{BP=60\%}} \cdot \eta_{PU}$$

Ähnlichkeitsparabel:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{n'}{n} \qquad \frac{H'}{H} = \left(\frac{n'}{n} \right)^2$$

Leitungsdifferenz als Basis der Einsparung:

$$Einsparung = Jahre \cdot \underbrace{\Delta p \cdot t}_{Arbeit/Jahr[kWh/Jahr]} \cdot Preis/kWh$$

Schnittpunkt der Verbraucherkennline mit Pumpenkennline:

Q	90 m³/h	60% des Auslegungsdurchsatzes	
H	69.5 m		
etha	76 %	Q'	54 m³/h

	1 Drosselregelung				
Q'	54	m³/h	P	16.8	kW
H'	76.5	m	etha Anlage	49.05	%
etha Pumpe	67%				

	2 Bypassregelung				
Q'	114	m³/h	P	26.53	kW
H'	61.5	m	etha Anlage	31.06	%
etha Pumpe	72%				

	3 Drehzahlregelung				
Q'	54	m³/h	P	12.93	kW
H'	61.5	m³/h	etha Anlage	63.74	%
etha Pumpe	70%				

Einsparung bezogen auf niedrigste Leistung (Drehzahlregelung)

	kW	kWh/Jahr	€/Jahr	€ in15 Jahren
delta p	13.6	20400	2040	30600
delta p	3.87	5805	580.5	8707.5

Die Drehzahlregelung rentiert sich !

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftliche Prüfung: 13. Dezember 2002

1. Beispiel: AXIALER DICHTSPALT

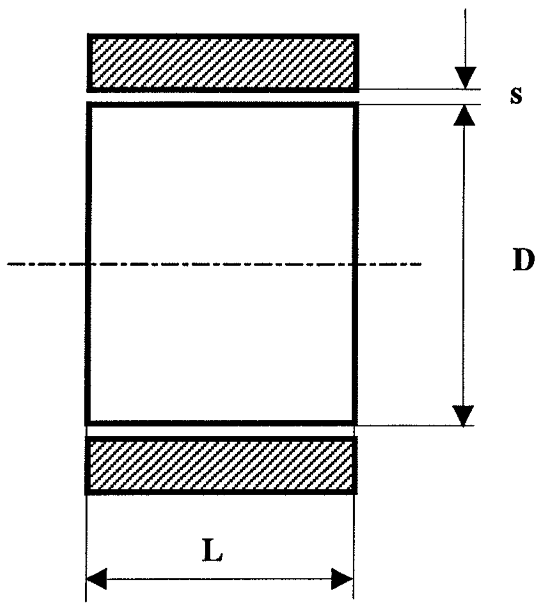
Eine axialer Dichtspalt hat die Daten:

$D =$ 500 mm			Fördermedium WASSER	
$s =$ 0,5 mm			$\rho = 1000$ kg/m³	Dichte
$k =$ 0,001 mm	Wandrauhigkeit		$\nu = 1 * 10^{-6}$ m²/s	kinematische Zähigkeit
$L =$ 250 mm				

und eine Druckdifferenz von $\Delta p =$ 1,0 bar

Verlustbeiwert am Eintritt des Dichtspaltes $\zeta_E =$ 0,5 .

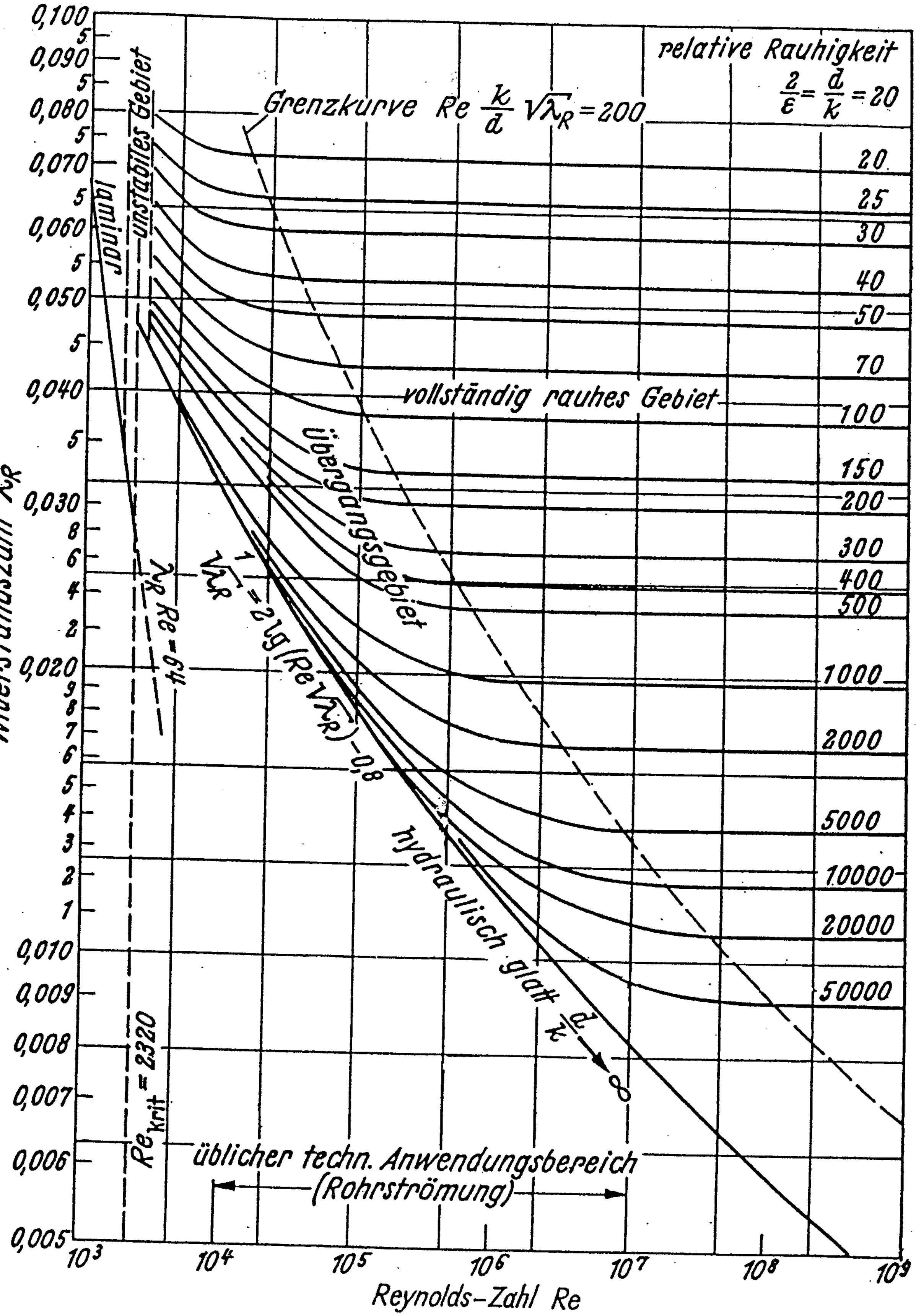
Für die Bestimmung der Wandreibung kann mit guter Näherung der Rohrreibungsbeiwert für kreisförmige Rohre verwendet werden, wenn statt des Rohrdurchmessers der „hydraulische Durchmesser" $d_H = 2s$ berücksichtigt wird.



Gesucht:

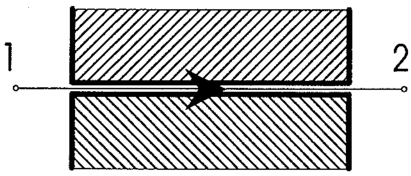
1. Spaltwassermenge Q

2. Verläufe: h_{tot}, $p_{stat}/\rho g$, $c^2/2g$
   maßstäblich über dem Dichtspalt aufgetragen.


relative Rauhigkeit $\frac{2}{\varepsilon} = \frac{d}{k} = 20$
Grenzkurve $Re \frac{k}{d} \sqrt{\lambda_R} = 200$
laminar
unstabiles Gebiet
vollständig rauhes Gebiet
Übergangsgebiet
$\lambda_R\, Re = 64$
$\frac{1}{\sqrt{\lambda_R}} = 2\lg(Re\sqrt{\lambda_R}) - 0{,}8$
hydraulisch glatt $\frac{d}{k} \to \infty$
$Re_{krit} = 2320$
üblicher techn. Anwendungsbereich (Rohrströmung)
Widerstandszahl λ_R
Reynolds-Zahl Re
20
25
30
40
50
70
100
150
200
300
400
500
1000
2000
5000
10000
20000
50000
0,100
0,090
0,080
0,070
0,060
0,050
0,040
0,030
0,020
0,010
0,009
0,008
0,007
0,006
0,005
10^3
10^4
10^5
10^6
10^7
10^8
10^9

Lösung Beispiel 1 :

1.) Spaltwassermenge Q



Energiebilanz 1 – 2

(1) $$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{c_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \sum h_{v1\text{-}2}$$

$c_1 = c_2 = 0, \quad z_1 = z_2$

(2) $$\sum h_{v1\text{-}2} = \left(\zeta_E + \lambda \cdot \frac{L}{d_H} + \zeta_A \right) \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}; \qquad c = \frac{Q}{D \cdot \pi \cdot s}, \quad d_H = 2 \cdot s$$

$$\rightarrow \qquad c = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot \left(\zeta_E + \lambda \cdot \frac{L}{2 \cdot s} + \zeta_A \right)}}$$

λ aus Diagramm $\quad Re = \frac{c \cdot d_H}{\nu} \quad \frac{d_H}{k} = 1000$

λ		c [m/sec]	Re
1. Annahme :	0,0200	5,55	5547
$\lambda(d_H/k, Re)$	0,0370	4,31	4313
	0,0395	4,19	4193
	0,0400	4,17	4170

Kontrolle : mit der Lösung c = 4,17 m/sec Druckdifferenz aus der Energiebilanz berechnen ergibt Δp = 1 bar, wie Angabe, daher Lösung in Ordnung

Spaltwassermenge : $Q = c \cdot A = c \cdot D \cdot \pi \cdot s = 3{,}28$ l/sec

Anmerkung zum Lösungsweg :

Eine analytische Lösung ist bei anderen Zahlenangaben

— laminare Strömung (Re < 2320) und im
— vollständig rauhen Gebiet (Re >>, λ = konst.)

möglich.

2.) **Idealisierte Verläufe** h_{tot} , $\dfrac{p}{\rho \cdot g}$, $\dfrac{c^2}{2 \cdot g}$

Vor dem Dichtspalt :

$p_1 = p_2 + \Delta p = 0 + 1 = 1\,\text{bar}$ $\quad$ ($p_2 = 0$ angenommen)

$$h_{tot\,1} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{{c_1}^2}{2 \cdot g} + z_1 = 10{,}19\,\text{m} \qquad (c_1 = 0,\ \ z_1 = 0)$$

Unmittelbar nach dem Eintritt :

$$h_{tot\,e} = h_{tot\,1} - h_{v\,E} = h_{tot\,1} - \zeta_E \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = 9{,}75\,\text{m}$$

$$\frac{p_E}{\rho \cdot g} = h_{tot\,e} - \frac{c^2}{2 \cdot g} = 8{,}86\,\text{m}$$

Unmittelbar vor dem Austritt :

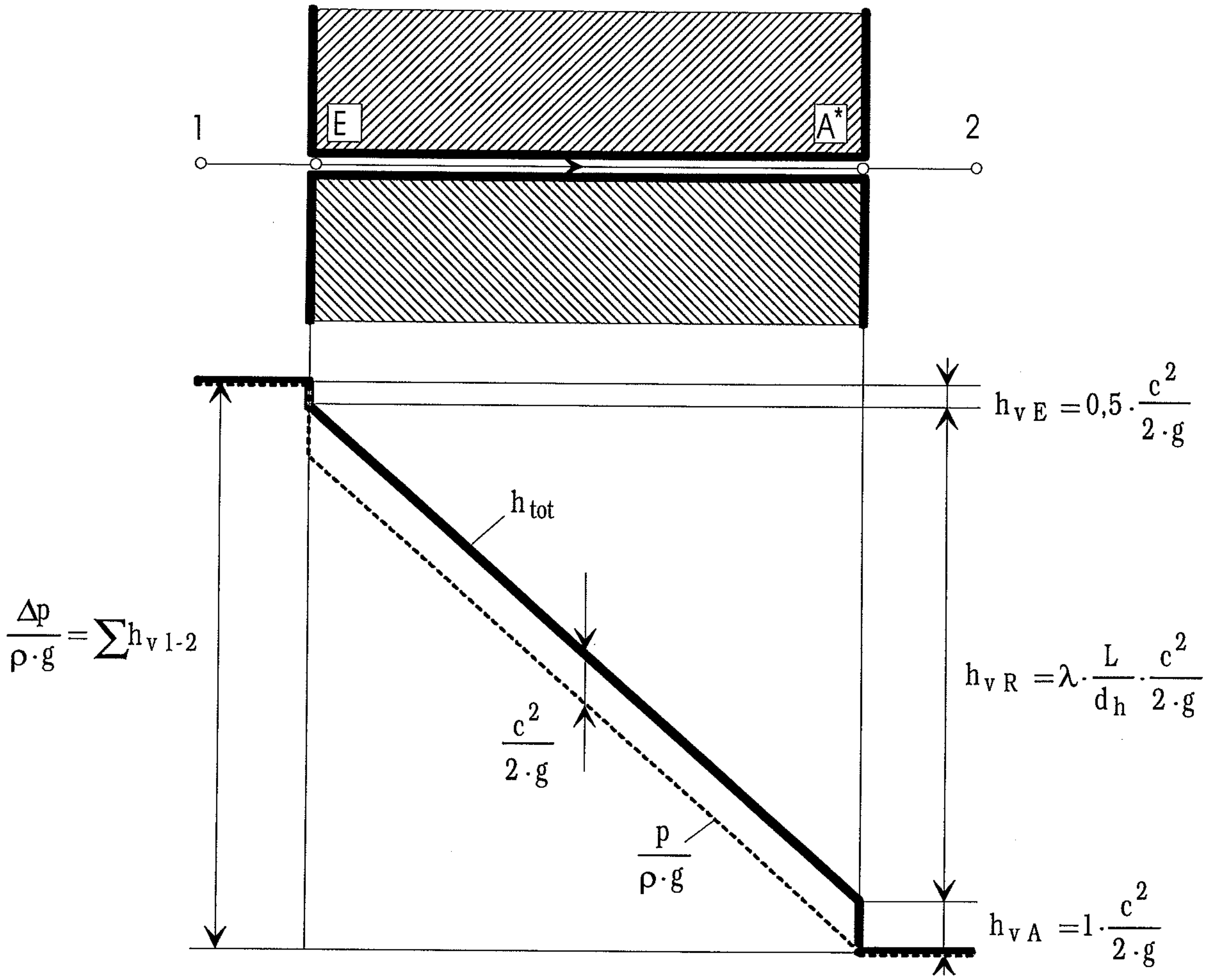
$$h_{tot\,A*} = h_{tot\,E} - \lambda \cdot \frac{L}{d_h} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = 0{,}89\,\text{m}$$

$$\frac{p_{A*}}{\rho \cdot g} = h_{tot\,A*} - \frac{c^2}{2 \cdot g} = 0\,\text{m}$$

Nach dem Austritt :

$$h_{tot\,2} = h_{tot\,A*} - \zeta_A \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = 0\,\text{m}$$

$$\frac{p_2}{\rho \cdot g} = h_{tot\,2} - \frac{{c_2}^2}{2 \cdot g} = 0\,\text{m} \qquad (c_2 = 0)$$


1
E
A*
2
$h_{vE} = 0{,}5 \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$
h_{tot}
$\frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \sum h_{v\,1\text{-}2}$
$h_{vR} = \lambda \cdot \frac{L}{d_h} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$
$\frac{c^2}{2 \cdot g}$
$\frac{p}{\rho \cdot g}$
$h_{vA} = 1 \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$

I N S T I T U T F Ü R HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN **Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg**	Name: Matrikelnummer: Schriftliche Prüfung: 13. Dezember 2002

2. Beispiel: LUFTVERSUCH

Für eine Kreiselpumpe mit den Daten

$H =$	m	
$Q =$	m³/s	
$n =$	U/min	
$D =$	mm	Laufraddurchmesser
$\eta_i = 85\ \%$	innerer Wirkungsgrad	

Fördermedium WASSER

$\rho = 1000\ kg/m^3$ Dichte

$\nu = 1 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$ kinematische Zähigkeit

soll an einem vergrößerten Modell ein Versuch in Luft durchgeführt werden.

$D_M =$	mm
$n_M =$	U/min

LUFT

$\rho = 1{,}2\ kg/m^3$ Dichte

$\nu = 15 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$ kinematische Zähigkeit

Für den ähnlichen Betriebspunkt im Luftversuch sind **gesucht:**

1. Die Förderdaten **Q** und **H**
2. Welcher Wirkungsgrad η_i ist im Luftversuch zu erwarten, wenn 50% der Verluste im Wasserbetrieb aufwertbar sind (aufwertbare Verluste $\approx$ $Re^{-0,2}$).

sowie für den Betrieb in Wasser und den Luftversuch

3. die inneren Wellenleistungen P_i
4. die spezifischen Drehzahlen n_q

Lösung Beispiel 2 :

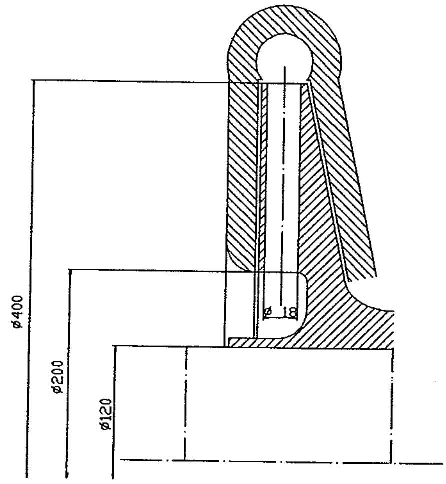
Siehe 3.3.2000 S. 6 7

TUG Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

Lochscheibenpumpe

Von einem Pumpenlaufrad sind die geometrischen Abmessungen bekannt (Zeichnung).



Das Laufrad besteht aus einer Scheibe (Innendurchmesser 200 mm, Aussendurchmesser 400 mm), in welcher 24 radiale Bohrungen (Bohrungsdurchmesser 18 mm) sitzen.
Die Laufraddrehzahl beträgt 3600 U/min, der Auslegungsförderstrom der Pumpe 450 l/min.
1.) Man berechne und skizziere das Austrittsdreieck und berechne die Umfangsförderhöhe H_u, wie auch die Pumpenförderhöhe H, wenn eine Druckzahl von $\psi=1{,}4$ vorausgesetzt werden kann.
Der Umfangswirkungsgrad soll daraus errechnet werden.
Die Zuströmung zur Pumpe ist drallfrei anzunehmen.
2.) Ermitteln Sie den Pumpenwirkungsgrad im Auslegungspunkt, wenn der volumetrische Verlust 6% der Laufradfördermenge beträgt, die Scheibenreibung wurde mit 30 kW ermittelt.
Bitte vergessen Sie nicht, dass sich die Pumpenfördermenge von der Laufradfördermenge durch den volumetrischen Verlust unterscheidet.
3.) Der Druckverlust in der Pumpe sei näherungsweise in zwei Komponenten unterteilt, einerseits der Reibungsverlust und Stoßverlust in den Bohrungen und andererseits der Druckverlust in der Spirale. Zur Ermittlung des Stoßverlustes am Bohrungseintritt sei angenommen, dass die gesamte Relativgeschwindigkeit verwirbelt wird. Der Druckverlust in den Bohrungen kann durch die klassische Rohrreibung angenommen werden ($\lambda=0{,}02$), der Druckverlust in der Spirale sei nur auf Reibung zurückzuführen. Berechnen sie im Auslegungspunkt die Verluste in der Spirale. Skizzieren Sie die theoretische wie auch tatsächliche Pumpenkennlinie in Abhängigkeit vom Förderstrom.

Lösung Beispiel 1 :

1.) Geschwindigkeitsdreiecke, H_u , H

$$Q_{PU} = 450 \frac{l}{min} = 0{,}0075 \frac{m^3}{sec}$$

$$Q_{PU} = Q_{Laufrad} - Q_{Spalt} = Q_{Laufrad}(1-0{,}06) = Q_{Laufrad} \cdot 0{,}94$$

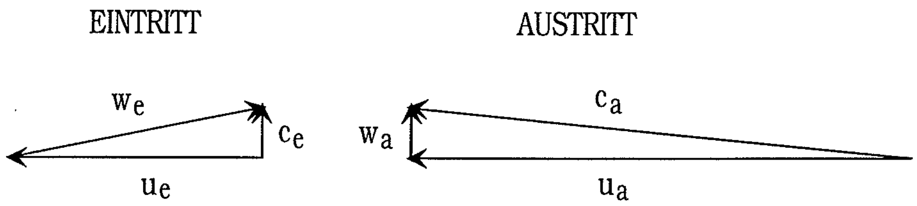
$$Q_{Laufrad} = Q_{PU} \cdot \frac{1}{0{,}94} = Q_{PU} \cdot 1{,}0638 \qquad \rightarrow \qquad Q_{Laufrad} = 0{,}007978 \frac{m^3}{sec}$$

$$c_{m\,a} = \frac{Q_{Laufrad} \cdot 4}{24 \cdot 0{,}018^2 \cdot \pi} = 1{,}306 \frac{m}{sec} \qquad = w_a$$

$$u_a = \frac{0{,}4 \cdot \pi \cdot 3600}{60} = 75{,}398 \frac{m}{sec} \qquad = c_{u\,a}$$

$$c_e = c_{m\,a} = 1{,}306 \frac{m}{sec} \qquad u_e = \frac{u_a}{2} = 37{,}699 \frac{m}{sec}$$

$$w_e = \sqrt{{u_e}^2 + {c_e}^2} = \sqrt{37{,}699^2 + 1{,}306^2} \qquad \rightarrow \qquad w_e = 37{,}722 \frac{m}{sec}$$



$$H_u = \frac{1}{g} \cdot (u_a \cdot c_{u\,a} - u_e \cdot c_{u\,e}) = \frac{1}{g} \cdot {u_a}^2 \qquad \rightarrow \qquad H_u = 579{,}49\ m$$

$$H = \frac{\psi \cdot {u_a}^2}{2 \cdot g} \qquad \rightarrow \qquad H = 405{,}647\ m$$

$$\eta_u = \frac{H}{H_u} \qquad \rightarrow \qquad \eta_u = 0{,}7$$

2.) Pumpenwirkungsgrad im Auslegungspkt.

$$\eta_{Pumpe} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\rho \cdot g \cdot Q_{Laufrad} \cdot H_u + P_{Scheibenreibung}} \qquad \rightarrow \qquad \eta_{Pumpe} = 0{,}396$$

3.) Verluste

$$\sum h_v = H_u - H = 579.49 - 405{,}647 \quad \rightarrow \quad \sum h_v = 173{,}843\,\text{m}$$

$$h_{v\,\text{Bohrung}} = \frac{\lambda \cdot L_{\text{Bohrung}}}{D_{\text{Bohrung}}} \cdot \frac{w^2}{2 \cdot g} = \frac{0{,}02 \cdot 0{,}1}{0{,}018} \cdot \frac{1{,}306^2}{2 \cdot 9{,}81} \quad = \quad 9{,}66 \cdot 10^{-3}\,\text{m}$$

$$h_{v\,\text{Eintritt}} = \frac{w_e^{\,2}}{2 \cdot g} \quad \rightarrow \quad h_{v\,\text{Eintritt}} = 72{,}525\,\text{m}$$

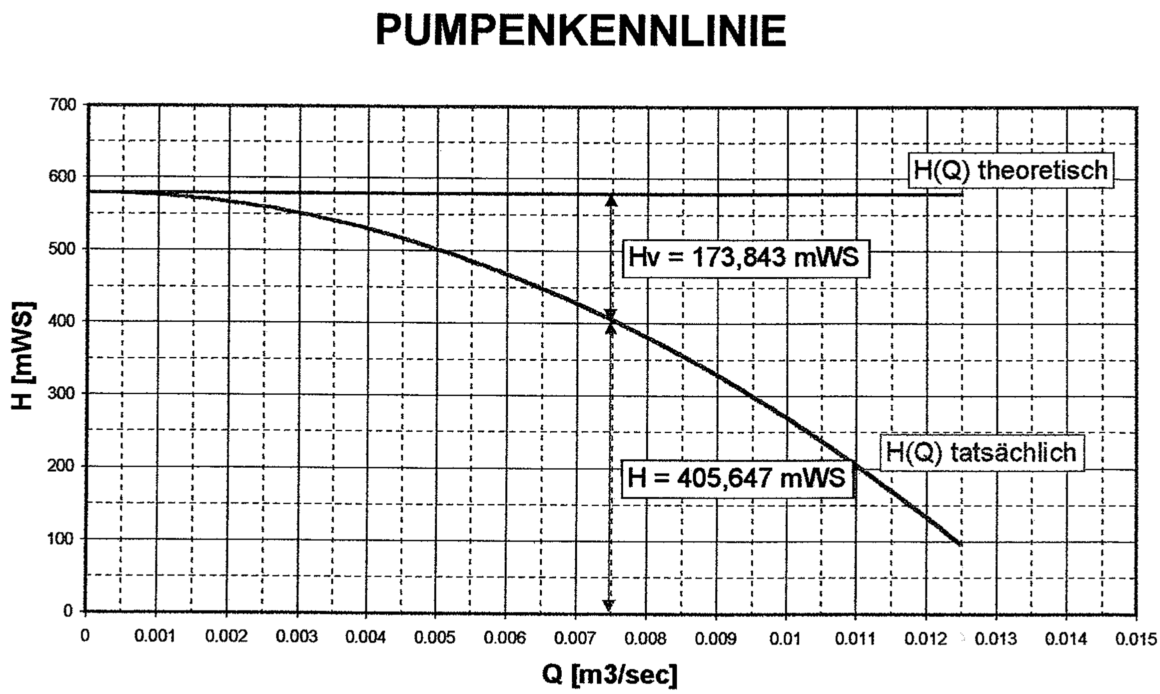
$$h_{v\,\text{Spirale}} = \sum h_v - h_{v\,\text{Eintritt}} - h_{v\,\text{Bohrung}} \quad \rightarrow \quad h_{v\,\text{Spirale}} = 101{,}308\,\text{m}$$

Kennlinie :

$$H = H_u - K \cdot Q^2$$

$$K = \frac{\sum h_{v\,\text{Auslegungspunkt}}}{Q_{\text{Auslegungspunkt}}^{\;2}} = \frac{173{,}843}{0{,}0075^2} \qquad H_u = 579{,}49\,\text{m}$$

$$\rightarrow \qquad H = 579{,}49 - 173{,}843 \cdot \left(\frac{Q}{0{,}0075}\right)^2$$



TUG Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

Vergleich Regelungsarten

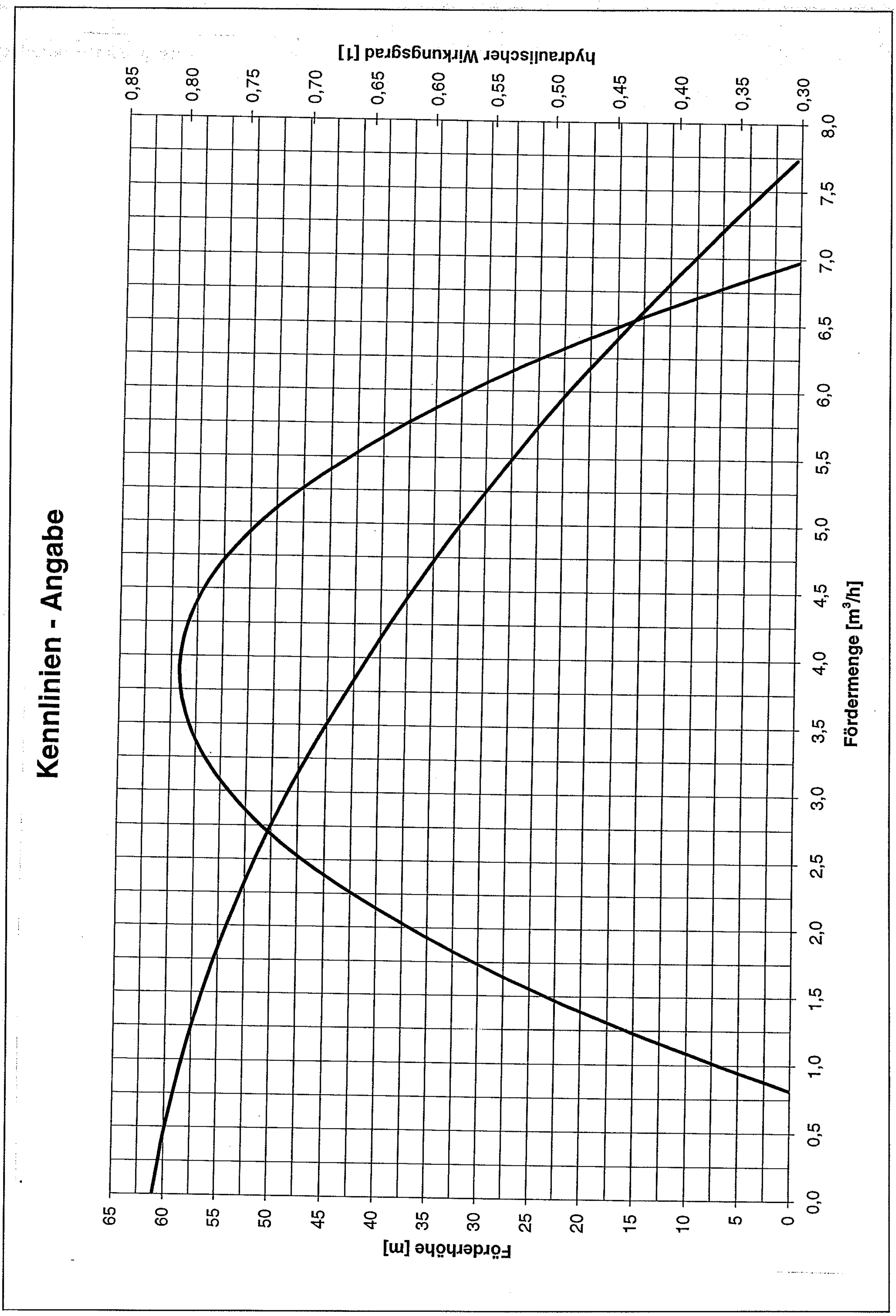
a) Drosselregelung mittels Kugelhahn ($\zeta = 0$ bei Offenstellung)
b) Bypassregelung ($\zeta = 0$ für Rohrleitung im Hauptstrang)
c) Drehzahlregelung mittels Frequenzumformer (η_{FU} liegt bei)

Wasser soll von einem Unterwasserbecken in ein Oberwasserbecken mit einem geodätischen Höhenunterschied von 25 bis 40 Meter gefördert werden.
Unabhängig von der Spiegeldifferenz soll die Pumpe , deren Kennlinie bekannt ist, immer die gleiche Menge fördern, nämlich jene, welche sich aus dem Gleichgewicht bei $H_{geod} = 40$m und einer Rohrleitungscharakteristik von k=0,2 [m/(m^3/h)^2] ergibt.
Der Motorwirkungsgrad beträgt im gesamten Betriebsbereich 80%, die Kennlinie des Pumpenwirkungsgrades wie auch jene des Frequenzumformers liegt bei.

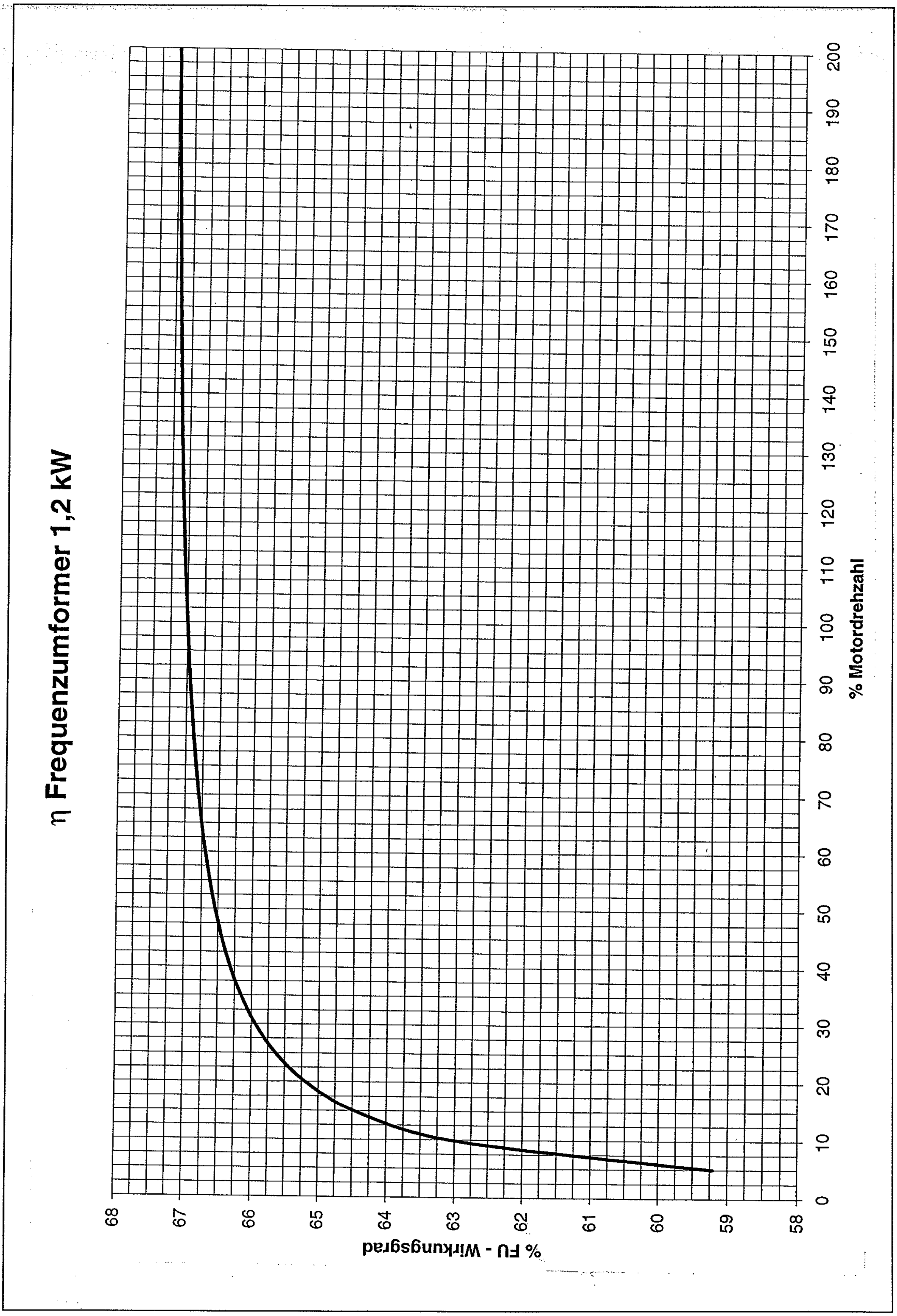
Man ermittle die drei Gesamtwirkungsgrade bei $H_{geod} = 40$m
Man ermittle die drei Gesamtwirkungsgrade bei $H_{geod} = 25$m und gleicher Fördermenge wie oben.

Zu ermitteln ist ebenfalls k, bzw. ζ (für Rohrdurchmesser D=30mm) des Kugelhahns bei H_{geod}=25 m und Q wie oben.

$$\eta = \frac{\textbf{Nutzen}}{\textbf{Aufwand}}$$



Kennlinien - Angabe
hydraulischer Wirkungsgrad [1]
0,85
0,80
0,75
0,70
0,65
0,60
0,55
0,50
0,45
0,40
0,35
0,30
Förderhöhe [m]
65
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
Fördermenge [m³/h]
0,0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
4,0
4,5
5,0
5,5
6,0
6,5
7,0
7,5
8,0


η Frequenzumformer 1,2 kW
% FU - Wirkungsgrad
68
67
66
65
64
63
62
61
60
59
58
% Motordrehzahl
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
190
200

Lösung Beispiel 2 :

Siehe 14.12.2001, S. 1 - 6

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: Februar 2003

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

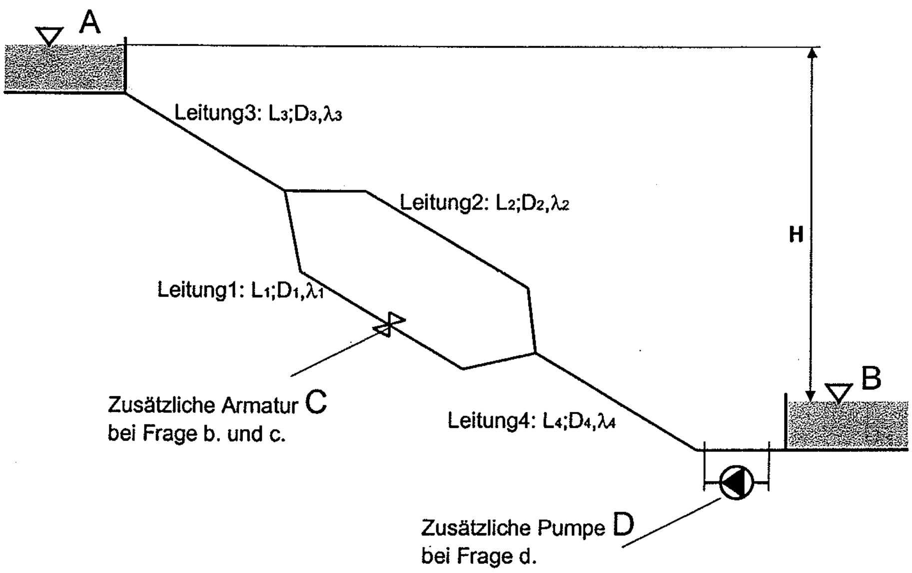
Bsp1 **Trinkwasserbehälter**

Aus einem Trinkwasserbehälter (A) fliesst Wasser tagsüber durch eine Rohleitung in einen zweiten tiefergelegenen Behälter (B). Der Wasserspiegelunterschied der beiden Behälter beträgt H = 100 [m]. Die Rohrleitung teilt sich im mittleren Teil in zwei Leitungen mit unterschiedlichen Durchmessern auf.
Folgende Daten der Anlage sind gegeben:

$L_3 = L_4 = 600$ [m] $\qquad \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0{,}012$
$D_1 = D_3 = D_4 = 2$ [m] $\qquad L_1 = 250$ m
$D_2 = 1$ [m] $\qquad L_2 = 200$ m

a. Wie groß sind die Durchflüsse in den Leitungen 1 und 2 ? Sind die Strömungen laminar oder turbulent (Begründung!) ?
b. In der Leitung 1 wird zusätzlich eine Armatur mit dem Drosselbeiwert $\zeta_{Drossel}$ eingebaut. Wie muß der $\zeta_{Drossel}$-Wert gewählt werden, damit die Durchflüsse durch die beiden Leitungen 1 und 2 gleich groß sind.
c. Durch Sonneneinstrahlung auf die im freien verlegte Rohrleitung1 verändert sich der Rohrreibungswert λ_1 auf 0,015. Welches zeta wird nun benötigt um gleiche Durchflüsse in den Leitungen 1 und 2 zu erhalten?
d. In der Nacht wir vom tiefergelegenen Speicher bei geschlossener Armatur in den höheren Speicher gepumpt (Leitung 4-2-3), wobei sich im Rohr 4 eine Geschwindigkeit von 1 [m/s] einstellen soll. Welche Pumpleistung ist erforderlich bei einem Pumpenwirkungsgrad von η=0.7 und einer Drehzahl von 500 [1/min]. Welches n_q hat die eingebaute einstufige zweiflutige Pumpe und das Laufrad.

Hinweis: Die Einlauf-, Verzweigungs- und Krümmerverluste können vernachlässigt werden, die Austrittsverluste sind zu berücksichtigen. Es herrscht Umgebungsdruck.



Kontinuitätsgleichung

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 \quad v_0 \cdot \frac{\pi \cdot D_0^{\;2}}{4} = v_1 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^{\;2}}{4} + v_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^{\;2}}{4}$$

Bernouli

$$H = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v_0^{\;2}}{2 \cdot g} + \lambda \cdot \frac{L_1}{D_1} \cdot \frac{v_1^{\;2}}{2 \cdot g} + \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v_0^{\;2}}{2 \cdot g} + \zeta_A \cdot \frac{v_0^{\;2}}{2 \cdot g} \quad (2)$$

$$H = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v_0^{\;2}}{2 \cdot g} + \lambda \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{v_2^{\;2}}{2 \cdot g} + \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v_0^{\;2}}{2 \cdot g} + \zeta_A \cdot \frac{v_0^{\;2}}{2 \cdot g}$$

$$2 \cdot H \cdot g = v_0^{\;2} \cdot \left(\lambda \cdot \frac{2 \cdot L}{D} + \zeta_A \right) + \lambda \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot v_2^{\;2} \quad (3)$$

aus (2) und (3)

$$\lambda_1 \cdot \frac{L_1 \cdot v_1^{\;2}}{D_1} = \lambda_2 \cdot \frac{L_2 \cdot v_2^{\;2}}{D_2}; \qquad v_1 = \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{L_2 \cdot D_1}{L_1 \cdot D_2}} \cdot v_2 \quad (4)$$

(4) in (1)

$$v_0 \cdot \frac{\pi \cdot D_0^{\;2}}{4} = v_2 \cdot \left(\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{L_2 \cdot D_1}{L_1 \cdot D_2}} \cdot \frac{\pi \cdot D_1^{\;2}}{4} + \frac{\pi \cdot D_2^{\;2}}{4} \right) \qquad v_0 = \frac{v_2}{D_0^{\;2}} \cdot \left(\sqrt{\frac{\lambda_2 \cdot L_2 \cdot D_1}{\lambda_1 \cdot L_1 \cdot D_2}} \cdot D_1^{\;2} + D_2^{\;2} \right) (5)$$

(5) in (3)

$$2 \cdot H \cdot g = \frac{v_2^{\;2}}{D_0^{\;4}} \cdot \left(\sqrt{\frac{\lambda_2 \cdot L_2 \cdot D_1}{\lambda_1 \cdot L_1 \cdot D_2}} \cdot D_1^{\;2} + D_2^{\;2} \right)^2 \cdot \left(\lambda \cdot \frac{2 \cdot L}{D} + \zeta_A \right) + \lambda \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot v_2^{\;2}$$

$$2 \cdot H \cdot g = v_2^{\;2} \cdot \left[\frac{\left(\sqrt{\frac{\lambda_2 \cdot L_2 \cdot D_1}{\lambda_1 \cdot L_1 \cdot D_2}} \cdot D_1^{\;2} + D_2^{\;2} \right)^2}{D_0^{\;4}} + \lambda \cdot \frac{L_2}{D_2} \right] \cdot \left(\lambda \cdot \frac{2 \cdot L}{D} + \zeta_A \right)$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot g}{\left[\frac{\left(\sqrt{\frac{\lambda_2 \cdot L_2 \cdot D_1}{\lambda_1 \cdot L_1 \cdot D_2}} \cdot D_1^{\;2} + D_2^{\;2} \right)^2 \cdot \left(\lambda \cdot \frac{2 \cdot L}{D} + \zeta_A \right)}{D_0^{\;4}} + \lambda \cdot \frac{L_2}{D_2} \right]}}$$

Wegen $Q_1 = Q_2$ wird $v_1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_1^{\;2} = v_2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_2^{\;2}$ $v_1 = v_2 \cdot \frac{D_2^{\;2}}{D_1^{\;2}}$ (6)

$$\frac{v_1^{\;2}}{2} \cdot \left(\frac{L_1 \cdot \lambda_1}{D_1} + \zeta \right) = \frac{v_2^{\;2}}{2} \cdot \left(\frac{L_2 \cdot \lambda_2}{D_2} \right)$$

mit (6)

$$\frac{L_1 \cdot \lambda_1}{D_1} + \zeta = \frac{v_2^{\;2}}{\left(v_2 \cdot \frac{D_2^{\;2}}{D_1^{\;2}} \right)^2} \cdot \left(\frac{L_2 \cdot \lambda_2}{D_2} \right) \text{ zu } \zeta = \frac{D_1^{\;4}}{D_2^{\;4}} \cdot \left(\frac{L_2 \cdot \lambda_2}{D_2} \right) - \frac{L_1 \cdot \lambda_1}{D_1}$$

c.

$$H_{Pu} = h_{geo} + h_{v,a} + h_{v,Rohr4} + h_{v,Rohr2} + h_{v,Rohr3}$$

$$H_{Pu} = h_{geo} + \zeta_{Austritt} \cdot \frac{v_0^2}{2 \cdot g} + \lambda_4 \cdot \frac{L_4}{D_4} \cdot \frac{v_4^2}{2 \cdot g} + \lambda_2 \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \lambda_3 \cdot \frac{L_3}{D_3} \cdot \frac{v_3^2}{2 \cdot g}$$

Spezifische Drehzahl:

$n_q = n \dfrac{Q_{opt}^{0.5}}{H_{opt}^{0.75}}$ in [1/min] mit n in [1/min] Q_{opt} in [m³/s] und H_{opt} in [m]

Für die Doppelflutige Pumpe für das Laufrad bedeuted das $Q_{Doppelflutig} = \dfrac{Q_{OPT}}{2}$

Hohe	100 [m]	a.)	
g	9.81	v2	9.61591856 [m/s]
Länge	600 [m]	Q2	7.55232478 [m³/s]
L1	250 [m]	v1	12.1632818 [m/s]
L2	200 [m]	Q1	38.2120767 [m³/s]
zetaaustritt	1		
Durchmesser	2 [m]	b.)	
		zeta	36.9
Lambda	0.012		
Lambda1	0.012	c.)	
Lambda2	0.012	zeta neu	36.525
D1	2 [m]	d.)	
D2	1 [m]	Q	3.14159265 [m³/s]
		c2	4
c.			
lambda	0.015	Hgeo	100 [m]
d		HvRohr4	0.18348624 [m]
GeschwRohr4	1 [m/s]	HvRohr2	1.95718654 [m]
wirkungsgrad	0.7	HvRohr3	0.18348624 [m]
Drehzahl	500 [1/min]	Hvaustritt	0.0509684 [m]
		Hpu	102.375127 [m]
		P	4507287.86 [Watt]
			4.50728786 [MW]
		nqPumpe	27.5358888 [1/min]
		nqLR	19.4708137 [1/min]

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: Februar 2003

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

Bsp2 MB/ MB-Wi - **Kaplanturbine**

Der Modellversuch einer Kaplanturbine ergab das beiliegende Muschelkurvendiagramm. Für ein Flußkraftwerk soll eine Großausführung dieses Modells gebaut werden.
Die Turbine soll so ausgelegt werden, daß sie für

$$Q = 120\ m^3/s$$
$$H = 22\ m$$

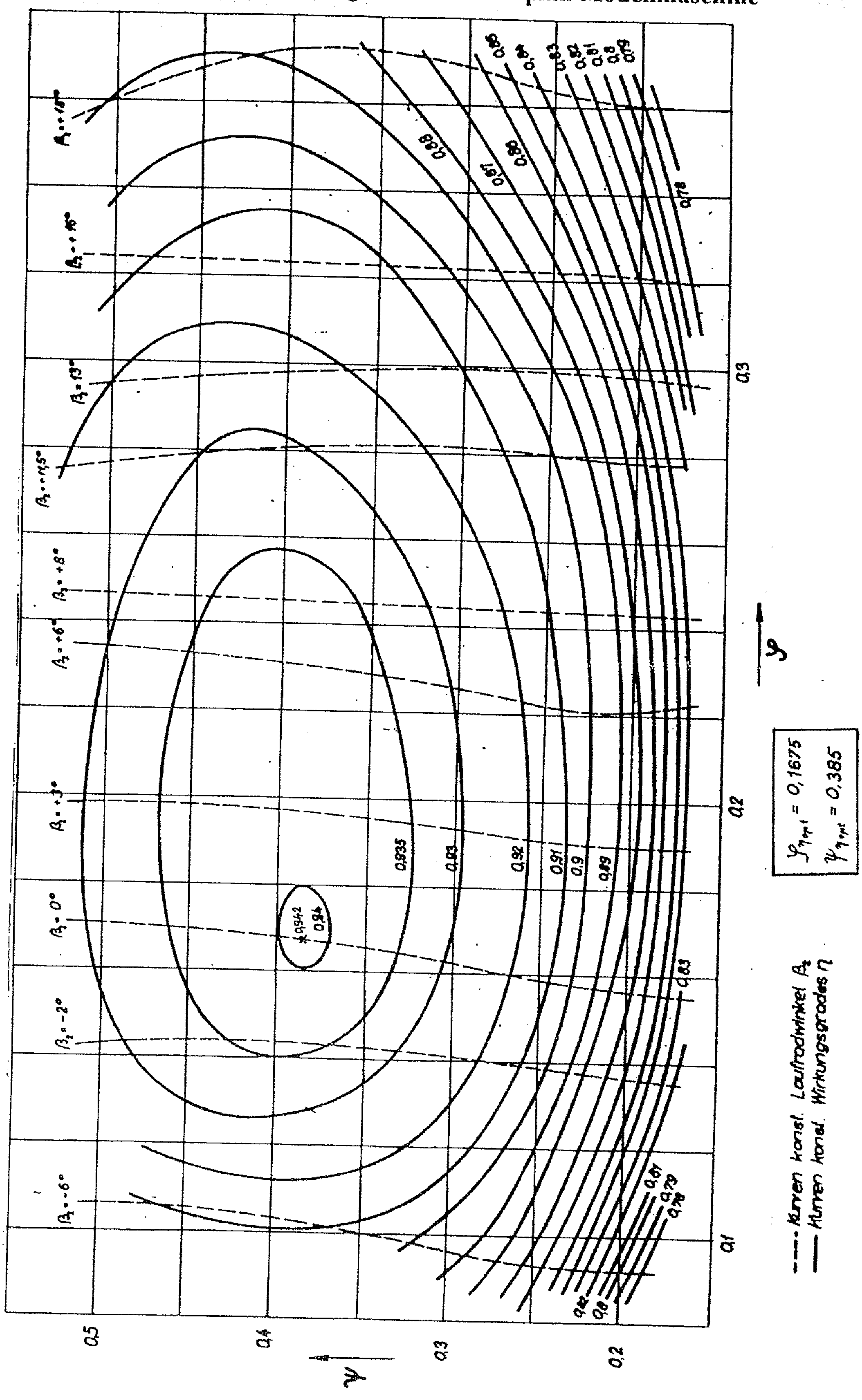
ihren besten Wirkungsgrad erreicht.

1. Wie groß ist der Durchmesser und die Drehzahl, wenn das Wirkungsgradoptimum erreicht werden soll ? Hinweis: $n_q = 157{,}78*(\varphi^{1/2}/\psi^{3/4})$.
   Wie kommt man auf die obige Formel?

2. Wie groß ist der Durchmesser, die Drehzahl und das Wirkungsgradoptimum bei Verwendung der günstigsten Synchrondrehzahl ?
   (Hinweis: die Anlage wird in Österreich verwendet)

3. Wie groß ist der beste Wirkungsgrad und dort die Durchflußmenge, den die entsprechend Punkt 1. für h_{opt} ausgelegte Maschine bei $H = 2/3*H_{Auslegung}$ erreicht?

Muscheldiagramm einer Kaplan Modellmaschine



Lösung Beispiel 2 Mb / MbW

siehe 14.3.1997 S. 1 4

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: Februar 2003

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

Bsp2 VT - **Pumpendrosselung**

Gegeben ist ein Pumpendiagramm in Industriedarstellung mit einem Laufraddurchmesser von D=615 [mm]. Das Fördermedium ist Wasser. An die Pumpe ist ein Verbraucher angeschlossen, dessen Kennlinie sich aus folgenden Daten ergibt:

Geodätische Förderhöhe: h_{geod}= 100[m]

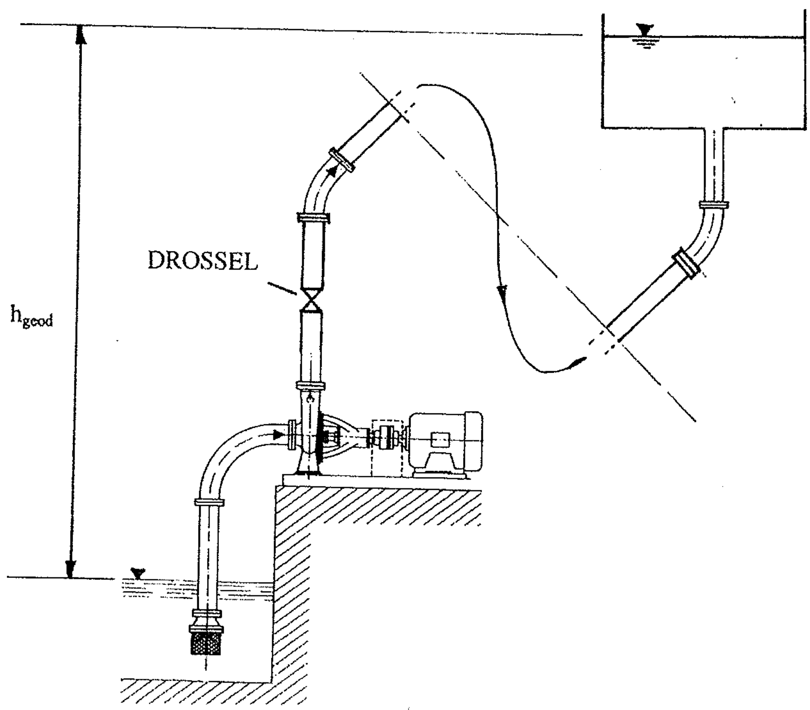
Verluste (Rohrleitung) $h_{v,reib}$ in [Meter-Flüssigkeitssäule]: $H_{v,reib}=264{,}49\ Q^2$

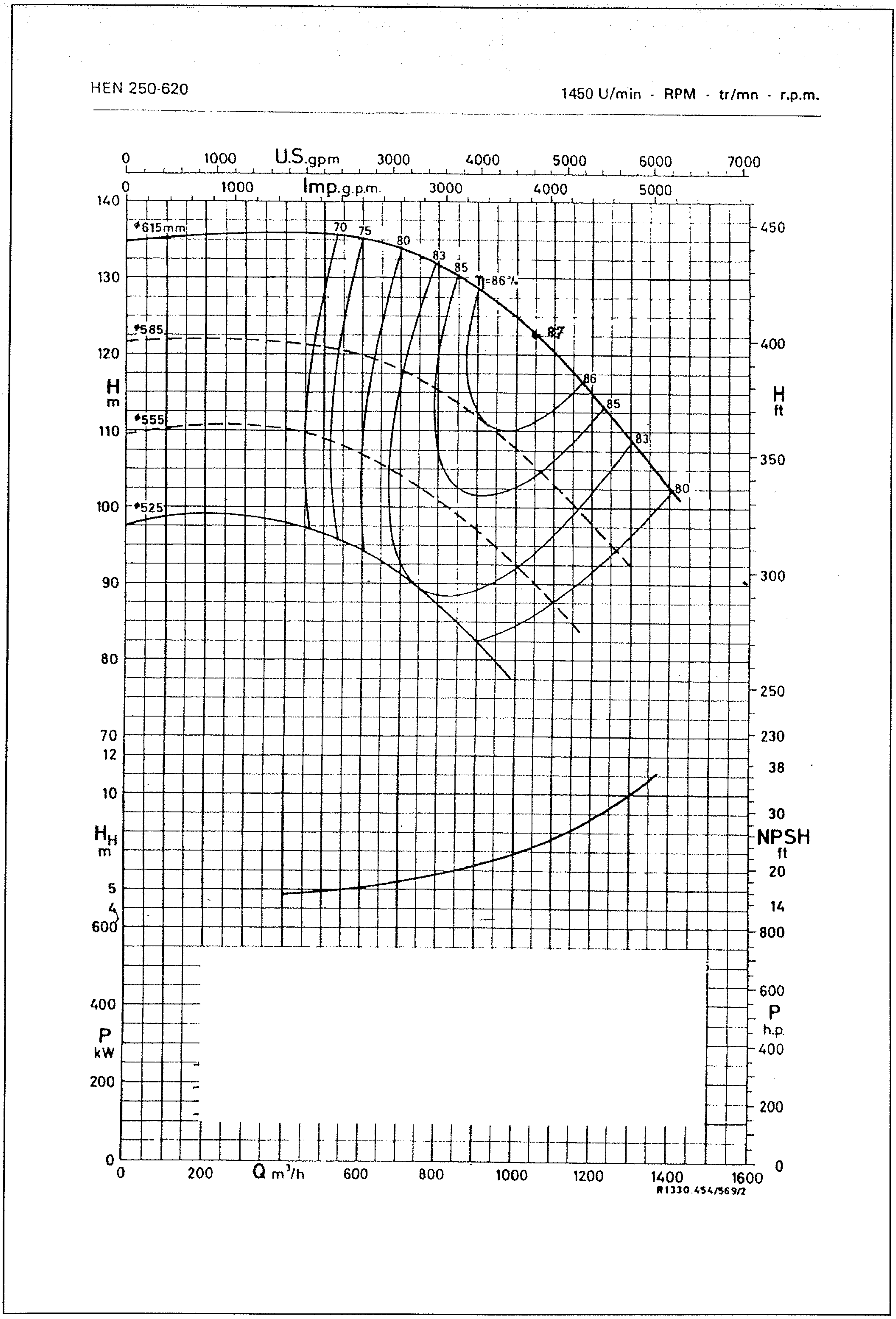
1. Gesucht ist der resultierende Betriebspunkt der Pumpe (Volumenstrom Q, Förderhöhe H, Wirkungsgrad η, Drehzahl n)

2. Die aus obigen Daten ermittelte Fördermenge der Pumpe soll mit Hilfe einer in der Rohrleitung eingebauten Drossel auf 80% reduziert werden. Wie sind die neuen Pumpendaten des neuen Betriebspunktes (Volumenstrom Q, Förderhöhe H, Wirkungsgrad η, Drehzahl n)?

3. Wie groß ist der Wirkungsgrad der Anlage (Pumpe, Drossel, Rohrleitung) bei 100% Fördermenge und bei auf 80% reduzierten Fördermenge?

4. Welcher Wirkungsgrad der Anlage (Pumpe, Rohrleitung) ist zu erreichen, wenn anstelle der Drosselregulierung auf 80% die verminderte Fördermenge durch Abdrehen des Laufrades erreicht werden soll?




HEN 250-620
1450 U/min - RPM - tr/mn - r.p.m.
U.S.gpm
0 1000 3000 4000 5000 6000 7000
Imp.g.p.m.
0 1000 3000 4000 5000
H m
140 130 120 110 100 90 80 70
H ft
450 400 350 300 250 230
ϕ615mm
ϕ585
ϕ555
ϕ525
70 75 80 83 85
η=86%
87
86
85
83
80
12 10 5 4
H_H m
38 30 20 14
NPSH ft
600 400 200 0
P kW
800 600 400 200 0
P h.p.
Q m³/h
0 200 600 800 1000 1200 1400 1600
R1330.454/569/2

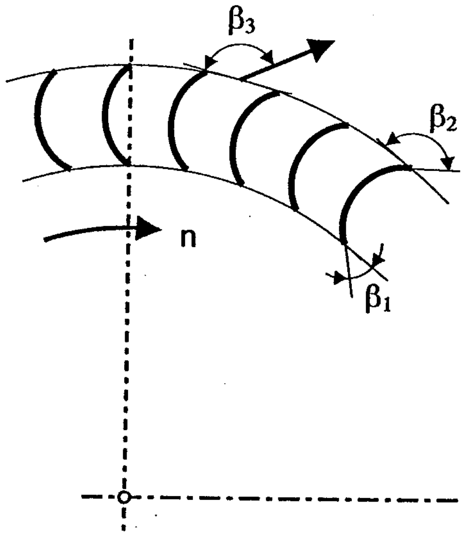
Lösung Beispiel 2 VT

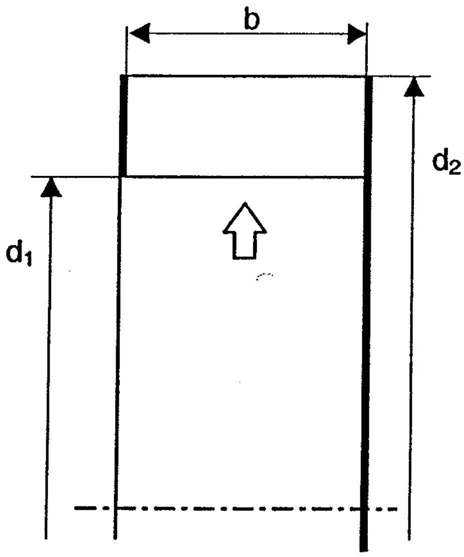
siehe 25.9.1998 S. 1 4

I N S T I T U T F Ü R	Name:	
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:	
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftl. Prüfung:	7. März 2003

1. Beispiel: Radialgebläse mit Trommelläufer

Diese Bauform mit vorwärtsgekrümmten Schaufeln wird gewählt, wenn kleine Abmessungen und geringe Geräusche gefordert werden. Nachteilig ist der geringe Wirkungsgrad.





Fördermedium ist Luft mit einer Dichte von 1,2 kg/m³. Die Zuströmung zum Laufrad ist drallfrei. Die Beschaufelung des Laufrades wird radial von innen nach außen durchströmt. Im Auslegepunkt werden die Schaufeln am Eintritt stoßfrei angeströmt. Eine Versperrung durch die Schaufeln ist zu vernachlässigen.

$d_1 = 100$ mm	$\beta_1 = 50°$ (Schaufel)	$b = 50$ mm	$n = 3000$ U/min
$d_2 = 120$ mm	$\beta_2 = 140°$ (Schaufel)	$\beta_3 = 125°$ (Strömung)	$\eta_U = 0{,}6$

Verluste: Scheibenreibung 5 W; Lagerreibung 10 W; Spaltmenge $Q_{Spalt} = 0{,}05 \cdot Q$

Für den Auslegepunkt sind gesucht:

1. Berechnung und maßstäbliche Zeichnung
   der Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Laufrades.
2. Fördervolumen und Förderhöhe bzw. Totaldruckdifferenz
3. Wirkungsgrad und Antriebsleistung

Schriftliche Prüfung: **7. März 2003**

Lösung 1.Beispiel: **Radialgebläse mit Trommelläufer**

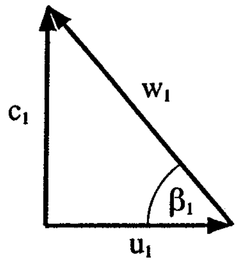
1. Geschwindigkeitsdreiecke

Eintritt: drallfrei $c_{u1} = 0$, $c_{m1} = c_1$; stoßfreie Zuströmung: Strömungswinkel = Schaufelwinkel β_1

$$u_1 = \frac{d_1 \pi \cdot n}{60} = \frac{0{,}1 \cdot \pi \cdot 3000}{60} = \underline{\underline{15{,}7\ \ m/s}}$$

$$w_1 = \frac{u_1}{\cos\beta_1} = \frac{15{,}7}{\cos 50°} = \underline{\underline{24{,}4\ \ m/s}}$$

$$c_1 = w_1 \cdot \sin\beta_1 = 24{,}4 \cdot \sin 50° = \underline{\underline{18{,}7\ \ m/s}}$$



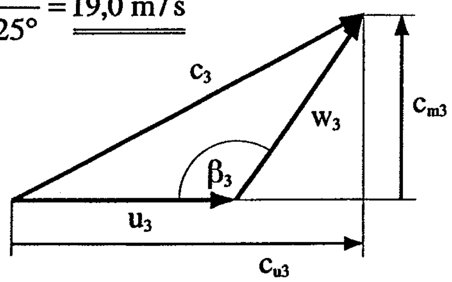
Austritt: Kontinuität zwischen Laufradein- und –austritt: $\dot{m}_1 = \dot{m}_3$ (mit ρ=konst. wegen vernachlässigbar kleiner Druckänderung) liefert Meridionalgeschw.: $c_{m3} = c_{m1} \cdot d_1 / d_2 = 18{,}7 \cdot 100/120 = \underline{\underline{15{,}6\ m/s}}$

Abströmwinkel der Relativgeschwindigkeit = β_3 ($\beta_3 < \beta_2$ = Schaufelwinkel; geringere Umlenkung wegen endlicher Schaufelzahl – Minderleistung)

$$u_3 = \frac{d_2 \pi \cdot n}{60} = \frac{0{,}12 \cdot \pi \cdot 3000}{60} = \underline{\underline{18{,}8\ m/s}} \qquad w_3 = \frac{c_{m3}}{\sin\beta_3} = \frac{15{,}6}{\sin 125°} = \underline{\underline{19{,}0\ m/s}}$$

$$c_{u3} = u_3 - w_3 \cdot \cos\beta_3 = 18{,}8 - 19{,}0 \cdot \cos 125° = \underline{\underline{29{,}8\ m/s}}$$

$$c_3 = \sqrt{c_{u3}^2 + c_{m3}^2} = \sqrt{29{,}8^2 + 15{,}6^2} = \underline{\underline{33{,}6\ m/s}}$$



2. Fördervolumen, Förderhöhe und Totaldruckdifferenz

$$Q_{Laufrad} = c_{m1} \cdot d_1 \cdot \pi \cdot b = 18{,}7 \cdot 0{,}1 \cdot \pi \cdot 0{,}05 = 0{,}294\ m^3/s$$

$$Q = Q_{Laufrad} - Q_{Spalt} = Q_{Laufrad} - 0{,}05 \cdot Q \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{Q_{Laufrad}}{1{,}05} = \frac{0{,}294}{1{,}05} = \underline{\underline{0{,}280\ m^3/s}}$$

$$H_u = \frac{1}{g}(u_3 c_{u3} - u_1 c_{u1}) = \frac{1}{9{,}81} \cdot 18{,}8 \cdot 29{,}8 = 57{,}1\ m \qquad c_{u1} = 0, \ \text{drallfreier Eintritt}$$

$$H = H_u \cdot \eta_u = 57{,}1 \cdot 0{,}6 = \underline{\underline{34{,}3\ m\,\text{Luftsäule}}}$$

$$\Delta p_{tot} = H \cdot \rho \cdot g = 34{,}3 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81 = \underline{\underline{403{,}3\ N/m^2 = 0{,}00403\ bar}} \qquad (= 41{,}1\ mmWS)$$

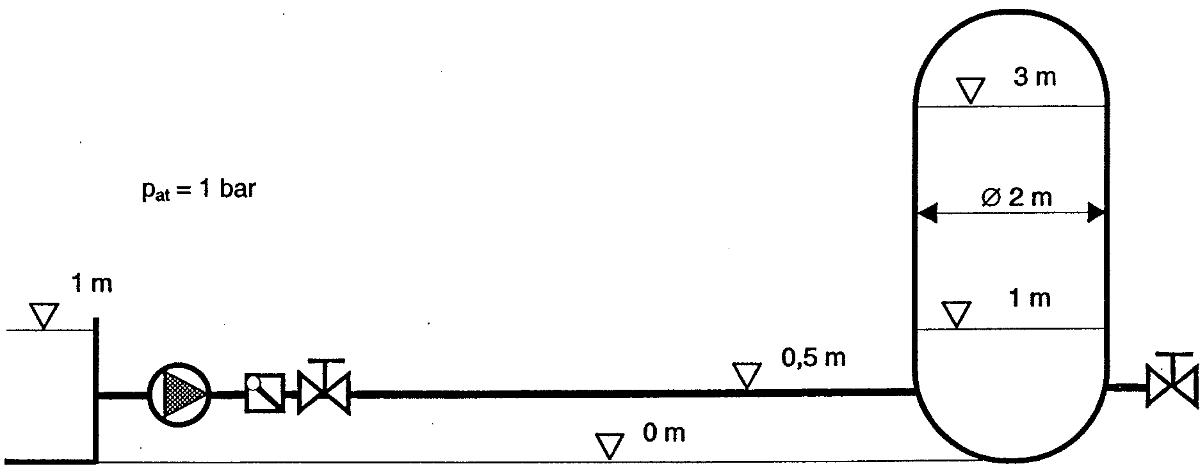
3. Erforderliche Antriebsleistung und Wirkungsgrad

$$P = Q_{Laufrad} \cdot H_u \cdot \rho \cdot g + P_{Scheibenreibung} + P_{mech} = 0{,}294 \cdot 57{,}1 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81 + 5 + 10 = \underline{\underline{212{,}6\ W}}$$

$$\eta = \frac{Q \cdot H \cdot \rho \cdot g}{P} = \frac{0{,}280 \cdot 34{,}3 \cdot 1{,}2 \cdot 9{,}81}{212{,}6} = \underline{\underline{0{,}532}}$$

I N S T I T U T F Ü R	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftl. Prüfung: 7. März 2003

2. Beispiel: Füllen eines Druckwasserspeichers

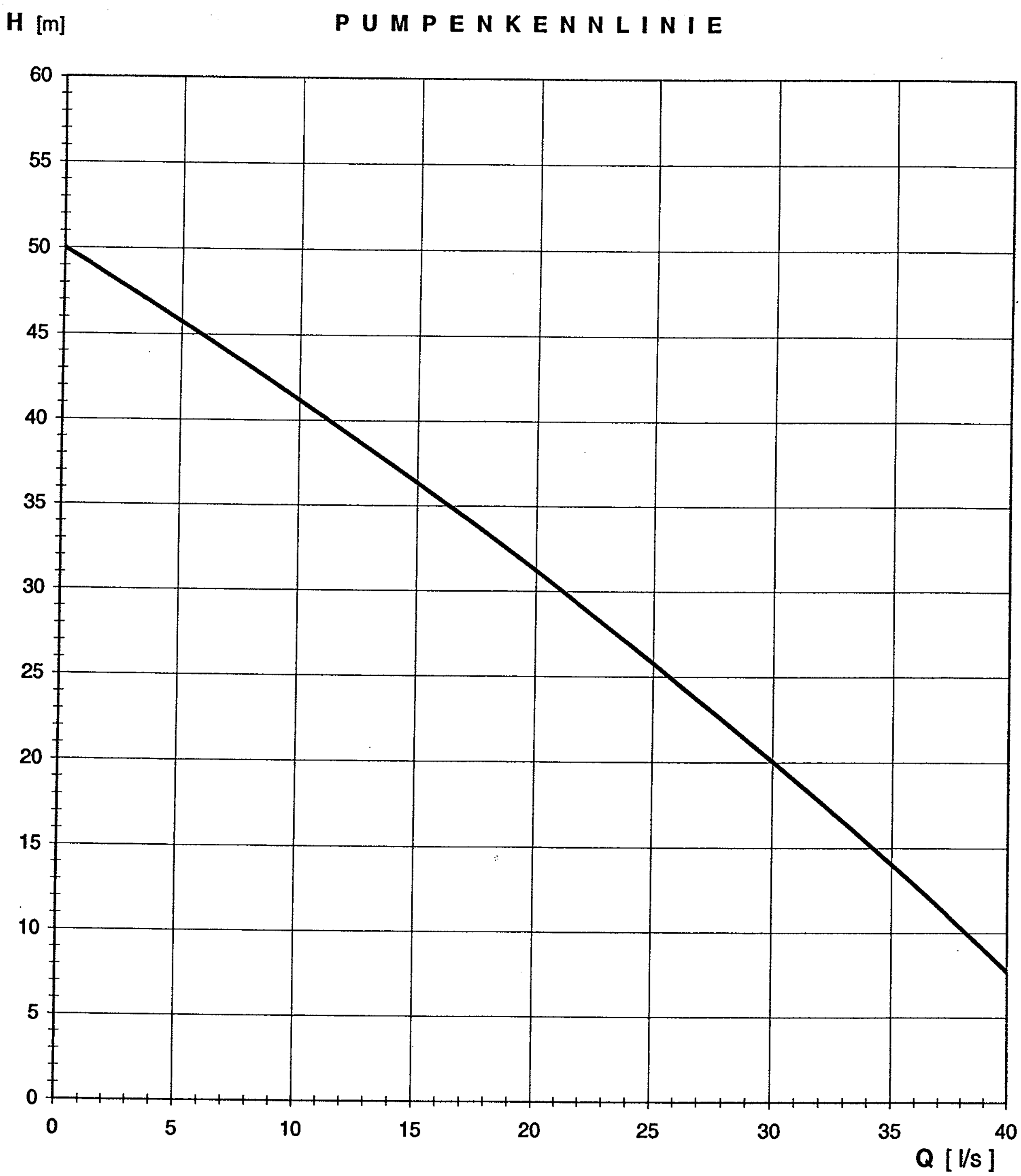


In der skizzierten Anlage fördert eine Pumpe Wasser aus einem Becken mit konstantem Spiegel in einen Druckwasserspeicher.
Zu Förderbeginn befindet sich der Wasserspiegel im Speicher auf einer Höhe von 1m. Im Luftraum ober dem Wasserspiegel herrscht ein Druck von 1 bar absolut und das Luftvolumen beträgt 8 m³. Durch das einströmende Wasser wird die Luft isotherm komprimiert: $p \cdot V = \text{konst.}$
Der Druckwasserspeicher wird bis auf eine Höhe von 3 m gefüllt.

Anlagedaten: Pumpenkennlinie siehe Beilage, Saugleitung verlustfrei.
Druckleitung: $d = 100$ mm, $L = 100$ m, $\lambda = 0{,}02$
Rückschlagventil: $\zeta = 1{,}2$, Absperrventil: $\zeta = 0{,}3$

Gesucht:

1. Betriebspunkt Q, H für den Förderbeginn.
2. Betriebspunkt Q, H für das Förderende.
3. Füllzeit.



H [m]
PUMPENKENNLINIE
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40
Q [l/s]

Schriftliche Prüfung: **7. März 2003**

Lösung 2.Beispiel: **Füllen eines Druckspeichers**

Verbraucherkennlinie:

$$H_V = \frac{p_O - p_U}{\rho g} + \frac{c_O^2 - c_U^2}{2g} + z_O - z_U + \Sigma h_{V,U-O} \qquad p_U = p_{at} = 1\text{bar} \qquad c_U = c_O = 0$$

$$\Sigma h_{V,U-O} = (\Sigma\zeta + \lambda\frac{L}{D} + 1)\frac{c^2}{2g} = 0{,}01859 \cdot Q[l/s]^2$$

1. Förderbeginn: $z_O = z_U = 1$ m, $p_O = p_U = 1$ bar

$H_V = 0{,}01859 \cdot Q[l/s]^2$

Betriebspunkt: Schnittpunkt Verbraucherkennlinie / Pumpenkennlinie

Q = 31,4 l/s, H = 18,3 m

2. Förderende: z = 3 m; Luftvolumen und Absolutdruck im Druckkessel:

$$V = V_0 - \Delta V = V_0 - \frac{D^2\pi}{4}(z - z_0) = 8 - \frac{2^2\pi}{4}(3-1) = 1{,}717\ \text{m}^3 \qquad p = p_0\frac{V_0}{V} = 1\frac{8}{1{,}717} = 4{,}66\ \text{bar}$$

Verbraucherkennlinie:

$$H_V = \frac{(4{,}66-1)\cdot 10^5}{9{,}81\cdot 1000} + (3-1) + 0{,}01859\cdot Q^2 = 39{,}31 + 0{,}01859\cdot Q^2 \qquad Q \ \text{in} \ [l/s]$$

Betriebspunkt: Schnittpunkt Verbraucherkennlinie / Pumpenkennlinie

Q = 10 l/s, H = 41,2 m

3. Füllzeit: einströmende Wassermenge = Volumszuwachs im Druckspeicher

$$Q \cdot dt = A \cdot dz$$

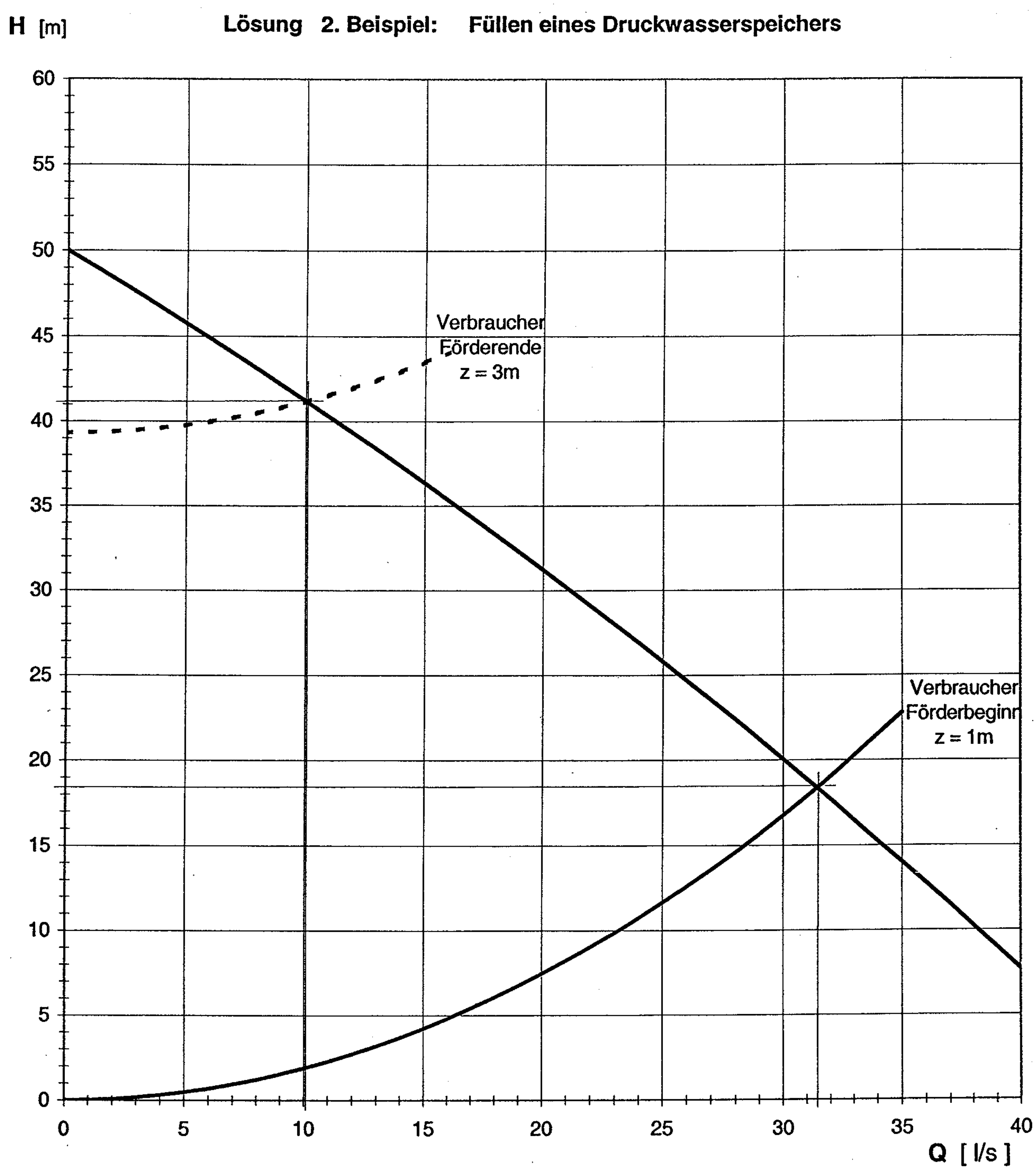
$$\Rightarrow \quad t = A \cdot \int_{z=1}^{3} \frac{dz}{Q(z)}$$

Für die numerische Integration werden noch drei weitere Betriebspunkte zwischen Förderbeginn und Förderende berechnet.

z [m]	1	1,5	2	2,5	3
Q [m³/s]	0,0314	0,0301	0,0281	0,0241	0,010

Integration (Trapezregel):

$$t \cong A \cdot \left(\frac{1}{2}\frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} + \frac{1}{Q_3} + \frac{1}{Q_4} + \frac{1}{2}\frac{1}{Q_5}\right)\cdot \Delta z = 277 \quad \text{sec}$$


H [m]
Lösung 2. Beispiel: Füllen eines Druckwasserspeichers
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
Verbraucher
Förderende
z = 3m
Verbraucher
Förderbeginn
z = 1m
0
5
10
15
20
25
30
35
40
Q [l/s]

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

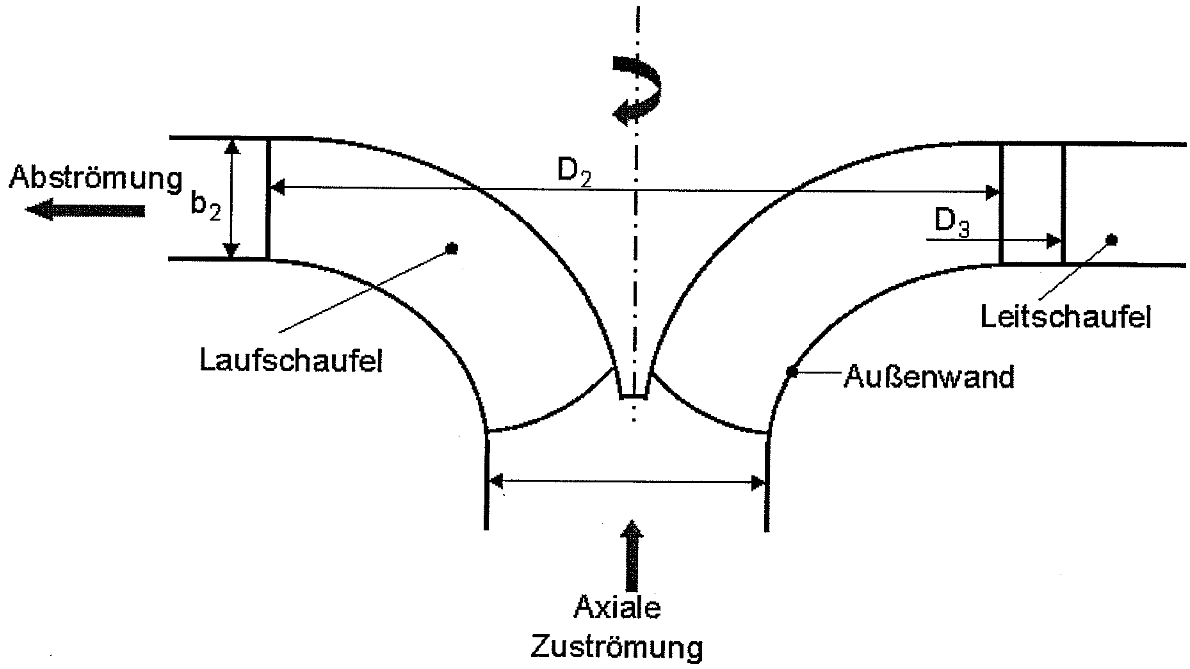
Prüfung: Juni 2003

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

Bsp.1 Radialpumpe

Eine Radialpumpe soll den Volumenstrom Q eines Mediums mit der Dichte ρ über eine Förderhöhe H fördern. Der Durchmesser beträgt am Laufradeintritt D_1 und am Laufradaustritt D_2. Die Breite des Kanals ist b_2. Die Pumpe hat den Wirkungsgrad η und rotiert mit der Drehzahl n. (Ann.: konstante Geschwindigkeitsverteilung).



Q= 0,188 m³/s
H=14 m
N=500 1/min
ρ=1000 kg/m³
D_2=0,632 m
D_1=0,252 m
B_2 =0,047 m
η=0,9
g=9,81 m²/s

a. Welche Leistung P muss zur Förderung des Volumenstromes aufgebracht werden, Welches Drehmoment M wird vom Laufrad übertragen?
b. Bestimmen Sie die Schaufelwinkel β_1 am Laufradeintritt an der Außenwand und β_2 am Laufradaustritt bei schaufelkongruenter Zu- und Abströmung Strömungswinkel=Schaufelwinkel). Zeichnen Sie die dazugehörigen Geschwindigkeitsdreiecke.

Zur günstigeren Abströmung wird hinter dem Laufrad ein Leitrad mit stehendem Schaufelgitter angebracht. Die Eintrittskanten der Leitschaufeln befinden sich auf dem Durchmesser D_3=1,15 D_2. In der Strömung im Zwischenraum zwischen Laufrad und Leitrad bleibt der Drall vollständig erhalten.

c. Bestimmen Sie am Leitradeintritt die Umfangsgeschwindigkeit, die Geschwindigkeit in radialer Richtung und den Strömungswinkel α_3.
d. Warum wurde bei dieser Förderhöhe und Durchsatz ein Radialrad gewählt?

a. Pumpenleistung und Drehmoment

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q}{\eta} \qquad M = \frac{P}{\omega} \text{ mit } \omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

b. Schaufelwinkel

$$c = \frac{Q}{A_1} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_1^2} \text{ sowie } u_1 = \omega \cdot \frac{D_1}{2} \text{ der Schaufelwinkel zu } \beta_1 = \arctan\left(\frac{c_1}{u_1}\right)$$

$$c_{m2} = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2} \text{ sowie } u_2 = \omega \cdot \frac{D_2}{2}$$

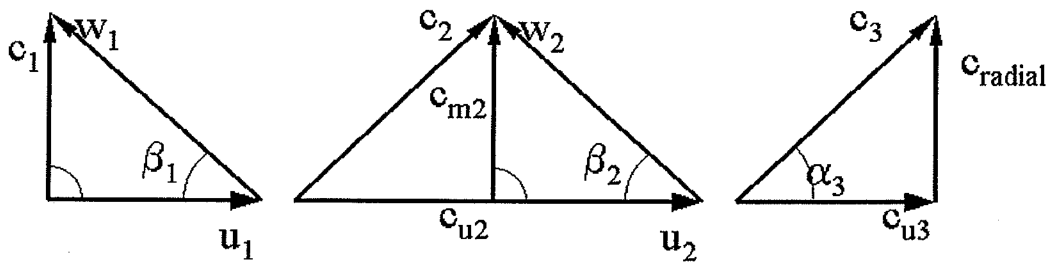
aus der Hauptgleichung folgt: $c_{u2} = \frac{g \cdot H}{u_2}$ und damit $\beta_2 = \arctan\left(\frac{c_{m2}}{u_2 - c_{u2}}\right)$

c. Strömungswinkel

Drall bleibt erhalten: $c_{u3} = \frac{D_2}{D_3} \cdot c_{u2}$ und $c_{radial} = \frac{Q}{A_3} = \frac{Q}{D_3 \cdot \pi \cdot b_2}$ und damit $\alpha_3 = \arctan\left(\frac{c_{radial}}{c_{u3}}\right)$

d. Spezifische Drehzahl

$$n_q = n \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}}$$



Eintritt Laufrad | Austritt Laufrad | Eintritt Leitrad

Q	0.188 m³/s
H	14 m³/s
n	500 1/min
rho	1000 kg/m³
D1	0.252 m
D2	0.632 m
b2	0.047 m
etha	0.9
g	9.81 m²/s
D3/D2	1.15

a.	
P	28688.8 W
omega	52.3598776 1/s
M	547.91572 Nm

b.	
c1	3.76935365 m/s
u1	6.59734457 m/s
beta1	29.7412311 °
cm2	2.01461953 m/s
u2	16.5457213 m/s
cu2	8.3006354 m/s
beta2	13.7307213 °

c.	
cu	7.21794383 m/s
cradial	1.75184307 m/s
alpha	13.6422773 °

d.	
nq	29.9538674 1/min

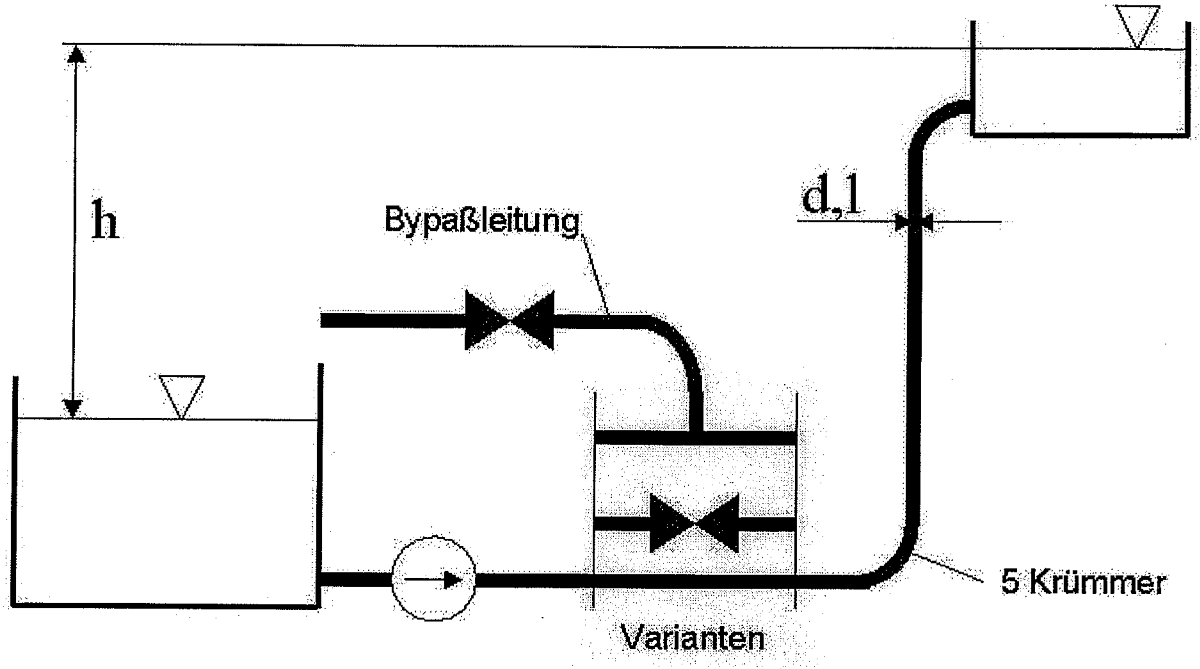
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: Juni 2003

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

Bsp. 2: Bei einer alten Pumpanlage (siehe Skizze) soll nachträglich eine Mengenregulierung eingebaut werden.

Grundsätzlich bestehen, ohne wesentliche Änderungen der Anlage, drei Möglichkeiten: druckseitiger Einbau einer Drossel- bzw. Bypassregelung, sowie elektronische Drehzahlregelung.
Diese Varianten sollen bei 60% des Auslegungsdurchsatzes hinsichtlich der benötigten Antriebsleistung und des Anlagenwirkungsgrades bewertet werden.
Rentiert sich der Einbau einer teuren Drehzahlregelung?
Die Wirkungsgradkennline gilt für alle Drehzahlen.



Anmerkung zur Bypassregelung: In der Druckleitung wird ein Nebenauslaß geöffnet, um den überschüssigen Teil des geförderten Wassers wieder in das Unterwasser zurückzuleiten.

Angaben:
Höhenunterschied: h= 56 m
Rohrleitungslänge: l=121,6 m
Rohrdurchmesser: d=12 cm
Widerstandsbeiwert des Rohres: λ=0,05
Widerstandsbeiwert eines Krümmers: ζ_{Kr}=0,51
Preis der Drehzahlregelung: 4070 €
Lebensdauer der Anlage: 15 Jahre
Betriebsdauer (∅): 1500 h/Jahr
Preis je kWh: 0,1 €/kWh

$$H = H_{Geod} + \frac{c^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\lambda \frac{l}{d} + 5\zeta_{Kr} + 1 \right)$$ mit $$\frac{c^2}{2 \cdot g} = \frac{16 \cdot Q^2}{2 \cdot g \cdot d^4 \cdot \pi^2}$$ folgt für H die Funktion:

$$H = H_{Geod} + \left[\frac{8 \cdot}{g \cdot d^4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\lambda \frac{l}{d} + 5\zeta_{Kr} + 1 \right) \right] \cdot Q^2$$ und somit die Verbraucherkennlinie.

Betriebspunkt bei 60% des Auslegedurchsatzes: $Q = 0.6 \cdot Q_{BP}$

$$P = \frac{\rho \cdot g \cdot Q_{BP=60\%} \cdot H_{BP=60\%}}{\eta_{PU}}$$

$$\eta_{Anlage} = \frac{Nutzen}{Aufwand} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_{Geod}}{\rho \cdot g \cdot Q_{BP=60\%} \cdot H_{BP=60\%}} \cdot \eta_{PU}$$

Ähnlichkeitsparabel:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{n'}{n} \qquad \frac{H'}{H} = \left(\frac{n'}{n} \right)^2$$

Leitungsdifferenz als Basis der Einsparung:

$$Einsparung = Jahre \cdot \underbrace{\Delta p \cdot t}_{Arbeit/Jahr[kWh/Jahr]} \cdot Preis/kWh$$

Schnittpunkt der Verbraucherkennline mit Pumpenkennline:

Q	90 m³/h		60% des Auslegungsdurchsatzes	
H	69.5 m			
etha	76 %		Q'	54 m³/h

1	Drosselregelung				
Q'	54	m³/h	P	16.8	kW
H'	76.5	m	etha Anlage	49.05	%
etha Pumpe	67%				

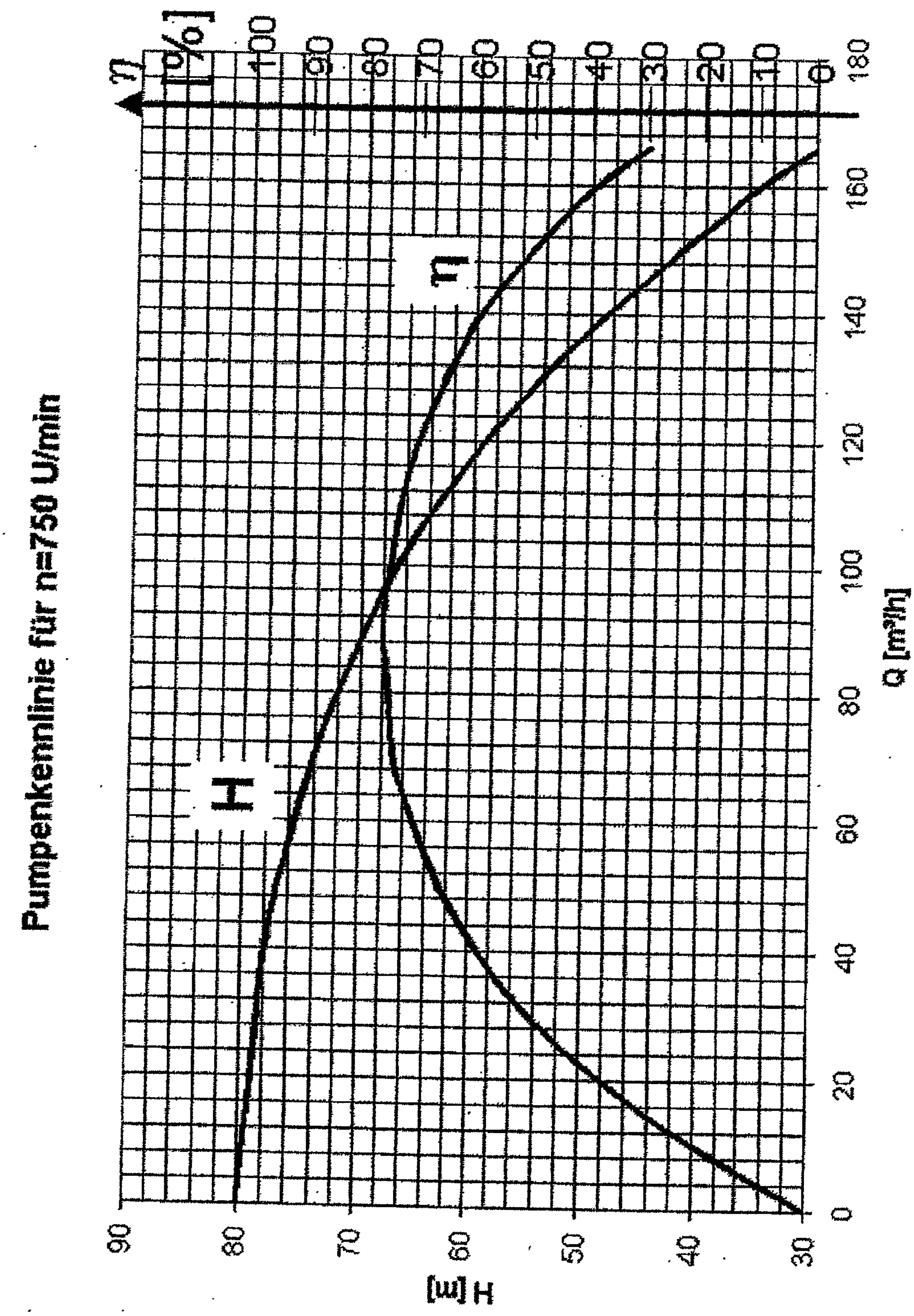
2	Bypassregelung				
Q'	114	m³/h	P	26.53	kW
H'	61.5	m	etha Anlage	31.06	%
etha Pumpe	72%				

3	Drehzahlregelung				
Q'	54	m³/h	P	12.93	kW
H'	61.5	m³/h	etha Anlage	63.74	%
etha Pumpe	70%				

Einsparung bezogen auf niedrigste Leistung (Drehzahlregelung)

	kW	kWh/Jahr	€/Jahr	€ in15 Jahren
delta p	13.6	20400	2040	30600
delta p	3.87	5805	580.5	8707.5

Die Drehzahlregelung rentiert sich !


Pumpenkennlinie für n=750 U/min
H [m]
Q [m³/h]
η [%]
H
η

1. Beispiel: Pumpenauslegung

Von einer Pumpe wurden die Kennlinien in einem Modellversuch gemessen und in dimensionsloser Form dargestellt.

Für die Förderdaten $\mathbf{Q = 0{,}95\ m^3/s}$
$\mathbf{H = 56\ m}$

soll eine geometrisch ähnliche Pumpe mit möglichst hohem Wirkungsgrad ausgelegt werden. Fördermedium ist Wasser mit einer Dichte von 1000 kg/m³.

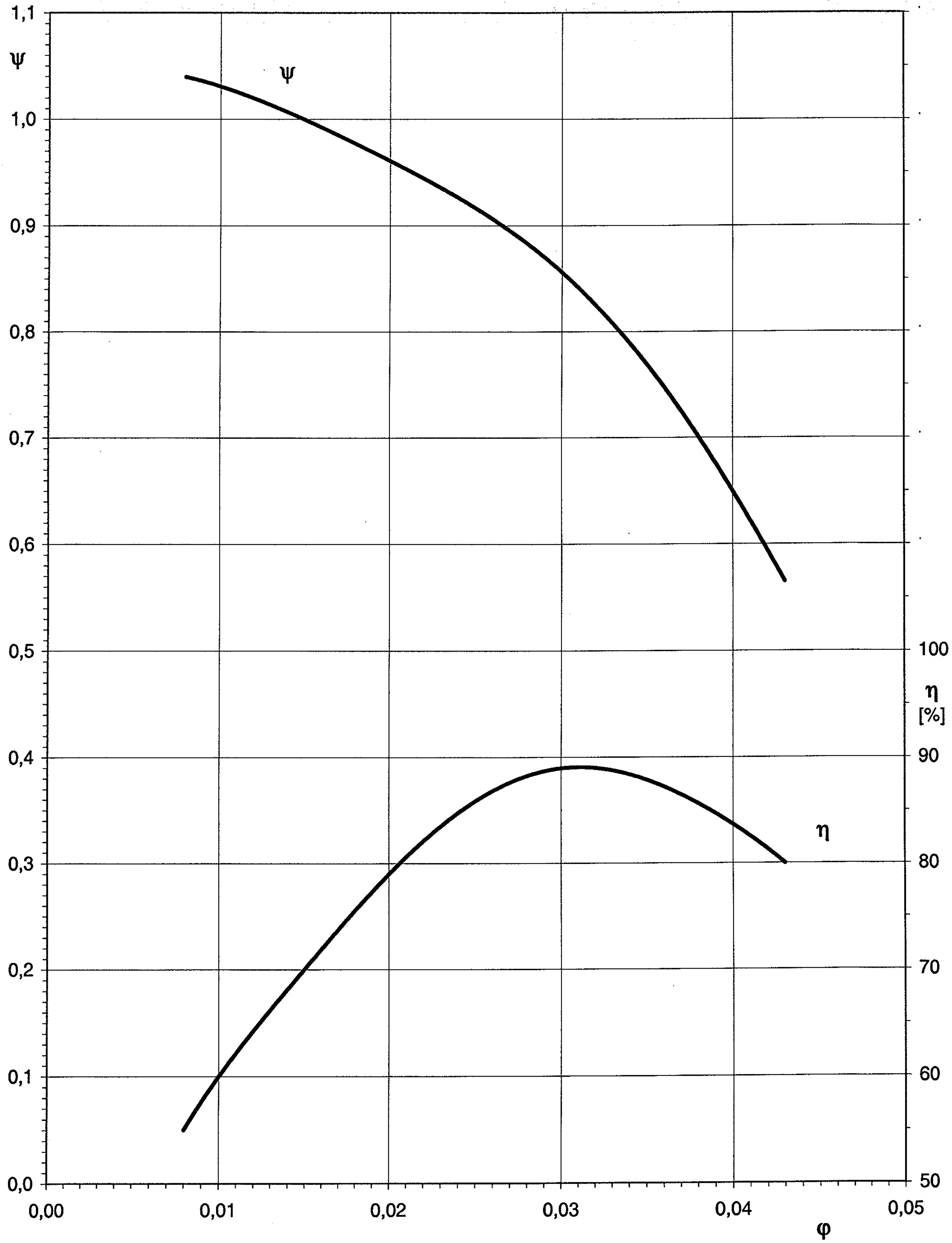
Gesucht:

1. Laufraddurchmesser **D**, Drehzahl **n**, Wirkungsgrad η und Antriebsleistung **P** der Pumpe wenn die Drehzahl keiner Einschränkung unterliegt.

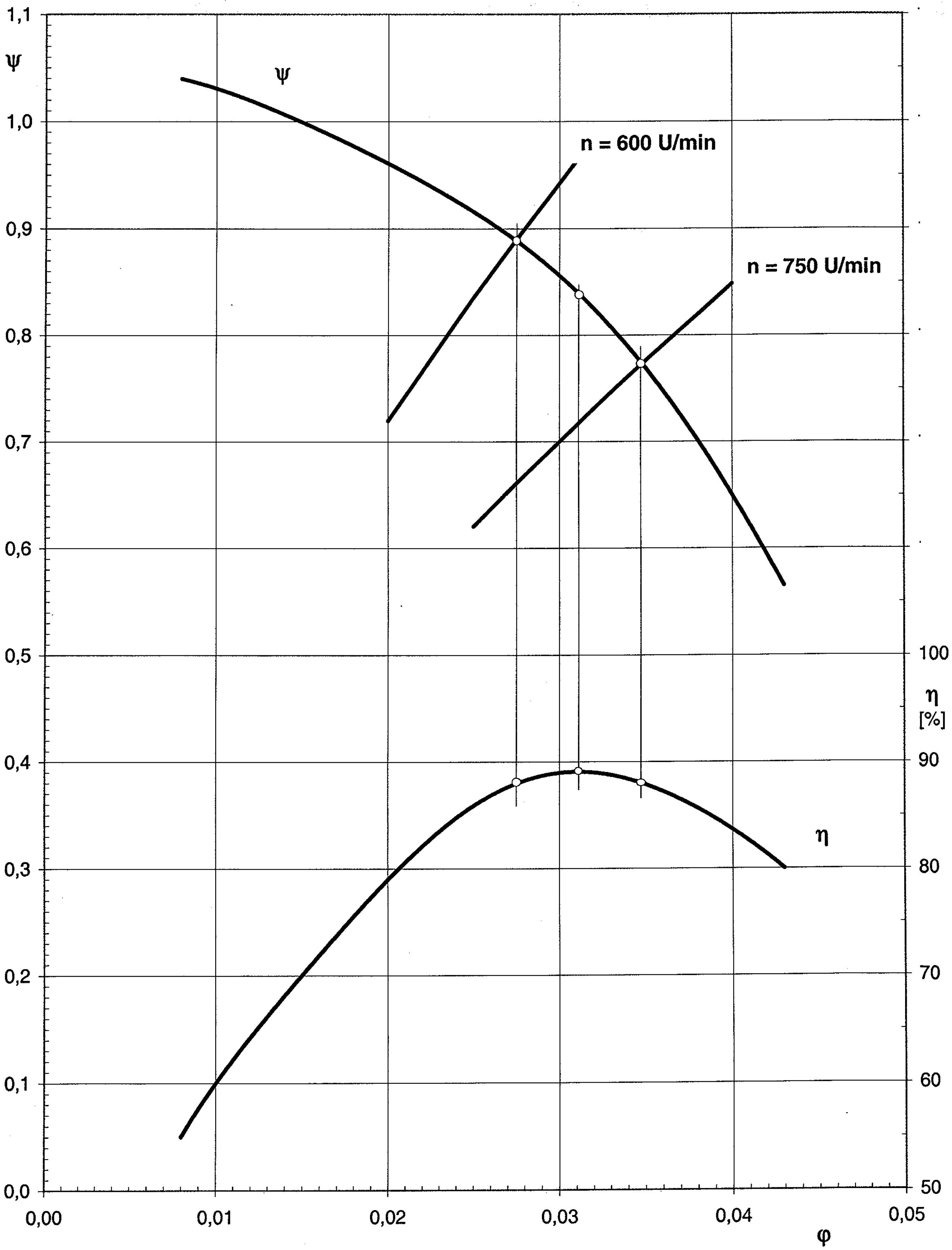
2. **D, n,** η und **P**, wenn die Pumpe mit Synchrondrehzahl n = 3000/p [U/min] (p = 1, 2, 3, ... Polpaarzahl) laufen soll.

Beilage: φ-ψ Pumpenkennlinien

Pumpenkennlinien



Pumpenauslegung Lösung



Lösung 1.Beispiel: **Pumpenauslegung** **4. Juli 2003**

1. Pumpenantrieb mit beliebiger Drehzahl

Aus den Pumpenkennlinien im Wirkungsgradoptimum: $\varphi = 0{,}0312$ $\psi = 0{,}839$ $\eta = 89\%$

$$n_q = 157{,}8 \cdot \frac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}} = 31{,}80 \qquad n_q = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{n} = n_q \cdot \frac{H^{3/4}}{Q^{1/2}} = \mathbf{667{,}8\ U/min}$$

$$\psi = \frac{2gH}{u^2}\ , \quad u = \frac{D\pi n}{60} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{D} = \frac{60}{\pi n}\sqrt{\frac{2gH}{\psi}} = \mathbf{1{,}035\ m}$$

$$\mathbf{P} = \frac{QH\rho g}{\eta} = \mathbf{586{,}4\ kW}$$

2. Pumpenantrieb mit Synchrondrehzahl

	Benachbarte Synchrondrehzahlen zu n = 667,8 U/min	
$\mathbf{n} = \frac{3000}{p}$ [U/min] p ....Polpaarzahl des Motors	**750** 4	**600** 5
$n_q = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}}$	35,71	28,57
$n_q = 157{,}8 \cdot \frac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}} \Rightarrow \psi = \left(\frac{157{,}8}{n_q}\varphi^{1/2}\right)^{4/3}$	φ: 0,030 / 0,035 / 0,040 ψ: 0,700 / 0,776 / 0,848	φ: 0,020 / 0,025 / 0,030 ψ: 0,719 / 0,835 / 0,943

φ	0,030	0,035	0,040	0,020	0,025	0,030
ψ	0,700	0,776	0,848	0,719	0,835	0,943

Die beiden φ-ψ-Verläufe in das Diagramm eintragen und mit der Pumpenkennlinie schneiden. Die Schnittpunkte sind die gesuchten Auslegungspunkte.

	750	600
φ / ψ / η	0,0348 / 0,773 / 88%	0,0275 / 0,887 / 88%
$D = \frac{60}{\pi n}\sqrt{\frac{2gH}{\psi}}$	0,960	1,120
$P = \frac{QH\rho g}{\eta}$	593,1	593,1

Bei gleichem Wirkungsgrad ist die schneller laufende Pumpe zu wählen, da sie kleiner und damit billiger ist. Wegen der höheren Drehzahl ist auch der Motor kleiner und billiger.

Daher gewählt: **n = 750 U/min** **D = 0,96 m** **η = 88%** **P = 593,1 kW**

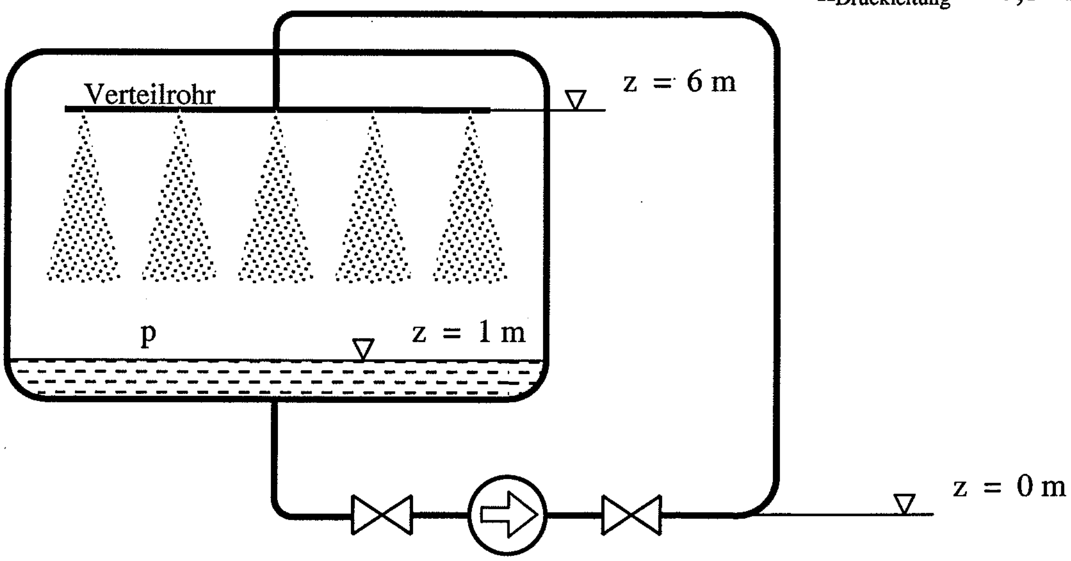
I N S T I T U T F Ü R HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Matrikelnummer: Schriftl. Prüfung: 4. Juli 2003

2. Beispiel: Waschanlage

In der dargestellten Waschanlage saugt die Pumpe Heißwasser vom Behälterboden an und fördert es in das Verteilrohr. Von dort strömt das Wasser durch Düsen wieder in den Waschbehälter aus. Die Geschwindigkeitshöhe des durch die Düsen austretenden Wasserstrahles ist im angegebenen Verlustbeiwert der Druckleitung enthalten. Im Waschbehälter herrscht Atmosphärendruck $p = p_{at} = 1$ bar. Das Wasser hat eine Temperatur von 60°C.

Die Verluste in Saug und Druckleitung betragen:

$$\mathbf{h_V}\,[\mathrm{m}] = \mathbf{k \cdot Q^2}, \quad Q \text{ in } [\mathrm{m^3/h}]$$
$$\mathbf{k_{Saugleitung} = 3 \cdot 10^{-4}}$$
$$\mathbf{k_{Druckleitung} = 7{,}8 \cdot 10^{-4}}\ .$$



Die Kavitationsgefährdung der Pumpe ist mit dem Kriterium 3% Förderhöhenabfall zu beurteilen.

Gesucht:

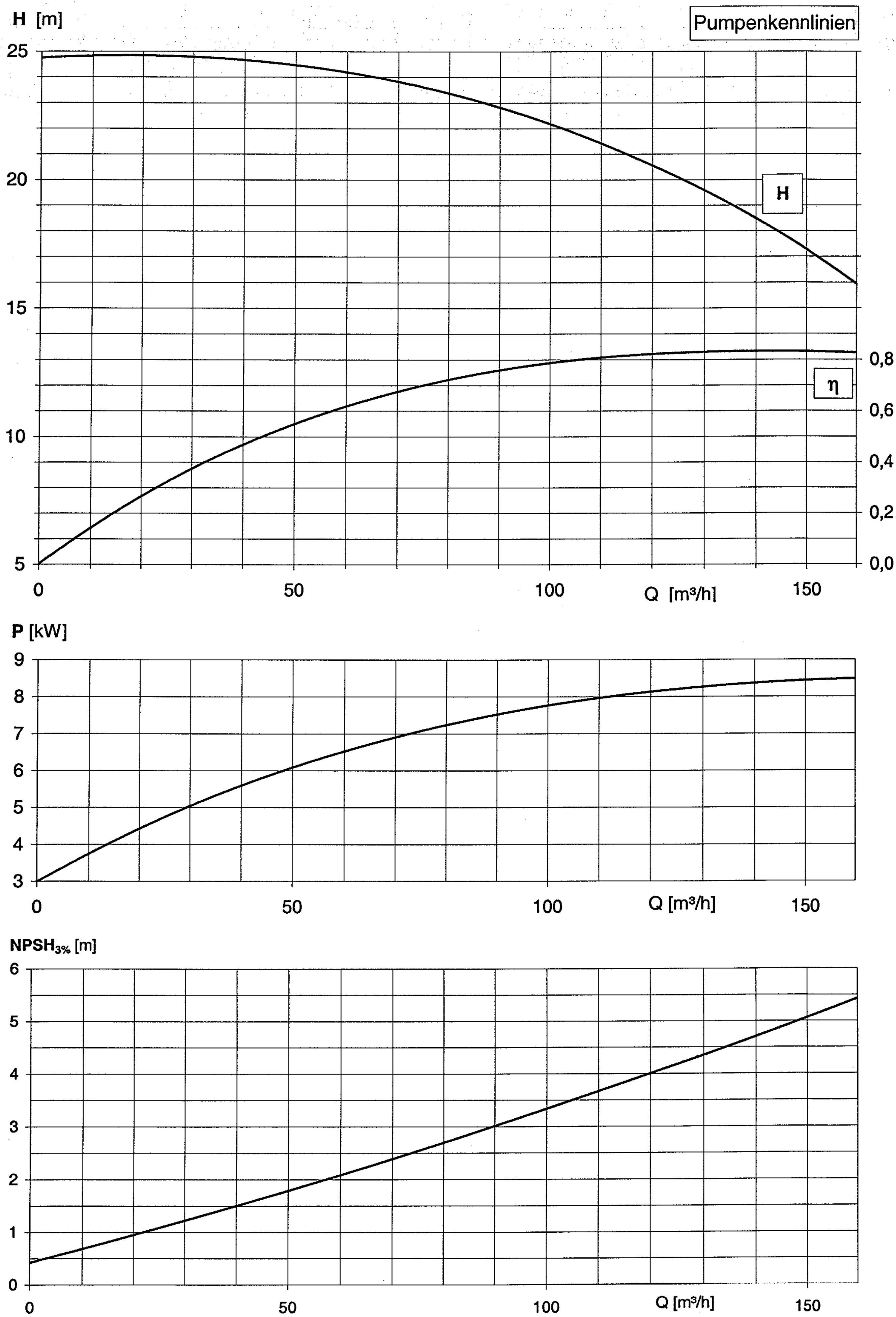
1. Es ist zu prüfen, ob die Pumpe im Betriebspunkt kavitationsgefährdet ist.

2. Welche Wassertemperatur ist maximal möglich, ohne die Pumpe durch Kavitation zu gefährden. Dabei ist ein Sicherheitsabstand von 0,5 m zur zulässigen Saughöhe der Pumpe einzuhalten.

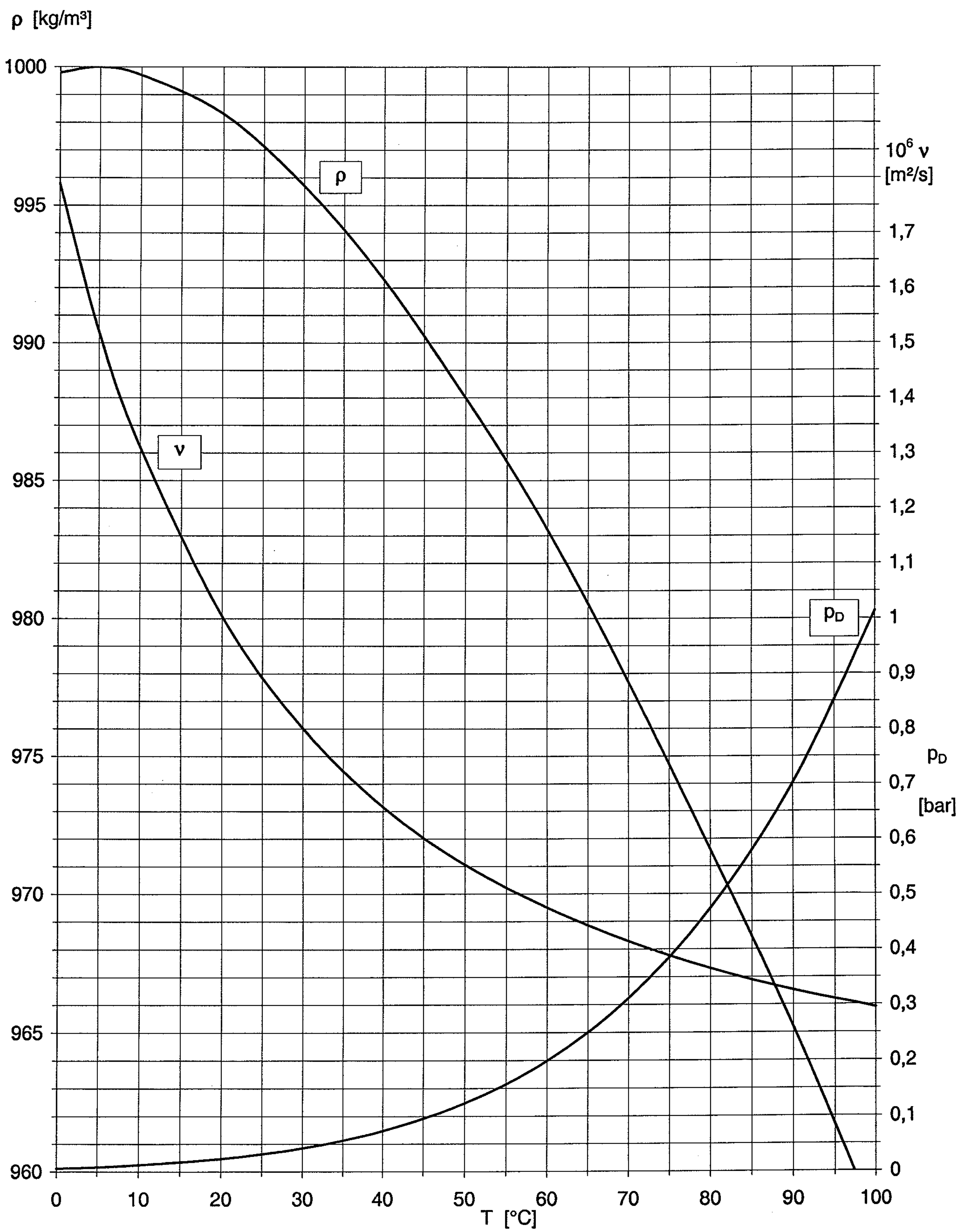
Die Wassertemperatur soll auf 80°C erhöht werden. Die folgenden Maßnahmen sind dahingehend zu untersuchen, ob bzw. unter welchen Umständen die Pumpe mit 0,5 m Sicherheit gegenüber der zulässigen Saughöhe betrieben werden kann.

3. Veränderung des Behälterdruckes.

4. Reduktion der saugseitigen Verluste: $\mathbf{k_{Saugleitung} = 1 \cdot 10^{-4}}$.


Pumpenkennlinien
H [m]
25
20
15
10
5
H
η
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
0
50
100
Q [m³/h]
150
P [kW]
9
8
7
6
5
4
3
0
50
100
Q [m³/h]
150
NPSH3% [m]
6
5
4
3
2
1
0
0
50
100
Q [m³/h]
150

Stoffwerte für Wasser



Lösung Beispiel 2 :

siehe 13.11.1998, S. 7 – 9

TUG
Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

O.UNIV.-PROF.
DR.-ING. HELMUT JABERG

KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 GRAZ

Tel. +43(0)316 873-7570
Fax +43(0)316 873-7577

EMail: Sekretariat@hfm.tu-graz.ac.at
http://www.hfm.tu-graz.ac.at

Beispiel 1

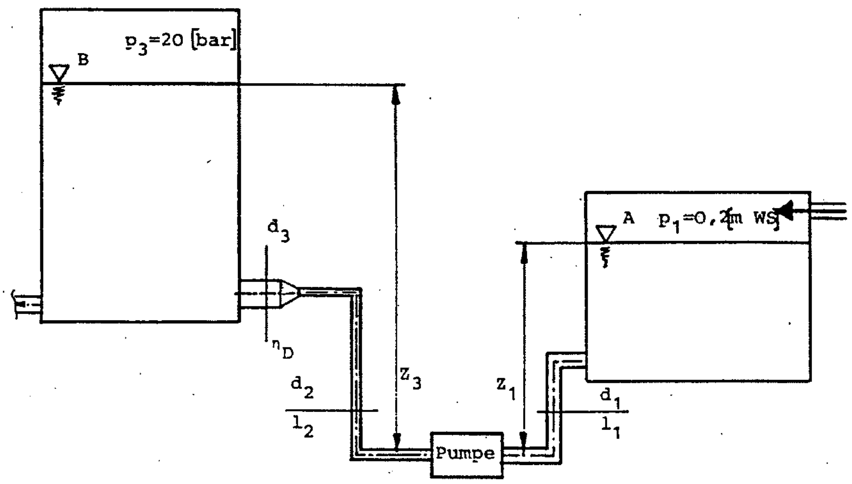
Eine Kondensatpumpe fördert eine Wassermenge Q=0,3 m^3/s mit einer Temperatur von 20°C vom Kondensatbehälter mit konstantem Spiegel z_1=8 m und einem Druck von p_1=0,2 mWS (absolut) in den Kessel mit konstanter Spiegelhöhe z_3=30 m und einem konstantem Druck p_3=21 bar (absolut). Gesucht sei unter Einhaltung der zulässigen Kavitationsverhältnisse ($NPSH_{Pumpe}$) die Aufstellungshöhe der Pumpe bei:

1. Vernachlässigung aller Verluste
2. Berücksichtigung der druck- und saugseitigen Verluste (Eintrittsverlust vernachlässigen)

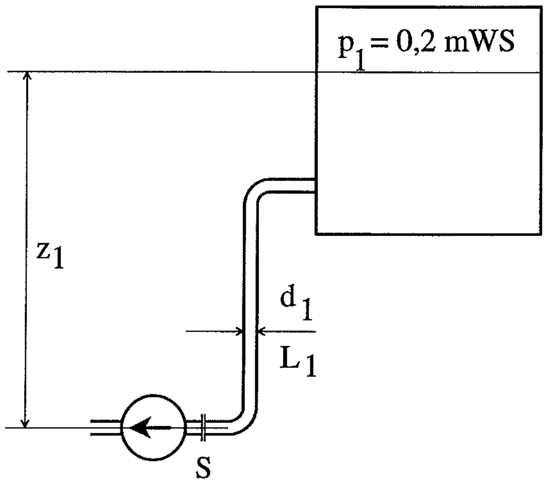
Es ist als Ergebnis beider Punkte das korrigierte Maß z_1 anzugeben!

L_1 = 20 m
D_1 = 0,4 m
ζ_1 = 0,3 (10 Krümmer)
$\lambda_{1,2}$ = 0,02
l_2 = 100 m
d_2 = 0,3
ζ_2 = 0,3 (10 Krümmer)
d_3 = 0,5 m
$NPSH_{Pumpe}$ = 11,8 m

$$\eta_D = \frac{\dfrac{p_{nach} - p_{vor}}{\rho \cdot g}}{\dfrac{c_{vor}^2 - c_{nach}^2}{2 \cdot g}} = 0{,}85$$



Lösung Beispiel 1 :



Bernoulli 1 – S :

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + 0 + z_1 = \frac{p_S}{\rho \cdot g} + \frac{c_S^2}{2 \cdot g} + 0 + \sum h_{v\,1\text{-}S}$$

mit $\quad \frac{p_{tot\,S}}{\rho \cdot g} = \frac{p_S}{\rho \cdot g} + \frac{c_S^2}{2 \cdot g} \qquad \rightarrow$

$$\frac{p_{tot\,S}}{\rho \cdot g} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 - \frac{c_1^2}{2 \cdot g}\left(\frac{\lambda_1 \cdot L_1}{d_1} + \zeta_1 \cdot 10\right)$$

a) verlustlos

$$\frac{p_{tot\,S}}{\rho \cdot g} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1$$

$$NPSH_{vorh} = \frac{p_{tot\,S} - p_D}{\rho \cdot g} \geq 11{,}8\,m$$

$z_{1\,erf} \geq 11{,}8 - \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{p_D}{\rho \cdot g} \qquad$ mit $\qquad p_1 = p_D \qquad \rightarrow$

$$z_{1\,erf} \geq 11{,}8\,m$$

b) mit Verlusten

$$\frac{p_{tot\,S}}{\rho \cdot g} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 - \frac{c_1^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{\lambda_1 \cdot L_1}{d_1} + \zeta_1 \cdot 10 \right)$$

$$NPSH_{vorh} = \frac{p_{tot\,S} - p_D}{\rho \cdot g} \geq 11{,}8\,m$$

$$\frac{p_{tot\,S}}{\rho \cdot g} - \frac{p_D}{\rho \cdot g} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} - \frac{p_D}{\rho \cdot g} + z_1 - \frac{c_1^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{\lambda_1 \cdot L_1}{d_1} + \zeta_1 \cdot 10 \right) \geq 11{,}8\,m$$

$$z_{1\,erf} \geq 11{,}8 - \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{p_D}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{\lambda_1 \cdot L_1}{d_1} + \zeta_1 \cdot 10 \right) \qquad \text{mit } p_1 = p_D \rightarrow$$

$$z_{1\,erf} \geq 11{,}8 + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{\lambda_1 \cdot L_1}{d_1} + \zeta_1 \cdot 10 \right)$$

$$z_{1\,erf} \geq 12{,}96\,m$$

Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

TUG

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

O.UNIV.-PROF.
DR.-ING. HELMUT JABERG

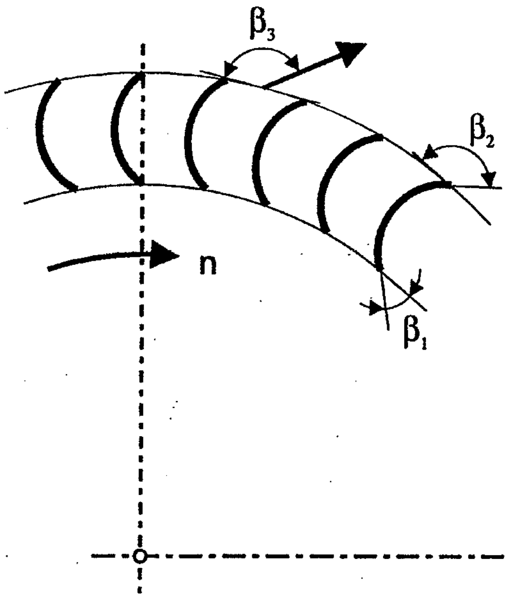
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 GRAZ

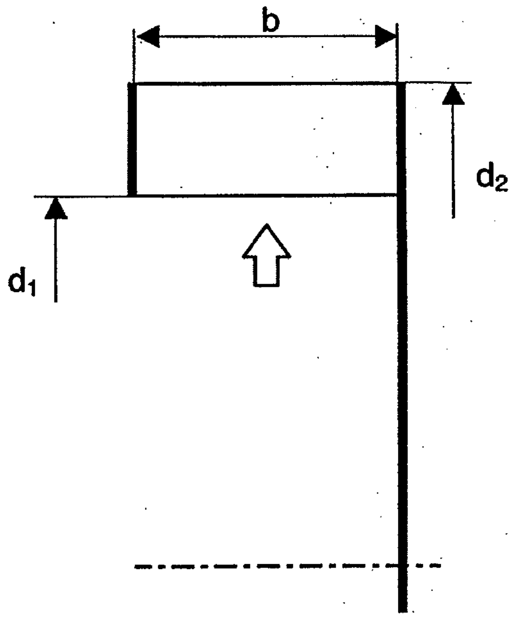
Tel. +43(0)316 873-7570
Fax +43(0)316 873-7577

EMail: Sekretariat@hfm.tu-graz.ac.at
http://www.hfm.tu-graz.ac.at

Beispiel 2: "Sirocco Läufer"

Kleinste Abmessungen und Geräuscharmut sind Forderungen, welche verschiedene Anwendungsgebiete der Ventilatoren beherrschen. Diese Anforderungen werden durch den abgebildeten Trommelläufer erfüllt. Ständig wegen seines schlechten Wirkungsgrades getadelt, wird er dennoch seit über 80 Jahren in Stückzahlen gebaut, die keine andere Strömungsmaschine aufweisen kann.





Luft (Dichte 1,2 kg/m³) strömt drallfrei und stoßfrei der Eintrittskante (d1) zu. Es findet eine rein radiale Durchströmung der Schaufeln statt, die Versperrung kann vernachlässigt werden.

d_1 = 200 mm $\quad d_1/d_2$ = 0,875 $\quad b/d_1$ = 0,6
β_1 = 64 ° (Schaufel) $\quad \beta_2$ = 140° (Schaufel) $\quad \beta_3$ = 125° (Strömung)
n = 3000 U/min $\quad \eta_u$ = 0,54

Verluste: Scheibenreibung 5,5 W; Lagerreibung 14 W; Spaltmenge Q_{spalt}=0,05 x Q

Für den Auslegepunkt sind gesucht:

1. Berechnung und Skizzierung der Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Laufrades
2. Fördervolumen, Förderhöhe und Totaldruckdifferenz am Laufrad
3. Wirkungsgrad und Antriebsleistung

Lösung Beispiel 2 :

Siehe 16.11.2001 , S. 5,6

I N S T I T U T F Ü R **HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN** **Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg**	NAME: Matrikelnummer: Schriftliche Prüfung: 12. Dez. 2003

1. Beispiel: Modellversuch für eine Großpumpe

Eine **Pumpe** wurde für den Auslegungspunkt: $Q_P = 70\ m^3/s$, $H_P = 100\ m$

mit dem Laufraddurchmesser und der Drehzahl: $D_P = 3{,}0\ m$, $n_P = 214\ U/min$ entworfen.

Es soll ein Modell angefertigt und ein **Modellversuch** durchgeführt werden. Dabei sind einerseits die folgenden Mindestdaten einzuhalten:

$D_M \geq 0{,}25\ m$
$H_M \geq 2\ m$
$Re_M \geq 2{,}5 \cdot 10^6$

andererseits muß der Arbeitspunkt des Modells im Betriebsbereich des Prüfstandes liegen:

$Q_{max} = 0{,}3\ m^3/s$
$H_{max} = 20\ m$
$P_{max} = 60\ kW$
$200 \leq n \leq 2000\ U/min$.

Betriebsmedium ist, sowohl für die Großausführung als auch für den Modellversuch, Wasser.
Die Wassertemperaturen betragen: 10 °C für die Großausführung
20 °C für den Modellversuch.

Aufwertung nach Ackeret: $$\frac{1-\eta_{iP}}{1-\eta_{iM}} = 0{,}5 + 0{,}5 \cdot \left(\frac{Re_P}{Re_M}\right)^{-0{,}2} \qquad Re = \frac{D\sqrt{2gH}}{\nu}$$

Index P für Prototyp = Großausführung, Index M für Modell

Konzipieren Sie eine Modellmaschine und die Versuchsdaten.

Gesucht:

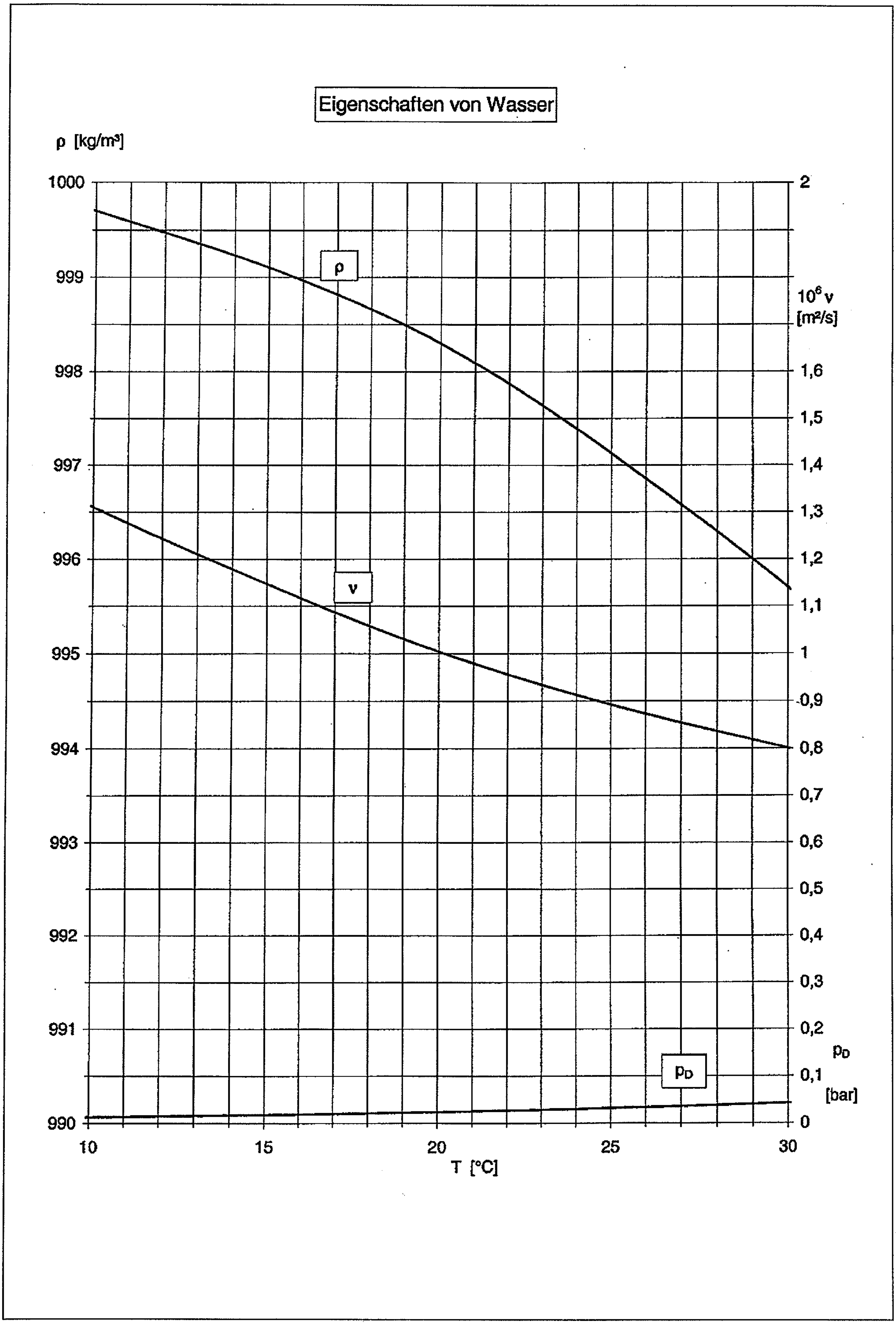
1. Laufraddurchmesser D_M, sowie Durchfluß Q_M, Fallhöhe H_M, Drehzahl n_M, Leistung P_{iM} und Reynoldszahl Re_M für den Auslegungspunkt im Modellversuch unter Einhaltung der angegebenen Mindestdaten und der Prüfstandsgrenzen.

Beim Modellversuch wird im Auslegungspunkt der Wirkungsgrad $\eta_{iM} = 0{,}90$ gemessen.

2. Wirkungsgrad η_{iP}' und Wellenleistung P_{iP}' der Großausführung, ohne Aufwertung des Wirkungsgrades.

3. Wirkungsgrad η_i und Wellenleistung P_i der Großausführung, mit Aufwertung des Wirkungsgrades nach Ackeret.

4. Leistung P_{iM}, Fallhöhe H_M und Drehzahl n_M des unter 1. festgelegten Modells (Durchmesser D_M), falls der Modellversuch unter Einhaltung ähnlicher Reibungsverhältnisse zur Großausführung gefahren wird. Kommentieren Sie die Ergebnisse.


Eigenschaften von Wasser
ρ [kg/m³]
1000
999
998
997
996
995
994
993
992
991
990
2
10⁶ ν [m²/s]
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
ρ
ν
pD
pD [bar]
10
15
20
25
30
T [°C]

Lösung Beispiel 1 :

1.) D_M , Q_M , H_M , n_M, P_M , Re_M

gewählt : $D_M = 0{,}3$ m $\quad D_M > 0{,}25$ m

$H_M = 10$ m $\quad 2\text{m} < H_M < 20$ m

$$Re_M = \frac{D_M \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_M}}{v_M} \rightarrow Re_M = 4{,}20 \cdot 10^6 \qquad Re_M \geq 2{,}5 \cdot 10^6$$

$$\frac{H_M}{H_P} = \left(\frac{D_M}{D_P}\right)^2 \cdot \left(\frac{n_M}{n_P}\right)^2 \rightarrow n_M = 676{,}7\,\text{U/min} \qquad 200 \leq n_M \leq 2000\,\text{U/min}$$

$$\frac{Q_M}{Q_P} = \frac{n_M}{n_P} \cdot \left(\frac{D_M}{D_P}\right)^3 \rightarrow Q_M = 0{,}221\,\text{m}^3/\text{sec} \qquad Q_M \leq 0{,}3\,\text{m}^3/\text{sec}$$

$$P_M = Q_M \cdot H_M \cdot \rho_M \cdot g \cdot \frac{1}{\eta_M} \rightarrow P_M = 24\,\text{kW} \qquad P_M \leq 60\,\text{kW}$$

2.) Wirkungsgrad, Wellenleistung der Großausführung (ohne Aufwertung)

$$\eta_P' = \eta_M = 0{,}9$$

$$P_P' = Q_P \,.\, H_P \,.\, \rho_P \,.\, g \,.\, (1/\eta_P) = 76{,}3\text{ MW}$$

3.) Wirkungsgrad, Wellenleistung der Großausführung (mit Aufwertung)

$$\frac{1-\eta_P}{1-\eta_M} = 0{,}5 + 0{,}5 \cdot \left(\frac{Re_P}{Re_M}\right)^{-0{,}2} \qquad Re_P = \frac{D_P \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_P}}{v_P} = 1{,}01 \cdot 10^8$$

$$\rightarrow \quad \eta_P = 0{,}924$$

$$\rightarrow \quad P_P = P_P' \cdot \frac{\eta_P'}{\eta_P} = 74{,}4\,\text{MW}$$

4.) Reibungsähnlichkeit : $Re_M = Re_P$

$$\frac{D_M \cdot \sqrt{H_M}}{\nu_M} = \frac{D_P \cdot \sqrt{H_P}}{\nu_P} \rightarrow H_M = H_P \cdot \left(\frac{D_P}{D_M}\right)^2 \cdot \left(\frac{\nu_M}{\nu_P}\right)^2$$

$$\rightarrow \quad H_M = 5827\text{ m}$$

$$n_M = n_P \cdot \frac{D_P}{D_M} \cdot \sqrt{\frac{H_M}{H_P}} \rightarrow n_M = 16336\text{ U/min}$$

$$\frac{P_M}{P_P} = \left(\frac{n_M}{n_P}\right)^3 \cdot \left(\frac{D_M}{D_P}\right)^5 \cdot \frac{\rho_M}{\rho_P} \rightarrow \frac{P_M}{P_P} = 4{,}44$$

$\eta_M = \eta_P = 0{,}924$ Wegen Reibungsähnlichkeit aufgewerteter Modellwirkungsgrad

$P_M = 4{,}44 \,.\, P_P = 330{,}3$ MW

Kommentar : Reibungsähnlichkeit ($Re_M = Re_P$) kann **nicht** gefahren werden !

$\left.\begin{array}{l}\text{Festigkeit}\\ \text{Leistung}\end{array}\right\}$ nicht realisierbar

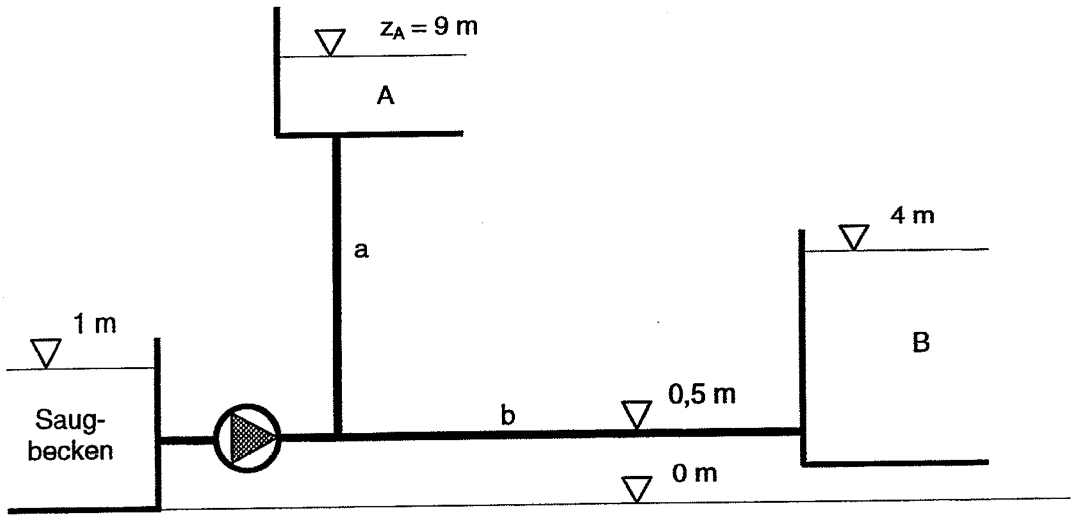
Prüfstandsgrenzen weit überschritten

Daher Verzicht auf Re - Ähnlichkeit.
Aber gleicher Strömungscharakter in Modell und Prototyp (turbulente Strömung) durch Vorschrift $Re_M \geq 2{,}5 \,.\, 10^6$

Aufwertung des Modellwirkungsgrades auf die Großausführung.

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	NAME:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:
	Schriftliche Prüfung: 12. Dez. 2003

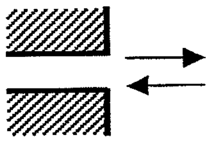
2. Beispiel: Pumpe fördert in zwei Speicher



In der skizzierten Anlage fördert eine Pumpe aus dem Saugbecken in die beiden Speicher A und B. Die Höhen der Wasserspiegel sind für den jeweils betrachteten Fall konstant. Die Verluste vom Saugbecken bis zur Pumpe, von der Pumpe bis zum T-Abzweig und des T-Abzweiges sollen der Einfachheit halber vernachlässigt werden.

Anlagedaten: Pumpenkennlinie siehe Beilage
Leitung a, b: $d = 50$ mm, $L = 2{,}5$ m, $\lambda = 0{,}02$

Verluste im Speicher A bzw. B:

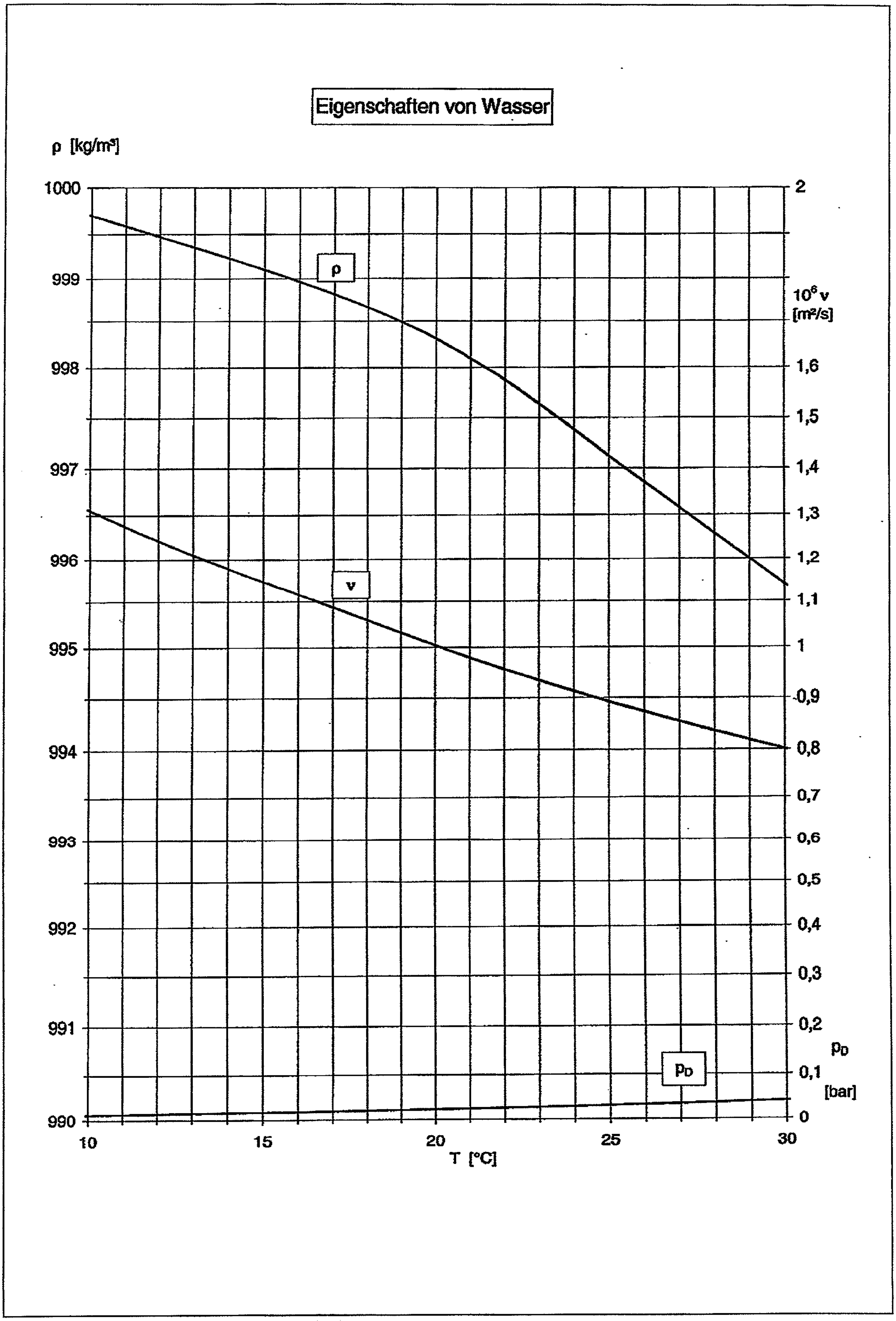


$\zeta_a = 1$

$\zeta_e = 0{,}5$

Gesucht:

1. Betriebspunkt Q, H und die Teilfördermengen Q_A und Q_B
2. Betriebspunkt Q, H und die Teilmengen Q_A und Q_B für $z_A = 19$ m
3. Betriebspunkt Q, H und Spiegelhöhe z_A für $Q_A = 0$


Eigenschaften von Wasser
ρ [kg/m³]
1000
999
998
997
996
995
994
993
992
991
990
2
10⁶ ν
[m²/s]
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
p_D
[bar]
ρ
ν
p_D
10
15
20
25
30
T [°C]

LÖSUNG	2. Beispiel:	Pumpe fördert in zwei Speicher	Prüfung am 12. Dez. 2003

1. Betriebspunkt

Verbraucher A: $H_{VA} = z_A - z_S + (\lambda \frac{L}{d} + \zeta_a)\frac{c_A^2}{2g} = 8 + 0{,}00204 \cdot Q_A^2 [m^3/h]$

Verbraucher B: $H_{VB} = 3 + 0{,}00204 \cdot Q_B^2 [m^3/h]$

Verbraucher A und B parallel, daher: $H_{VA+B} = H_{VA} = H_{VB}$, $Q_{A+B} = Q_A + Q_B$

Betriebspunkt : Schnitt Pumpenkennlinie mit Verbraucherkennlinie A+B
$Q = 96{,}9\ m^3/h$; $H = 10{,}6\ m$; $Q_A = 35{,}8\ m^3/h$; $Q_B = 61{,}1\ m^3/h$

2. Betriebspunkt für $z_A = 19$ m

Verbraucher A': $H_{VA'} = 18 + 0{,}00204 \cdot Q_{A'}^2 [m^3/h]$ für $Q_{A'} > 0$ in den Speicher A ; $\zeta_a = 1$
$H_{VA'} = 18 - 0{,}00153 \cdot Q_{A'}^2 [m^3/h]$ für $Q_{A'} < 0$ aus dem Speicher A; $\zeta_e = 0{,}5$

Verbraucher B : $H_{VB} = 3 + 0{,}00204 \cdot Q_B^2 [m^3/h]$ für $Q_B > 0$ in den Speicher B ; $\zeta_a = 1$

Verbraucher A' und B parallel, daher: $H_{VA'+B} = H_{VA'} = H_{VB}$, $Q_{A'+B} = Q_{A'} + Q_B$

Betriebspunkt : Schnitt Pumpenkennlinie mit Verbraucherkennlinie A'+B
$Q = 55{,}7\ m^3/h$; $H = 16{,}9\ m$; $Q_{A'} = -26{,}8\ m^3/h$; $Q_B = 82{,}5\ m^3/h$

3. Betriebspunkt für $Q_A = 0$

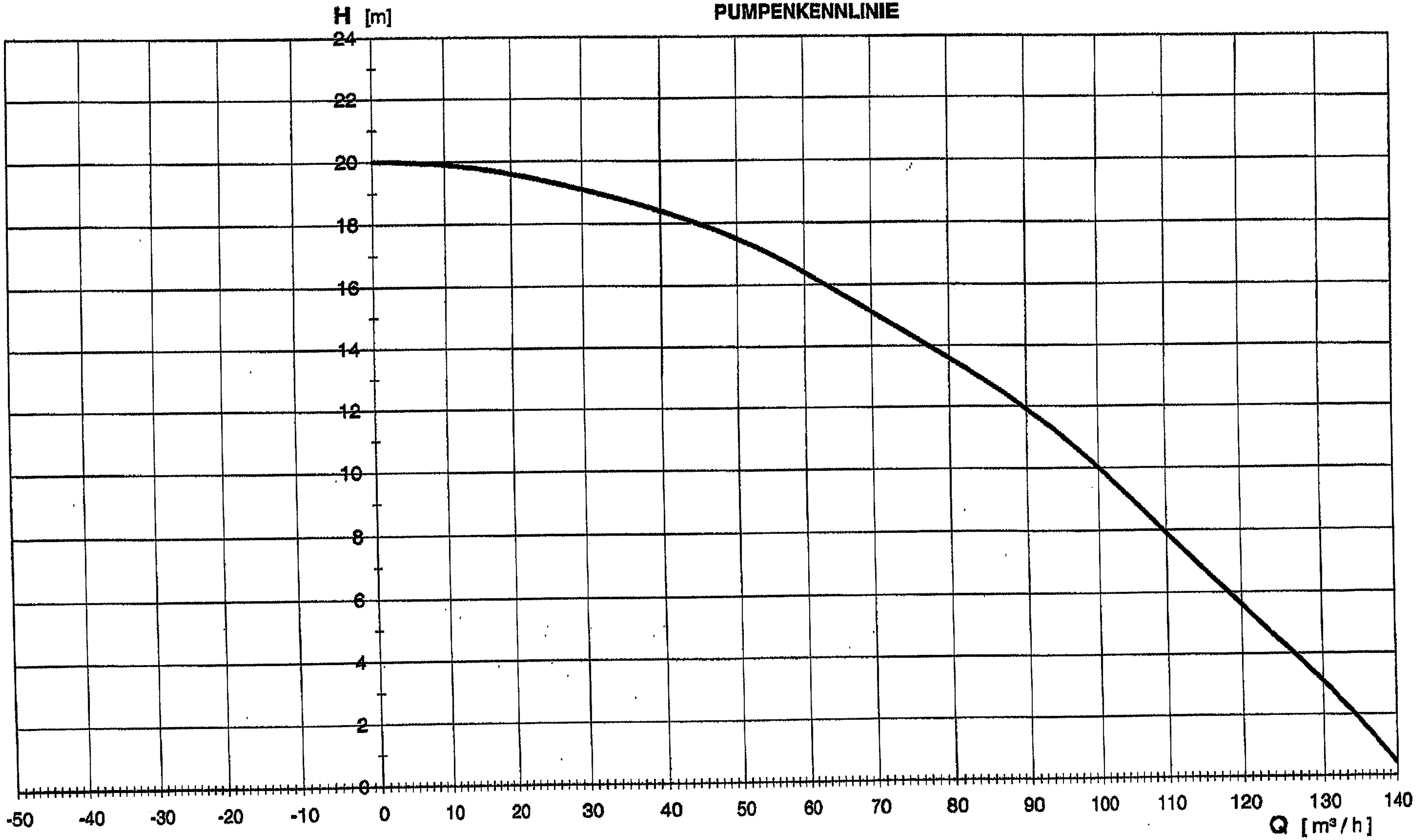
Verbraucher B: $H_{VB} = 3 + 0{,}00204 \cdot Q_B^2 [m^3/h]$

Verbraucher B allein, daher: $H_V = H_{VB}$, $Q = Q_B$

Betriebspunkt : Schnitt Pumpenkennlinie mit Verbraucherkennlinie B
$Q = 74{,}8\ m^3/h$; $H = 14{,}4\ m$

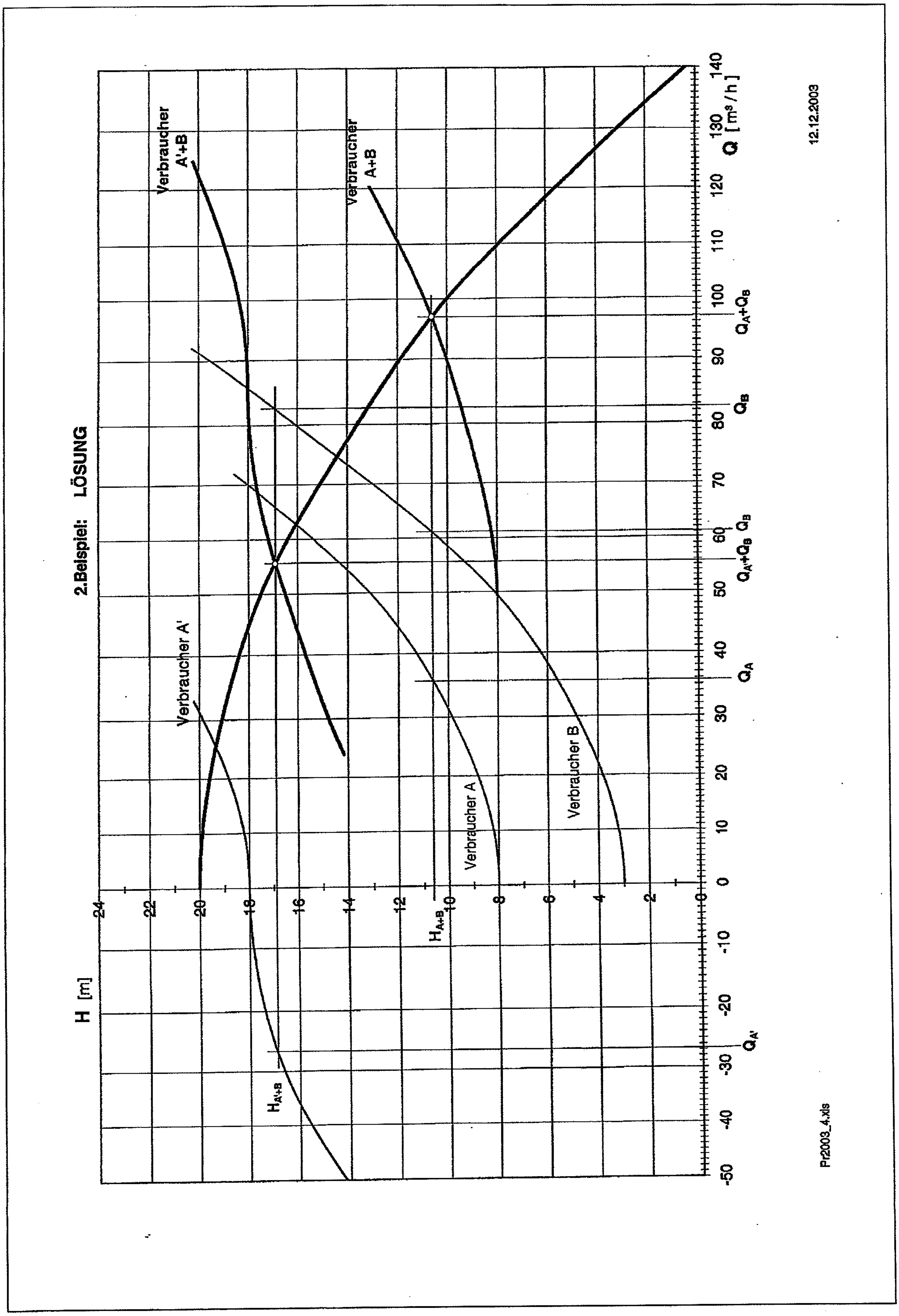
Spiegelhöhe im Becken A: (aus der Energiebilanz vom Saugbecken bis zum Becken A)
$z_A = z_S + H_{PU} - \Sigma h_{VS\text{-}A} = 1 + 14{,}4 - 0 = 15{,}4\ m$

(Anmerkung: tatsächlich sind die Verluste am T-Abzweig ca. $1 \cdot c^2/2g$; damit ergäbe sich $z_A = z_S + H_{PU} - c^2/2g = 1 + 14{,}4 - 5{,}73 = 9{,}67$ m)



Pr2003_4.xls

12.12.2003

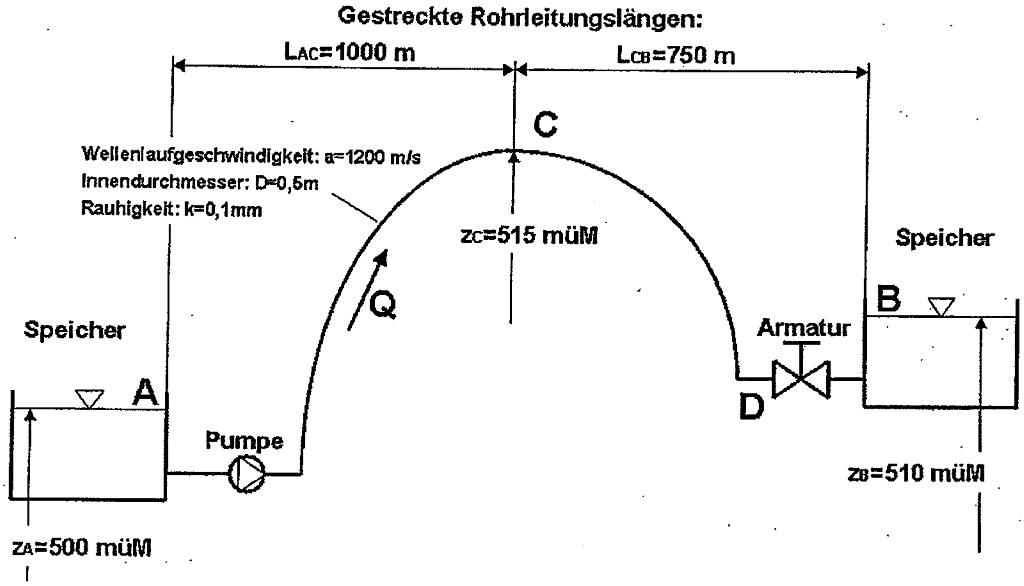

2.Beispiel: LÖSUNG
H [m]
24 22 20 18 16 14 12 10 8 6 4 2 0
Q [m³/h]
-50 -40 -30 -20 -10 0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140
Verbraucher A'+B
Verbraucher A+B
Verbraucher A'
Verbraucher A
Verbraucher B
Q_A+Q_B
Q_B
$Q_{A'}+Q_B$
Q_B
Q_A
$Q_{A'}$
$H_{A'+B}$
H_{A+B}
12.12.2003
Pr2003_4.xls

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung:

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

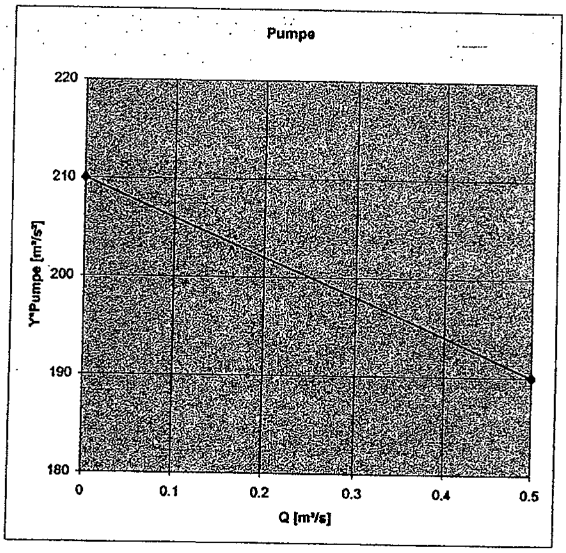
Bsp. 1: Das Bild zeigt die vereinfachte Skizze einer Pumpanlage, die Wasser vom unteren Speicher A zum Speicher B über den wegen eines dazwischen stehenden Hügels vorhandenen Hochpunkt C fördert. Der gewünschte Durchfluss wird durch die Verstellung der Armatur eingestellt.



Gegeben sind die in der Skizze angegebenen Daten der Anlage inklusive Pumpenkennline und Armaturenkennlinie. Die Rohrleitungsdaten sind über die gesamte Länge konstant. Die Dichte des Wassers beträgt ρ=1000 kg/m³, die kinematische Viskosität $\nu=1{,}1\cdot10^{-6}$ m²/s, die Erdbeschleunigung ist 9,81 m/s², der Atmosphärendruck $p_{atmosphäre}$=1 bar. Spezifische Förderenergie $Y^*_{Pumpe}=H^*g$.

Der stationäre Betriebsdurchfluss beträgt Q=0,25 m³/s.

a. Ermitteln Sie den Rohrreibungsbeiwert und wählen Sie geeignete Verlustbeiwerte für den Rohrleitungseinlauf und –auslauf (beide scharfkantig) und für die direkt nach der Pumpe und vor der Armatur eingebauten 90°-Knie-Krümmer (Krümmungsradius R=d, rauh). Ist die Strömung laminar oder turbulent?
b. Bestimmen Sie die relative Armaturstellung φ.
c. Bestimmen Sie die für den Pumpenantrieb notwendige Wellenleistung, wenn der Gesamtwirkungsgrad der Pumpe η=85 % beträgt. Welche Leistung sollte der Motor haben?
d. Wie groß darf maximal der stationäre Durchfluss werden, damit der Wasserdruck im Hochpunkt C den Atmosphärendruck nicht unterschreitet? Tip.: Setzen sie eine Energiebilanz von A nach C an.
e. Wie groß wäre die Druckerhöhung am Punkt D, wenn die Armatur schlagartig vollständig geschlossen würde? Nur für diesen Aufgabenteil ist die Reibung zu vernachlässigen.



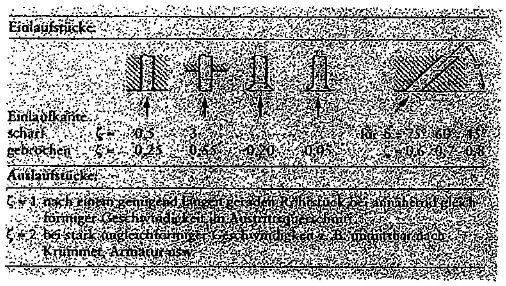
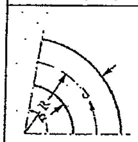
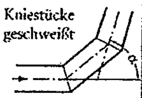
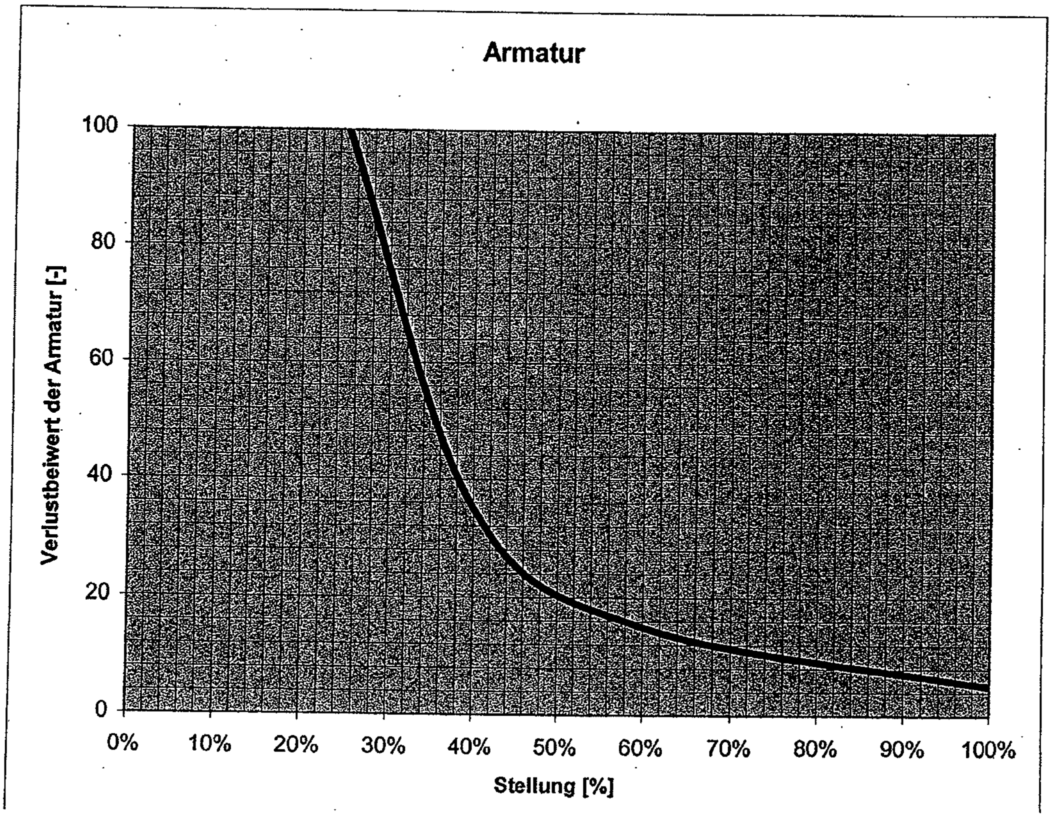


Tabelle 6: Verlustbeiwerte ζ in Krümmern und Kniestücken

Krümmer gebogen	α		15°		30°		45°		60°		90°	
			Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh
	ζ für	R = 0	0,07	0,10	0,14	0,20	0,25	0,35	0,50	0,70	1,15	1,30
	ζ für	R = d	0,03	–	0,07	–	0,14	0,34	0,19	0,46	0,21	0,51
	ζ für	R = 2 d	0,03	–	0,06	–	0,09	0,19	0,12	0,26	0,14	0,30
	ζ für	R ≥ 5 d	0,03	–	0,06	–	0,08	0,16	0,10	0,20	0,10	0,20
Kniestücke geschweißt 	Anzahl der Rundnähte		–	–	–	–	2	–	3	–	3	–
	ζ		–	–	–	–	0,15	–	0,20	–	0,25	–



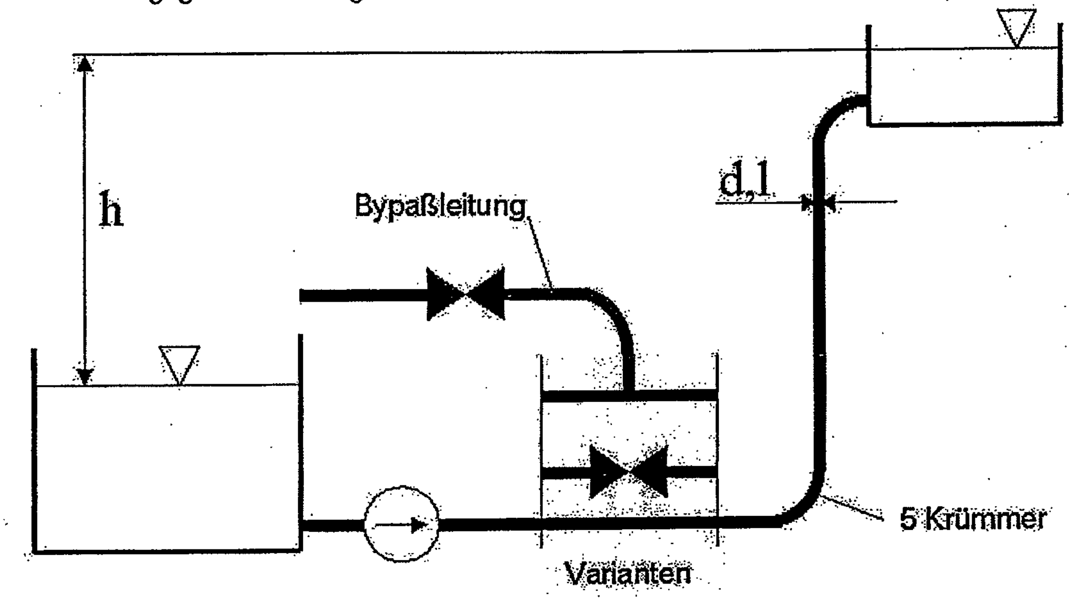
Lösung Beispiel 1 :

Siehe 15.11.2002

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG KOPERNIKUSGASSE 24 A-8010 Graz **Prüfung: Jän 2004**	Name: Matr.-Nr.: Studienkennzahl: E-Mail: Tel.:

Bsp. 2: Bei einer alten Pumpanlage (siehe Skizze) soll nachträglich eine Mengenregulierung eingebaut werden.

Grundsätzlich bestehen, ohne wesentliche Änderungen der Anlage, drei Möglichkeiten: druckseitiger Einbau einer Drossel- bzw. Bypassregelung, sowie elektronische Drehzahlregelung.
Diese Varianten sollen bei 60% des Auslegungsdurchsatzes hinsichtlich der benötigten Antriebsleistung und des Anlagenwirkungsgrades bewertet werden.
Rentiert sich der Einbau einer teuren Drehzahlregelung?
Die Wirkungsgradkennline gilt für alle Drehzahlen.



Anmerkung zur Bypassregelung: In der Druckleitung wird ein Nebenauslaß geöffnet, um den überschüssigen Teil des geförderten Wassers wieder in das Unterwasser zurückzuleiten.

Angaben:
Höhenunterschied: h= 56 m
Rohrleitungslänge: l=121,6 m
Rohrdurchmesser: d=12 cm
Widerstandsbeiwert des Rohres: λ=0,05
Widerstandsbeiwert eines Krümmers: ζ_{Kr}=0,51
Preis der Drehzahlregelung: 4070 €
Lebensdauer der Anlage: 15 Jahre
Betriebsdauer (∅): 1500 h/Jahr
Preis je kWh: 0,1 €/kWh

$H = H_{Geod} + \frac{c^2}{2\cdot g}\cdot\left(\lambda\frac{l}{d}+5\zeta_{Kr}+1\right)$ mit $\frac{c^2}{2\cdot g}=\frac{16\cdot Q^2}{2\cdot g\cdot d^4\cdot\pi^2}$ folgt für H die Funktion:

$H = H_{Geod} + \left[\frac{8\cdot}{g\cdot d^4\cdot\pi^2}\cdot\left(\lambda\frac{l}{d}+5\zeta_{Kr}+1\right)\right]\cdot Q^2$ und somit die Verbraucherkennlinie.

Betriebspunkt bei 60% des Auslegedurchsatzes: $Q = 0.6\cdot Q_{BP}$

$$P = \frac{\rho\cdot g\cdot Q_{BP=60\%}\cdot H_{BP=60\%}}{\eta_{PU}}$$

$$\eta_{Anlage} = \frac{Nutzen}{Aufwand} = \frac{\rho\cdot g\cdot Q\cdot H_{Geod}}{\rho\cdot g\cdot Q_{BP=60\%}\cdot H_{BP=60\%}}\cdot\eta_{PU}$$

Ähnlichkeitsparabel:

$$\frac{Q'}{Q}=\frac{n'}{n} \qquad \frac{H'}{H}=\left(\frac{n'}{n}\right)^2$$

Leitungsdifferenz als Basis der Einsparung:

$$Einsparung = Jahre\cdot \underbrace{\Delta p\cdot t}_{Arbeit/Jahr[kWh/Jahr]}\cdot Preis/kWh$$

Schnittpunkt der Verbraucherkennline mit Pumpenkennline:			
Q	90 m³/h	60% des Auslegungsdurchsatzes	
H	69.5 m		
etha	76 %	Q'	54 m³/h

	Drosselregelung				
Q'	54	m³/h	P	16.8	kW
H'	76.5	m	etha Anlage	49.05	%
etha Pumpe	67%				

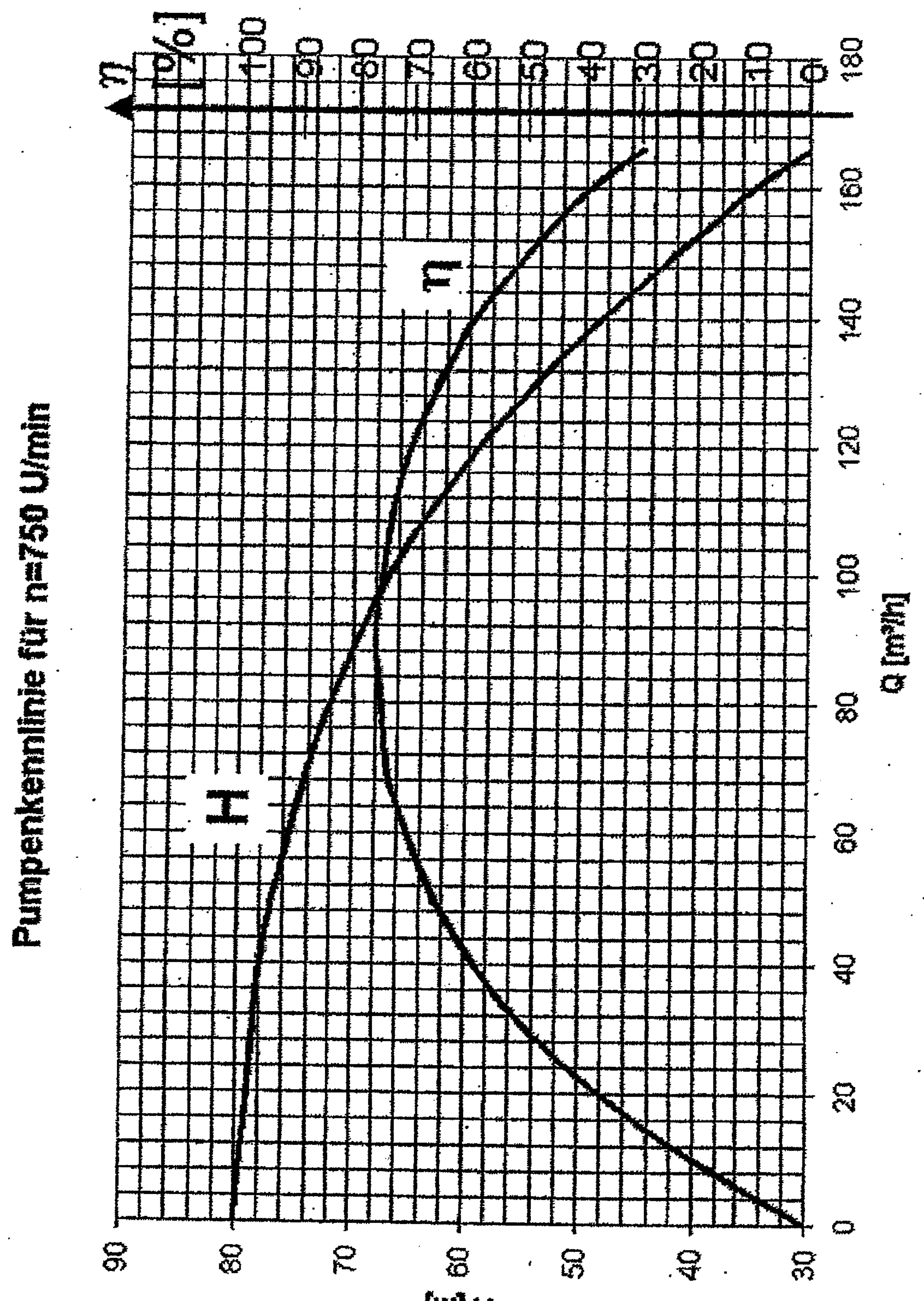
	Bypassregelung				
Q'	114	m³/h	P	26.53	kW
H'	61.5	m	etha Anlage	31.06	%
etha Pumpe	72%				

	Drehzahlregelung				
Q'	54	m³/h	P	12.93	kW
H'	61.5	m³/h	etha Anlage	63.74	%
etha Pumpe	70%				

Einsparung bezogen auf niedrigste Leistung (Drehzahlregelung)

	kW	kWh/Jahr	€/Jahr	€ in15 Jahren
delta p	13.6	20400	2040	30600
delta p	3.87	5805	580.5	8707.5

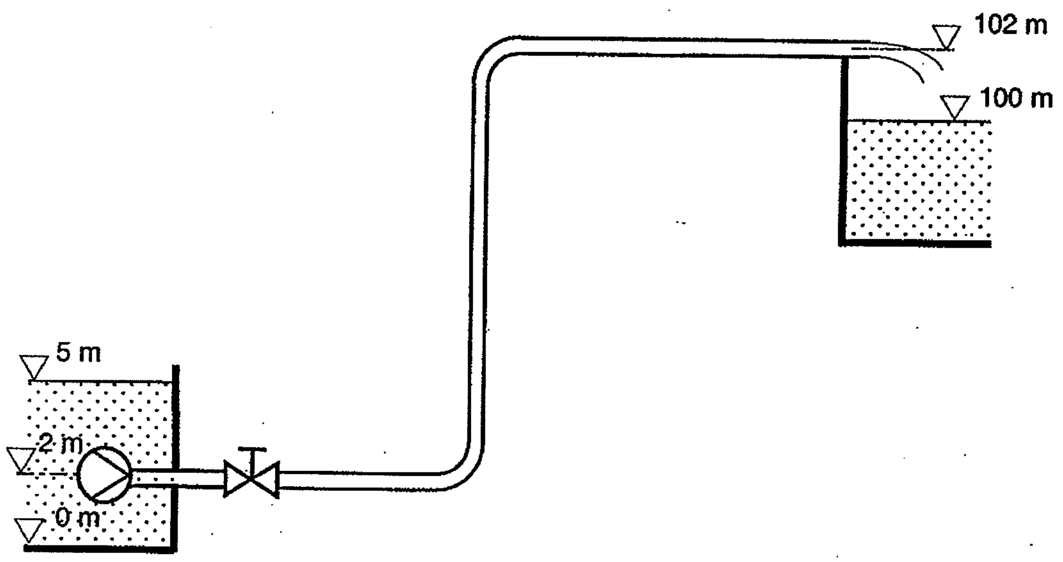
Die Drehzahlregelung rentiert sich !


Pumpenkennlinie für n=750 U/min
H
η
H [m]
Q [m³/h]
η [%]
0 20 40 60 80 100 120 140 160 180
90 80 70 60 50 40 30
100 90 80 70 60 50 40 30 20 10 0

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer: Schriftl. Prüfung:

1. Beispiel: Pumpe mit Drosselregelung

Eine Pumpe fördert Wasser vom unteren in das obere Becken.
Die Höhenkoten der Anlage sind in der Skizze eingezeichnet.

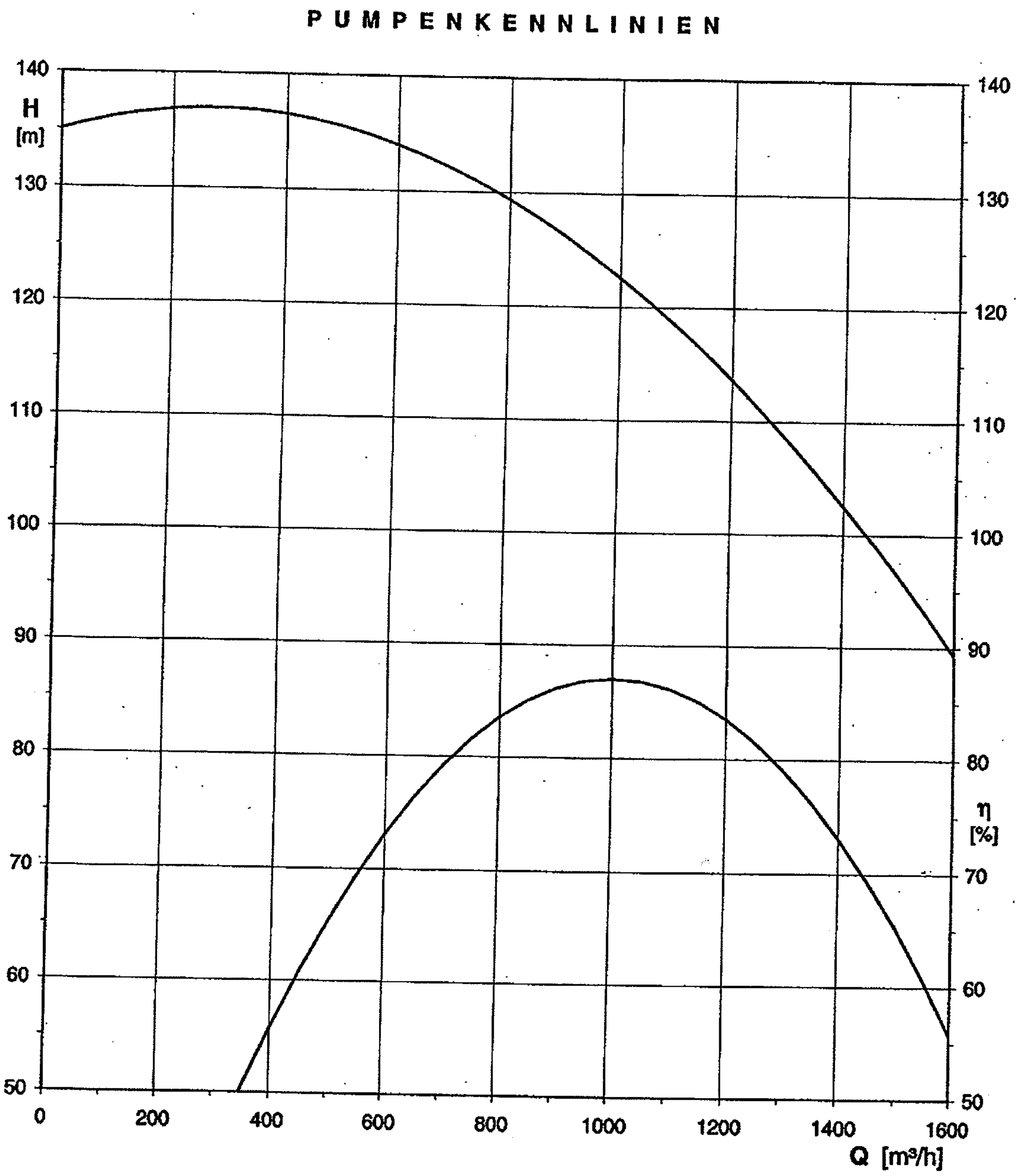


Die Gesamtverluste der Rohrleitung betragen: h_V [m] = $150 \cdot Q^2$, mit Q in m³/s.

Beilage: Pumpenkennlinien

Gesucht:

1. Der Betriebspunkt der Pumpe Q, H, η, P.
2. Die Fördermenge der Pumpe soll mit dem Drosselventil auf 60% der ursprünglichen Menge reduziert werden.
   Gesucht sind die Daten des neuen Betriebspunktes Q^*, H^*, η^*, P^*.
3. Der Wirkungsgrad der Anlage bei 100% und 60% Fördermenge.
   Als Nutzeffekt für die Anlage ist die Förderung des Wassers vom unteren bis zum oberen Spiegel anzusehen.


PUMPENKENNLINIEN
H
[m]
η
[%]
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m³/h]

Schriftliche Prüfung: 8.6.2004

Lösung 1.Beispiel: Pumpe mit Drosselregelung

1. Betriebspunkt

$H_V = z_a - z_u + 150\cdot(Q[m^3/s])^2 = 102 - 5 + 150\cdot Q^2$ Verbraucherkennlinie
Q annehmen, H_V errechnen.
Der Schnittpunkt Verbraucherkennlinie/Pumpenkennlinie ergibt den Betriebspunkt:

$Q = 1200\ m^3/h$ $H = 113{,}7\ m$ $\eta = 0{,}835$

$P = Q\cdot H\cdot \rho\cdot g / \eta$ $\rightarrow P = 445{,}3\ kW.$

2. Reduktion der Fördermenge auf 60% durch Drosselregelung

$Q^* = 0{,}6\cdot Q = 0{,}6\cdot 1200 = 720\ m^3/h$
Der neue Betriebspunkt BP^* muß auf der Pumpenkennlinie liegen, daher

$Q^* = 720\ m^3/h$ $H^* = 131{,}5\ m$ $\eta^* = 0{,}80$

$P^* = Q^*\cdot H^*\cdot \rho\cdot g / \eta^*$ $\rightarrow P^* = 322{,}5\ kW.$

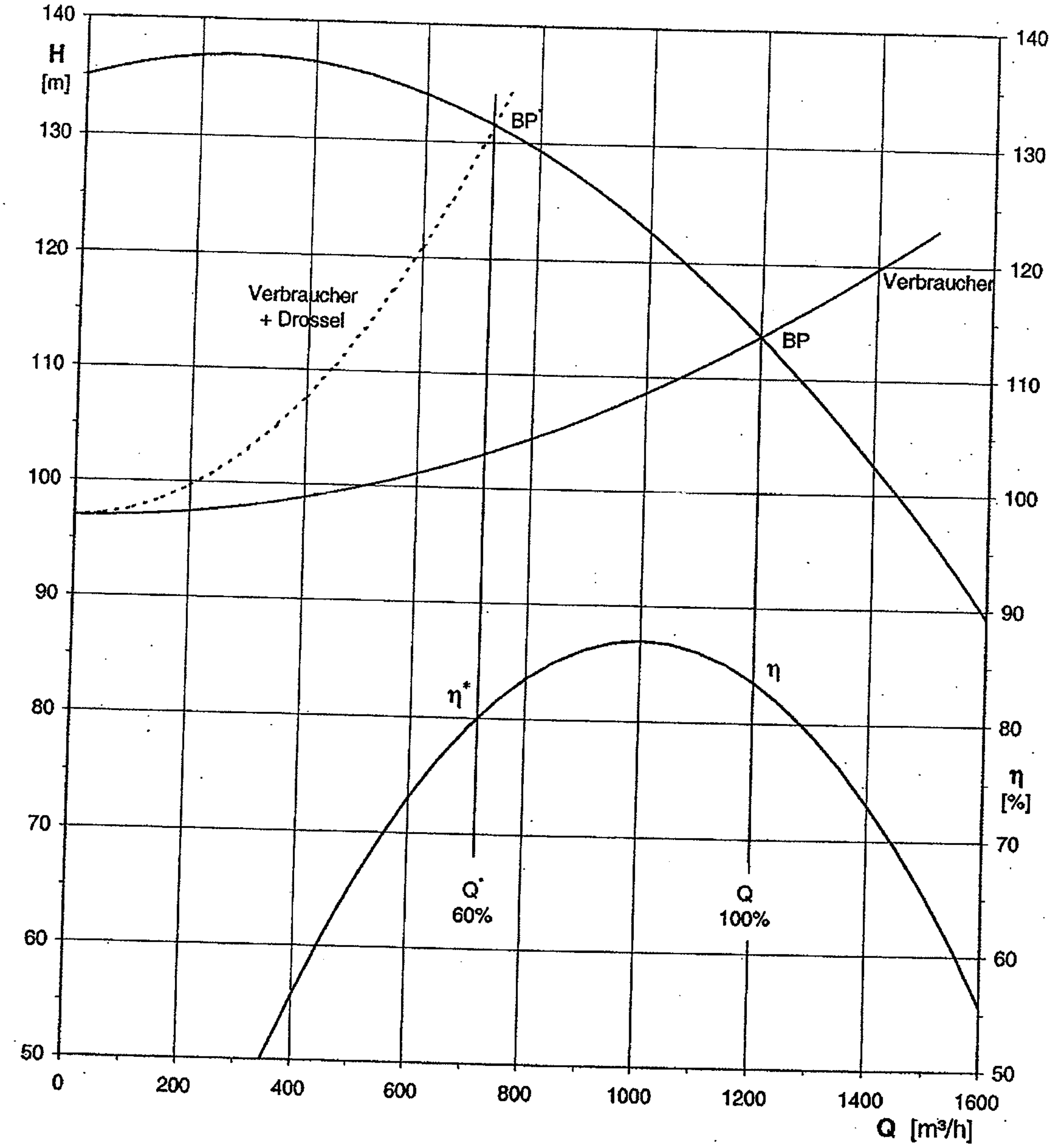
3. Anlagewirkungsgrade

$$\eta_{Anl} = \frac{\text{Nutzeffekt}}{\text{Aufwand}} = \frac{z_O - z_U}{H}\cdot\eta = \frac{100-5}{H}\cdot\eta$$

für 100% Fördermenge $\eta_{Anl}(Q) = 0{,}698$

für 60% Fördermenge $\eta_{Anl}(Q^*) = 0{,}578$

Lösung 1. Beispiel: Pumpe mit Drosselregelung



I N S T I T U T F Ü R	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftliche Prüfung: Strömungsmaschinen 15. März 1999

2. Beispiel: Trinkwasser-Transportleitung

Eine Trinkwasser-Transportleitung ist im Laufe des langjährigen Betriebes innen stark korrodiert und verkrustet. Die Lieferfähigkeit ist soweit zurückgegangen, daß ein Austausch der Leitung erforderlich wird.
Die Leitung wird ohne Pumpe im freien Gefälle mit konstanter Fallhöhe betrieben. Wegen der großen Leitungslänge sind die Verluste am Ein- und Austritt sowie in den Armaturen und Formstücken gegenüber den Rohrreibungsverlusten klein, sodaß sie für erste Überlegungen vernachlässigt werden sollen.

Derzeitige maximale Lieferfähigkeit	$Q = 100\ m^3/h$
Rohrinnendurchmesser	$D = 150\ mm$
Fallhöhe	$\Delta z = 160\ m$
Leitungslänge	$L = 5000\ m$
Kinematische Zähigkeit des Wassers	$\nu = 1{,}3 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$

Gesucht:

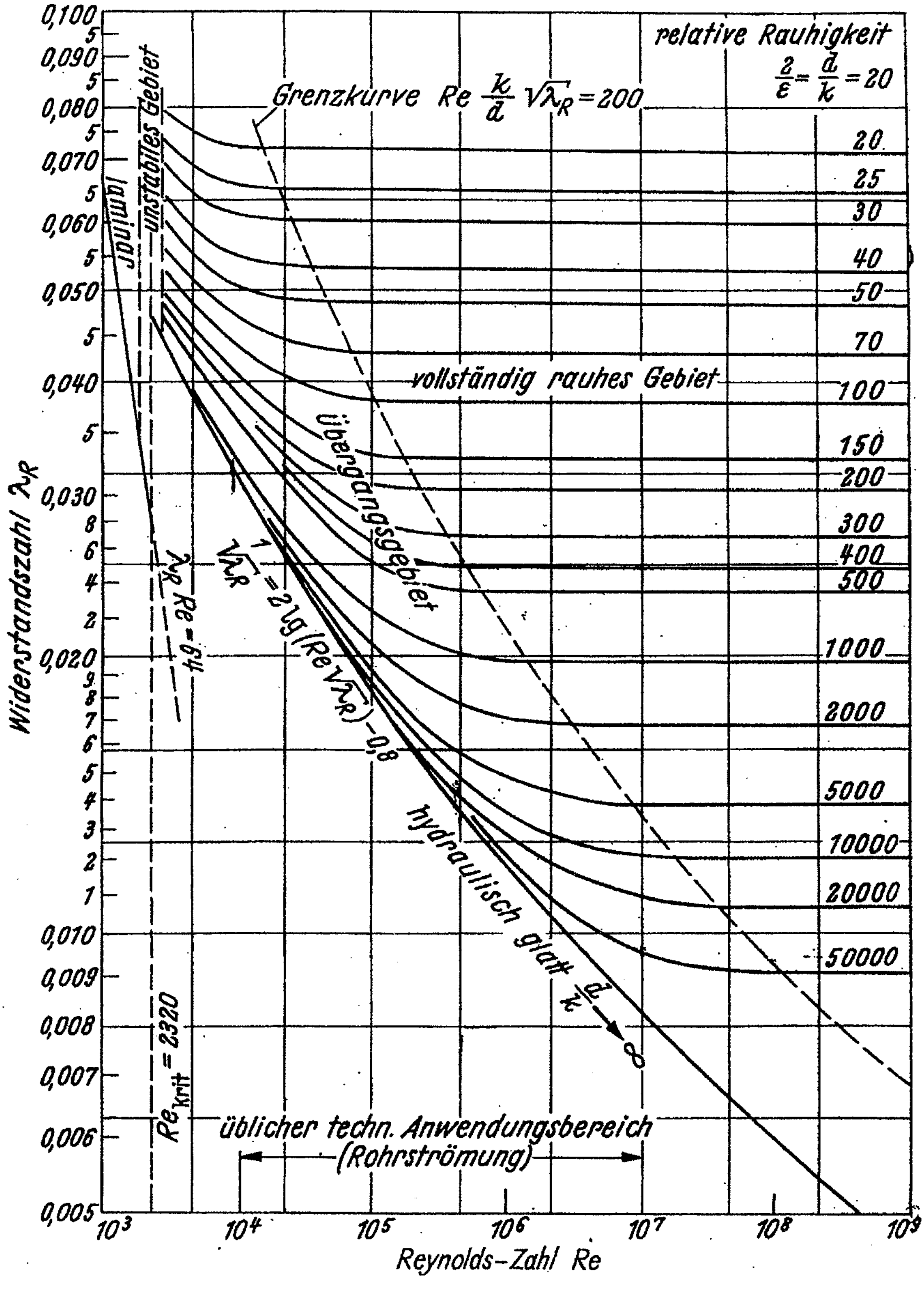
1. Welche maximale Lieferfähigkeit kann mit einer neuen Rohrleitung gleichen Durchmessers bestenfalls erreicht werden?

   Welche Forderung muß die Rohrbeschaffenheit erfüllen?

2. Welcher Rohrinnendurchmesser ist für eine neue Leitung zu wählen, damit sie auch nach langjährigem Betrieb mit einer Rauigkeit von 1,5 mm eine Lieferfähigkeit von $Q = 200\ m^3/h$ behält?

3. Welche Pumpenförderhöhe bzw. Pumpenantriebsleistung ($\eta_{PU}=0{,}8$) wäre erforderlich, um mit der alten verkrusteten Rohrleitung $Q = 200\ m^3/h$ zu erreichen?

FÜR GENAUES EINTRAGEN BZW. ABLESEN
LOGARITHMISCHE ACHSENTEILUNGEN BEACHTEN



Lösung Beispiel 2 :

Siehe 15.3.1999

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

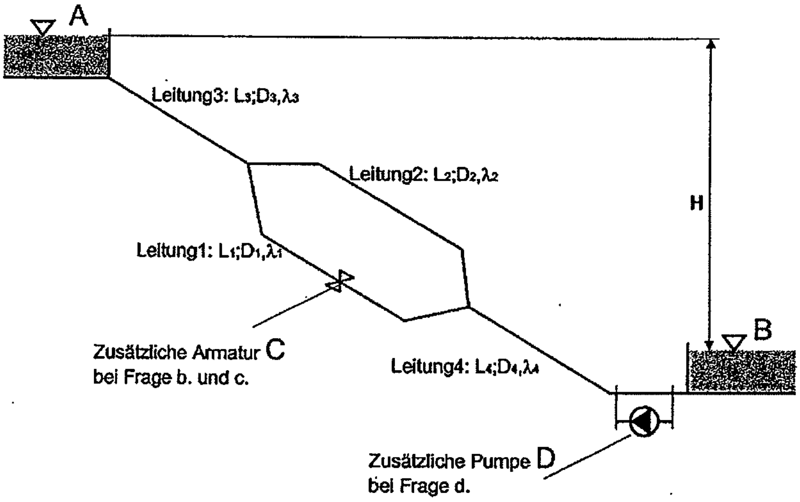
Bsp1 **Trinkwasserbehälter**

Aus einem Trinkwasserbehälter (A) fliesst Wasser tagsüber durch eine Rohleitung in einen zweiten tiefergelegenen Behälter (B). Der Wasserspiegelunterschied der beiden Behälter beträgt H = 100 [m]. Die Rohrleitung teilt sich im mittleren Teil in zwei Leitungen mit unterschiedlichen Durchmessern auf.
Folgende Daten der Anlage sind gegeben:

$L_3 = L_4 = 600$ [m]	$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0{,}012$
$D_1 = D_3 = D_4 = 2$ [m]	$L_1 = 250$ m
$D_2 = 1$ [m]	$L_2 = 200$ m

a. Wie groß sind die Durchflüsse in den Leitungen 1 und 2 ? Sind die Strömungen laminar oder turbulent (Begründung!) ?
b. In der Leitung 1 wird zusätzlich eine Armatur mit dem Drosselbeiwert $\zeta_{Drossel}$ eingebaut. Wie muß der $\zeta_{Drossel}$-Wert gewählt werden, damit die Durchflüsse durch die beiden Leitungen 1 und 2 gleich groß sind.
c. Durch Sonneneinstrahlung auf die im freien verlegte Rohrleitung1 verändert sich der Rohrreibungswert λ_1 auf 0,015. Welches zeta wird nun benötigt um gleiche Durchflüsse in den Leitungen 1 und 2 zu erhalten?
d. In der Nacht wir vom tiefergelegenen Speicher bei geschlossener Armatur in den höheren Speicher gepumpt (Leitung 4-2-3), wobei sich im Rohr 4 eine Geschwindigkeit von 1 [m/s] einstellen soll. Welche Pumpleistung ist erforderlich bei einem Pumpenwirkungsgrad von η=0.7 und einer Drehzahl von 500 [1/min]. Welches n_q hat die eingebaute einstufige zweiflutige Pumpe und das Laufrad.

Hinweis: Die Einlauf-, Verzweigungs- und Krümmerverluste können vernachlässigt werden, die Austrittsverluste sind zu berücksichtigen. Es herrscht Umgebungsdruck.



INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

Bsp2 MB/ MB-Wi - **Kaplanturbine**

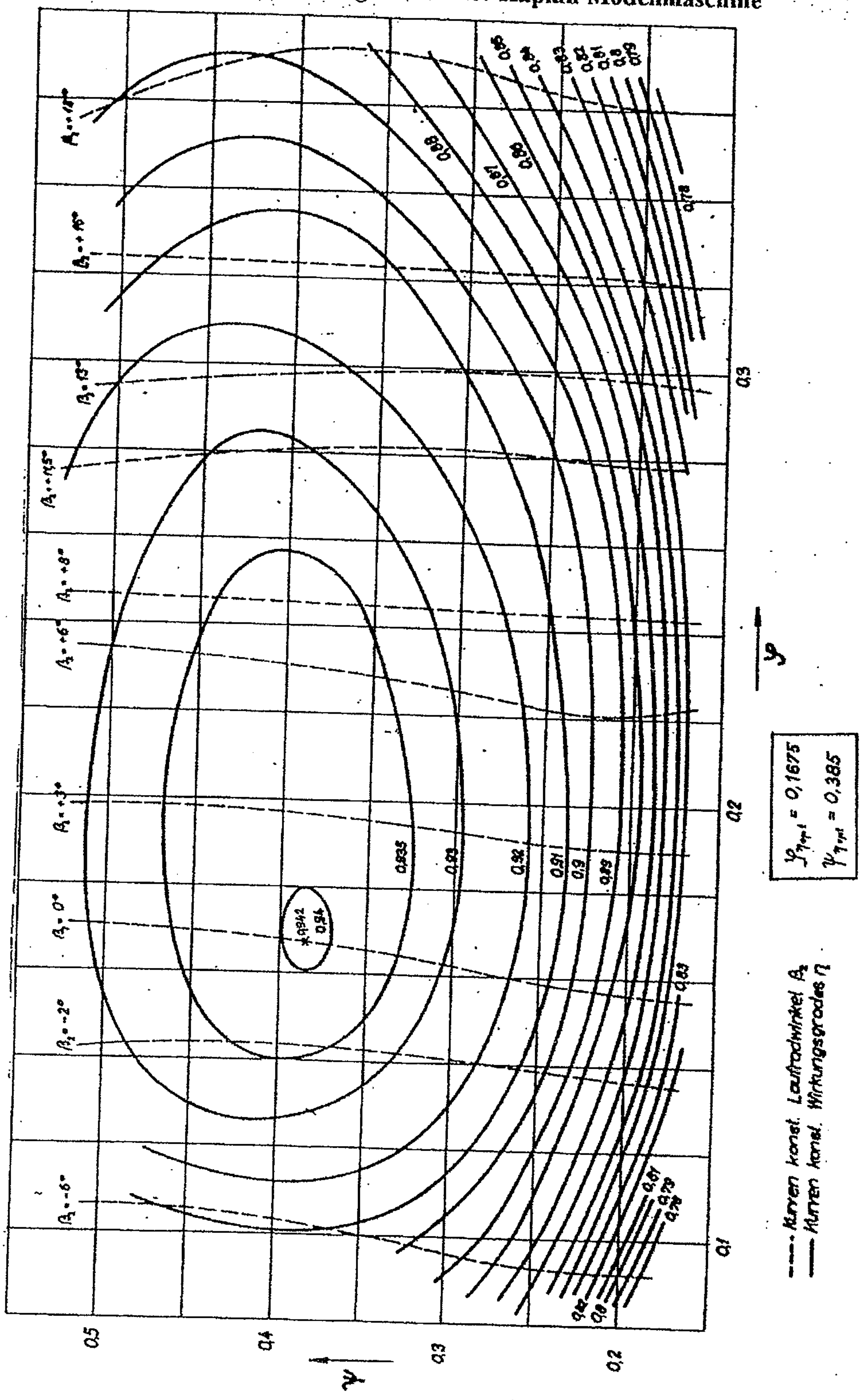
Der Modellversuch einer Kaplanturbine ergab das beiliegende Muschelkurven-diagramm. Für ein Flußkraftwerk soll eine Großausführung dieses Modells gebaut werden.
Die Turbine soll so ausgelegt werden, daß sie für

$$Q = 120\ m^3/s$$
$$H = 22\ m$$

ihren besten Wirkungsgrad erreicht.

1. Wie groß ist der Durchmesser und die Drehzahl, wenn das Wirkungsgradoptimum erreicht werden soll ? Hinweis: $n_q = 157{,}78*(\varphi^{1/2}/\psi^{3/4})$.
   Wie kommt man auf die obige Formel?
2. Wie groß ist der Durchmesser, die Drehzahl und das Wirkungsgradoptimum bei Verwendung der günstigsten Synchrondrehzahl ?
   (Hinweis: die Anlage wird in Österreich verwendet)
3. Wie groß ist der beste Wirkungsgrad und dort die Durchflußmenge, den die entsprechend Punkt 1. für h_{opt} ausgelegte Maschine bei $H = 2/3*H_{Auslegung}$ erreicht?

Muscheldiagramm einer Kaplan Modellmaschine



Lösung Beispiel 1, 2 :

Siehe 15.2.2003

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: 19 November 2004

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

meu

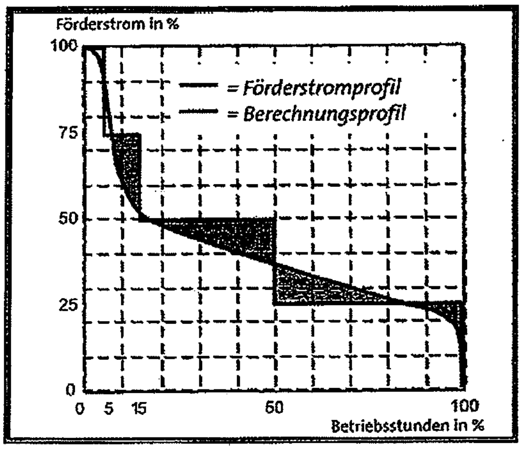
Bsp1 MB/ MB-Wi/ VT – **Heizungsumwälzpumpe (10 Punke)**

Für die Heizung eines Industriegebäudes mit einer Etagenfläche von 8000 m² und einem spezifischen Wärmebedarf von 90 W/m² soll eine Heizungsumwälzpumpe ausgelegt werden. Die Temperaturspreizung der Anlage beträgt 25 [°C]. Die Verlusthöhe im ungünstigsten Strang berechnet sich zu $H = k * Q^2$, wobei $k = 2{,}9*10^5$ [s^2m^{-5}] beträgt.

1. Wie groß sind die Fördermenge und die Förderhöhe im Auslegungspunkt? Näherungsweise kann mit einer Dichte von $\rho = 1000$ kg/m³ gerechnet werden. (2 Punkte)

Aufgrund des während der Heizperiode stark schwankenden Wärmebedarfes wurde vom Heizungsbauer für diese Aufgabe eine drehzahlgeregelte Pumpe (Proportionaldruck) empfohlen, die vom Controller des Bauträgers abgelehnt und aufgrund des geringeren Kaufpreises durch eine nicht drehzahlgeregelte Pumpe ersetzt wurde. Der Kaufpreis für die drehzahlgeregelte Pumpe beträgt 3656,7 €, während die nicht drehzahlgeregelte Pumpe (hydraulisch identisch) nur 935,4 € kostet.

2. Vergleichen Sie die Regelungsarten „Drosselung" und „Drehzahlregelung" und ermitteln Sie die Rücklaufzeit für die teurere, drehzahlgeregelte Heizungsumwälzpumpe. Folgendes Pumpenlastkollektiv soll der Untersuchung zugrunde gelegt werden. Die Heizdauer beträgt 6000 h/Jahr. Die Energiekosten für die Heizungsumwälzpumpe betragen 0,07 €/kWh. Stellen sie das Ergebnis graphisch dar. (7 Punkte)



3. Wie groß sind die Gesamtwirkungsgrade der Pumpe in den verschiedenen Betriebspunkten (4 Betriebspunkte bei Drosselregelung und 4 Betriebspunkte bei Drehzahlregelung)? (1 Punkt)

Lösung Bsp. 1:

Heizungsumwälzpumpe: Rücklaufzeit für Drehzahlregelung

Der Betriebspunkt der Heizungsumwälzpumpe kann sowohl mittels der Anlagenkennlinie als auch durch die Wärmebilanz des Gebäudes ermittelt werden.

$$\text{beheizte Fläche} \cdot \text{spez. Wärmebedarf} = \text{Heizleistung}$$

$$A \cdot Q_{spez} = c_p \cdot \dot{m} \cdot \Delta t$$

$$\dot{m} = \frac{A \cdot Q_{spez}}{c_p \cdot \Delta t} = \frac{8000 \cdot 90}{4200 \cdot 25} = 6{,}86\left[kgs^{-1}\right]$$

$$Q = 6{,}86 \cdot 3{,}6 = 24{,}7\left[m^3/h\right]$$

$$H = k \cdot Q^2 = k \cdot \left(\frac{\dot{m}}{\rho}\right)^2 = 2.9 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{6{,}86}{1000}\right)^2 = 13{,}64[m]$$

Damit erkennt man im Pumpenkennfeld, dass die Proportionaldruckkurve Prop2 zu diesem Betriebspunkt gehören muss. Die dazugehörige Leistungskurve $P_{elProp2}$ ist ebenfalls im Pumpenkennfeld eingetragen. Die Proportionaldruckregelung verläuft entlang dieser – hier strichpunktiert gekennzeichneten – Linien. Die Drosselregelung verläuft auf der ursprünglichen – hier durchgezogenen – Pumpenkennlinie. Für den Auslegungspunkt $Q_{100\%}$ und die drei Teillastbetriebspunkte $Q_{75\%}$, $Q_{50\%}$ und $Q_{25\%}$ können nun sowohl die entsprechenden Förderhöhen der Pumpe als auch die el. Pumpenleistung aus dem Pumpenkennfeld entnommen werden.

Drosselregelung:

Q = 24,7 [m³/h]	Q = 18,5 [m³/h]	Q = 12,35 [m³/h]	Q = 6,2 [m³/h]
H = 13,64 [m]	H = 16,7[m]	H = 18,2 [m]	H = 19,1 [m]
P_{el} = 1605 [W]	P_{el} = 1460 [W]	P_{el} = 1240 [W]	P_{el} = 980 [W]
η = 57,2 %	**η = 57,7 %**	**η = 49,4 %**	**η = 32,9 %**

Proportionaldruckregelung:

Q = 24,7 [m³/h]	Q = 18,5 [m³/h]	Q = 12,35 [m³/h]	Q = 6,2 [m³/h]
H = 13,64 [m]	H = 10,9[m]	H = 8 [m]	H = 5 [m]
P_{el} = 1605 [W]	P_{el} = 1125 [W]	P_{el} = 720 [W]	P_{el} = 410 [W]
η = 57,2 %	**η = 48,8 %**	**η = 37,4 %**	**η = 20,6 %**

Für die Ermittlung des Lastkollektives ist eine jährliche Betriebsdauer von t_0 = 6000 h anzunehmen. Die Verteilung auf die versch. Betriebspunkte ist dem Pumpenlastkollektiv zu entnehmen. Die Energiekosten betragen 0,07 €/kWh. Der Mehrpreis für die geregelte Pumpe beträgt 3656,7-935,4 = 2721,3 €. Die Energiekosteneinsparung durch die Drehzahlregelung beträgt:

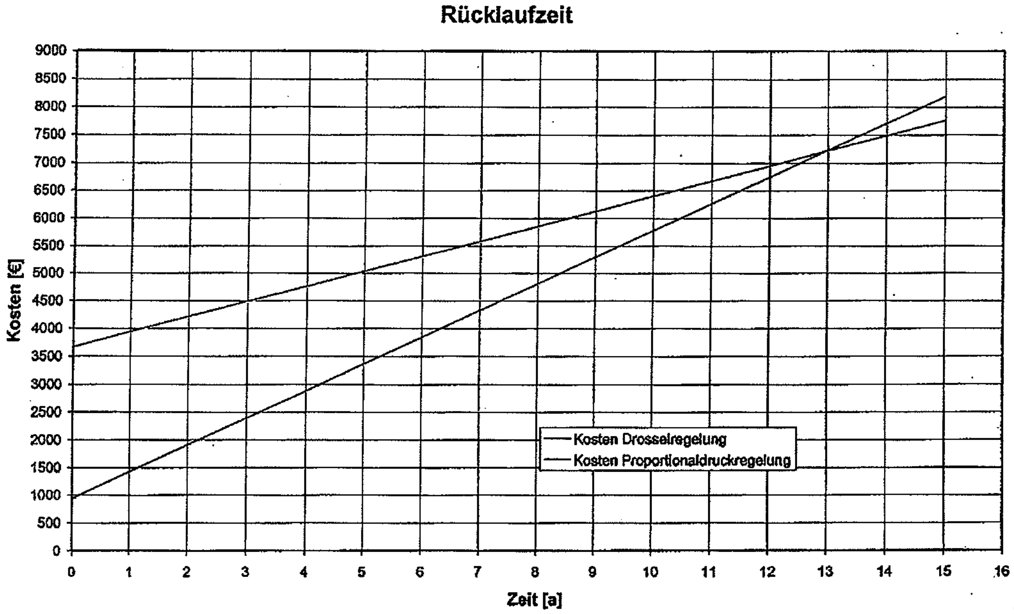
$$\Delta K = \left(0{,}05 \cdot \Delta P_{el}(Q_{100\%}) + 0{,}1 \cdot \Delta P_{el}(Q_{75\%}) + 0{,}35 \cdot \Delta P_{el}(Q_{50\%}) + 0{,}5 \cdot \Delta P_{el}(Q_{25\%})\right) \cdot t_0 \cdot 0{,}07$$

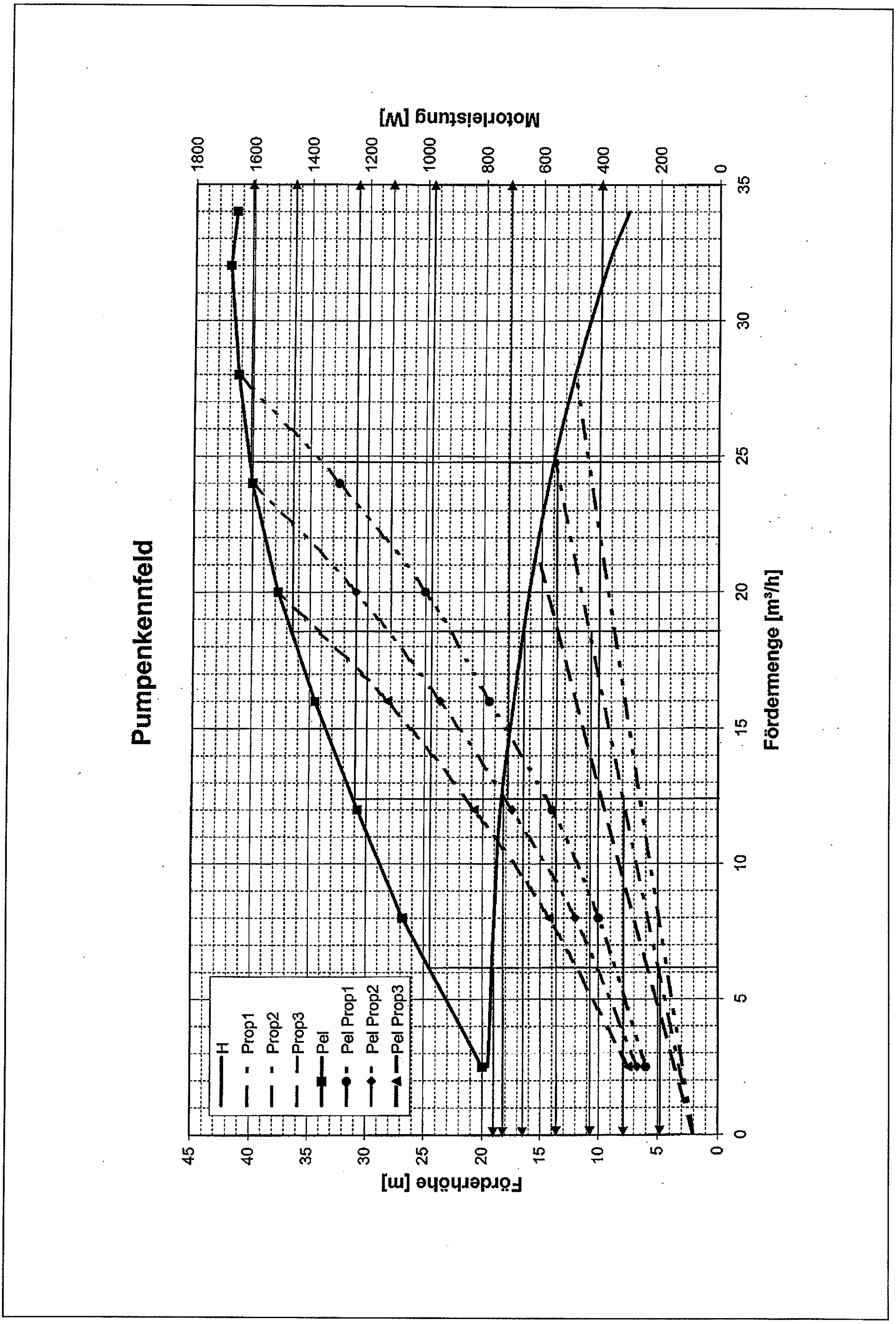
$$\Delta K = (0{,}1 \cdot 0{,}335 + 0{,}35 \cdot 0{,}52 + 0{,}5 \cdot 570) \cdot 6000 \cdot 0{,}07 = 210{,}2\left[€/a\right]$$

Die Rücklaufzeit für die teurere drehzahlgeregelte Pumpe beträgt daher:

$$t_R = \text{Pumpenmehrpreis} / \Delta K$$

$$t_R = \frac{2721{,}3}{210{,}2} = 12{,}95[a]$$



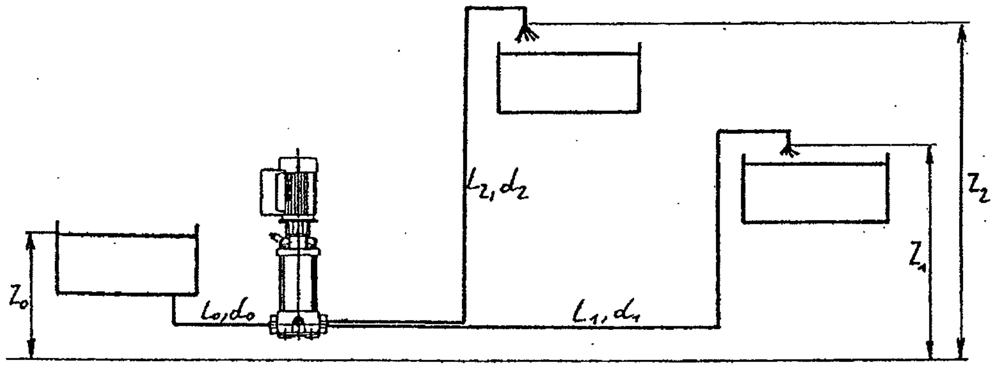

Pumpenkennfeld
Motorleistung [W]
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
Förderhöhe [m]
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
Fördermenge [m³/h]
35
30
25
20
15
10
5
0
H
Prop1
Prop2
Prop3
Pel
Pel Prop1
Pel Prop2
Pel Prop3

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG KOPERNIKUSGASSE 24 A-8010 Graz **Prüfung: 19 November 2004**	Name: Matr.-Nr.: Studienkennzahl: E-Mail: Tel.:

meu

Bsp2 MB/ MB-Wi/ VT – **Parallele Verbraucher (10 Punkte)**

Wasser wird von einer Pumpe in zwei verschieden hohe Becken gepumpt. Die beiden Druckleitungen verzweigen sich unmittelbar nach dem Druckstutzen der Pumpe. Die Kennlinie der Pumpe sowie ein Prandtl-Colebrook Diagramm zur Ermittlung der Rohrreibungsverluste liegen bei.

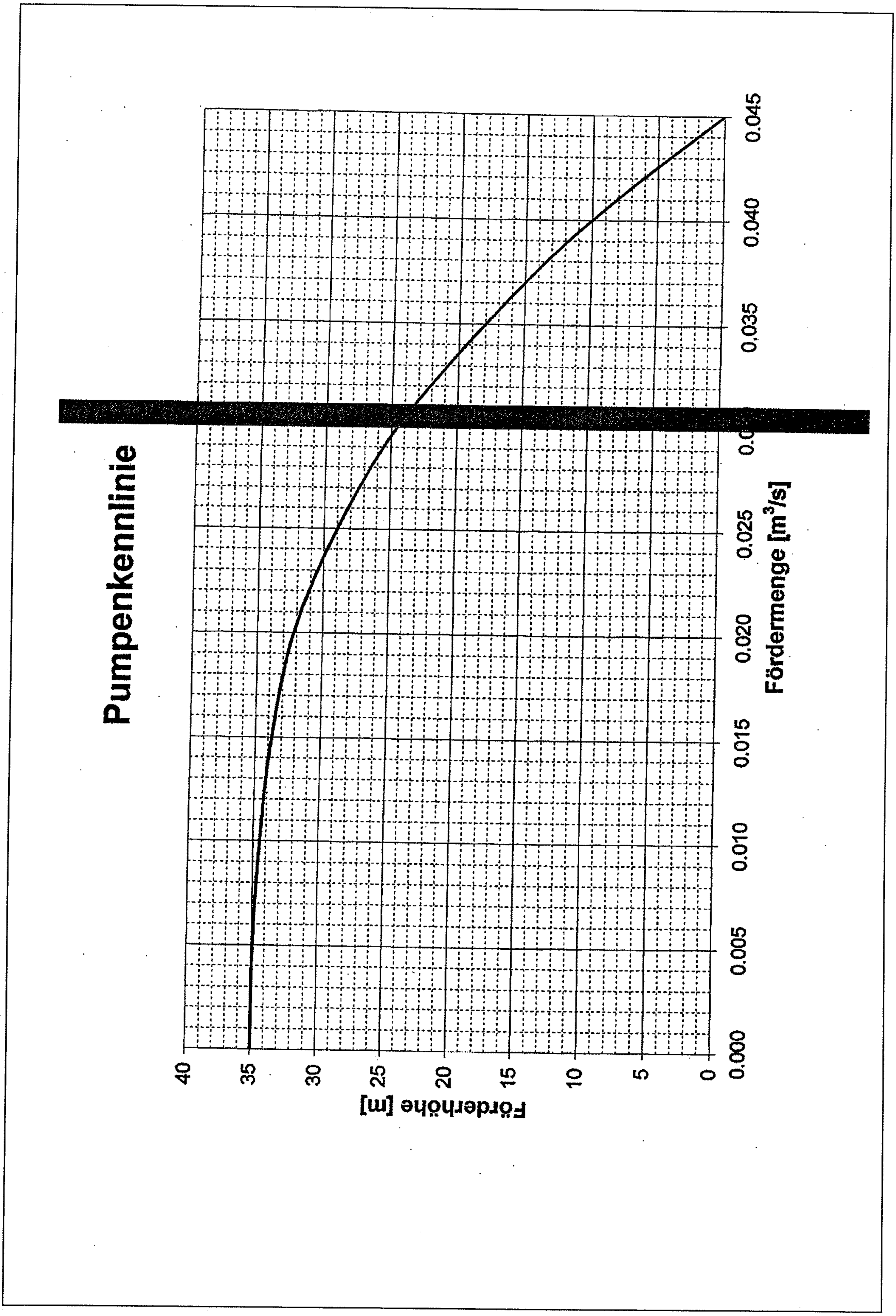


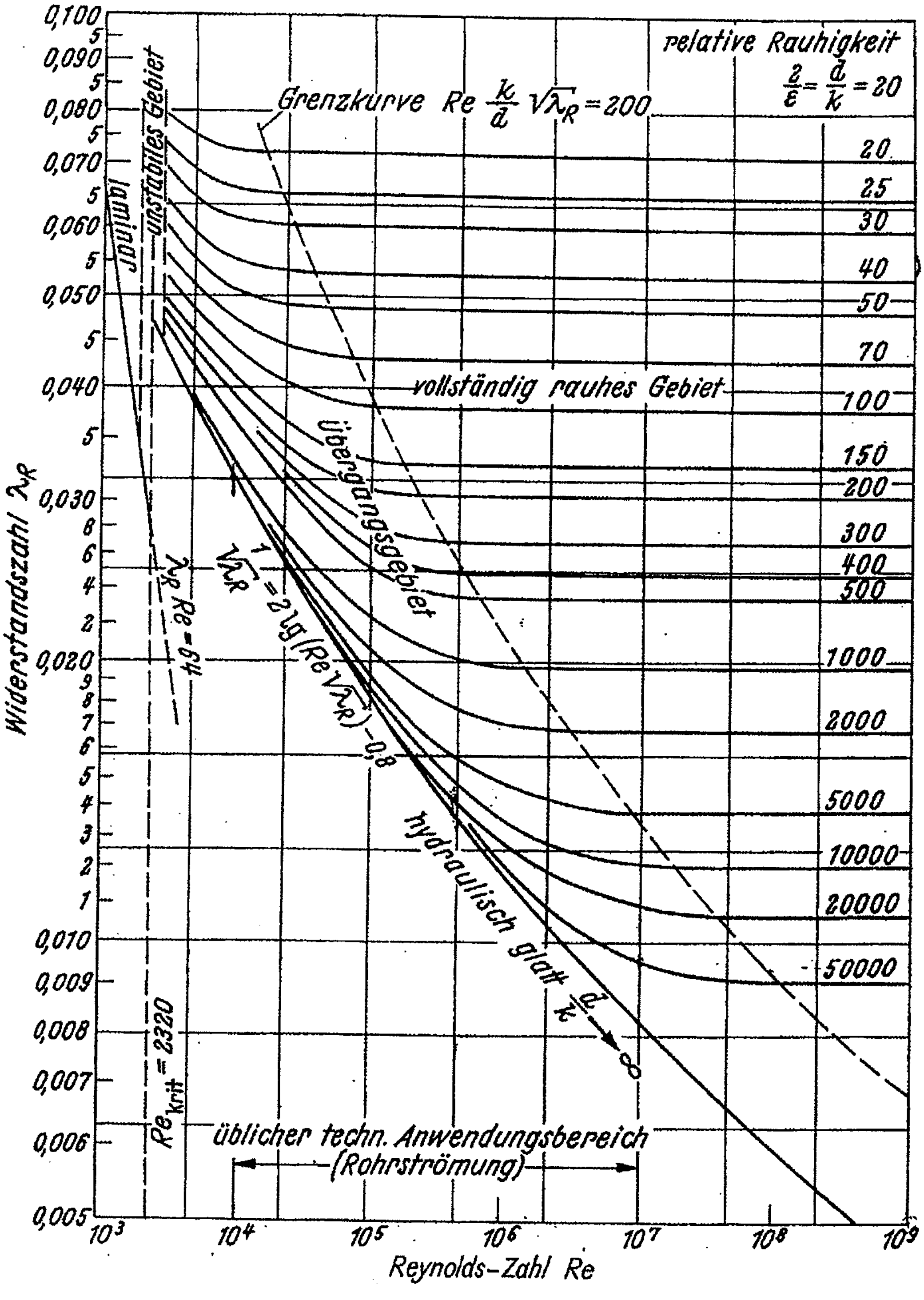
Anlagendaten:

$L_0 = 10$ [m]	$d_0 = 0.12$ [m]	$z_0 = 5$ [m]	6 Krümmer	$\zeta_K = 0.2$
$L_1 = 22$ [m]	$d_1 = 0.08$ [m]	$z_1 = 17$ [m]	8 Krümmer	$\zeta_K = 0.2$
$L_2 = 45$ [m]	$d_2 = 0.1$ [m]	$z_2 = 23$ [m]	16 Krümmer	$\zeta_K = 0.2$

Außerdem befindet sich in der Saugleitung ein Absperrventil $\zeta_K = 3.5$. Die Korngröße aller Rohre beträgt $k = 0.15$ [mm]. Zu berechnen ist die stündlich in jeden Behälter geförderte Menge und die hydraulische Leistung der Pumpe.

Re, λ bestimmen	1 Punkt
Verluste Saugleitung	2 Punkte
Verluste Leitung 1	2 Punkte
Verluste Leitung 2	2 Punkte
Betriebspunkt, Fördermenge	2 Punkte
Hydraulische Leistung der Pumpe	1 Punkt


Pumpenkennlinie
Fördermenge [m³/s]
Förderhöhe [m]
0.000
0.005
0.010
0.015
0.020
0.025
0.035
0.040
0.045
0
5
10
15
20
25
30
35
40


relative Rauhigkeit
$\frac{2}{\varepsilon} = \frac{d}{k} = 20$
Grenzkurve $Re \frac{k}{d} \sqrt{\lambda_R} = 200$
laminar
unstabiles Gebiet
vollständig rauhes Gebiet
Übergangsgebiet
$\frac{1}{\sqrt{\lambda_R}} = 2 \lg (Re \sqrt{\lambda_R}) - 0{,}8$
hydraulisch glatt $\frac{d}{k} \to \infty$
$\lambda_R\, Re = 64$
$Re_{krit} = 2320$
üblicher techn. Anwendungsbereich (Rohrströmung)
Widerstandszahl λ_R
Reynolds-Zahl Re
20
25
30
40
50
70
100
150
200
300
400
500
1000
2000
5000
10000
20000
50000
0,100
0,090
0,080
0,070
0,060
0,050
0,040
0,030
0,020
0,010
0,009
0,008
0,007
0,006
0,005
10^3
10^4
10^5
10^6
10^7
10^8
10^9

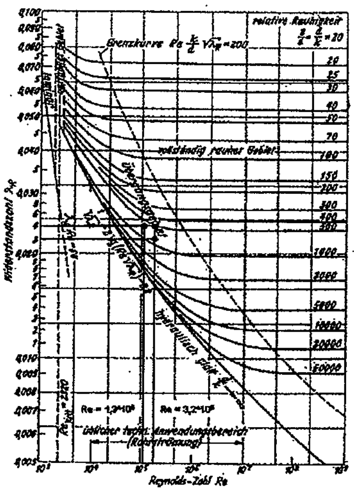
Lösung Bsp. 2:

Parallele Verbraucher: Fördermenge Becken 1, Becken 2

Zuerst müssen Sie, um λ ermitteln zu können, die Fördermenge abschätzen:

Leitung 0:	Q = 0.03 m³/s	Re = $3{,}2 \cdot 10^5$	d/k = 800	**λ = 0,022**
Leitung 1:	Q = 0.02 m³/s	Re = $3{,}2 \cdot 10^5$	d/k = 533,33	**λ = 0,024**
Leitung 2:	Q = 0.01 m³/s	Re = $1{,}3 \cdot 10^5$	d/k = 666,67	**λ = 0,024**

Wobei: $\mathrm{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{Q \cdot 4}{d \cdot \pi \cdot \nu}$



Mit den λ-Werten für die einzelnen Leitungen können die dynamischen Höhenverluste für die drei Einzelleitungen (Saugleitung, Leitung1 und Leitung2 bestimmt werden:

$$hv = \left(\lambda \cdot \frac{1}{d} + \Sigma\zeta\right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$hv = \left(\lambda \cdot \frac{1}{d} + \Sigma\zeta\right) \cdot \frac{16}{2 \cdot g \cdot D^4 \cdot \pi^2}$$

$$hv_0 = Q^2 \cdot \left(0{,}022 \cdot \frac{10}{0{,}12} + 3{,}5 + 6 \cdot 0{,}2\right) \cdot \frac{16}{2 \cdot g \cdot 0{,}12^4 \cdot \pi^2} = 2603{,}5 \cdot Q^2$$

$$hv_1 = Q^2 \cdot \left(0{,}024 \cdot \frac{22}{0{,}08} + 8 \cdot 0{,}2 + 1\right) \cdot \frac{16}{2 \cdot g \cdot 0{,}08^4 \cdot \pi^2} = 18559{,}9 \cdot Q^2$$

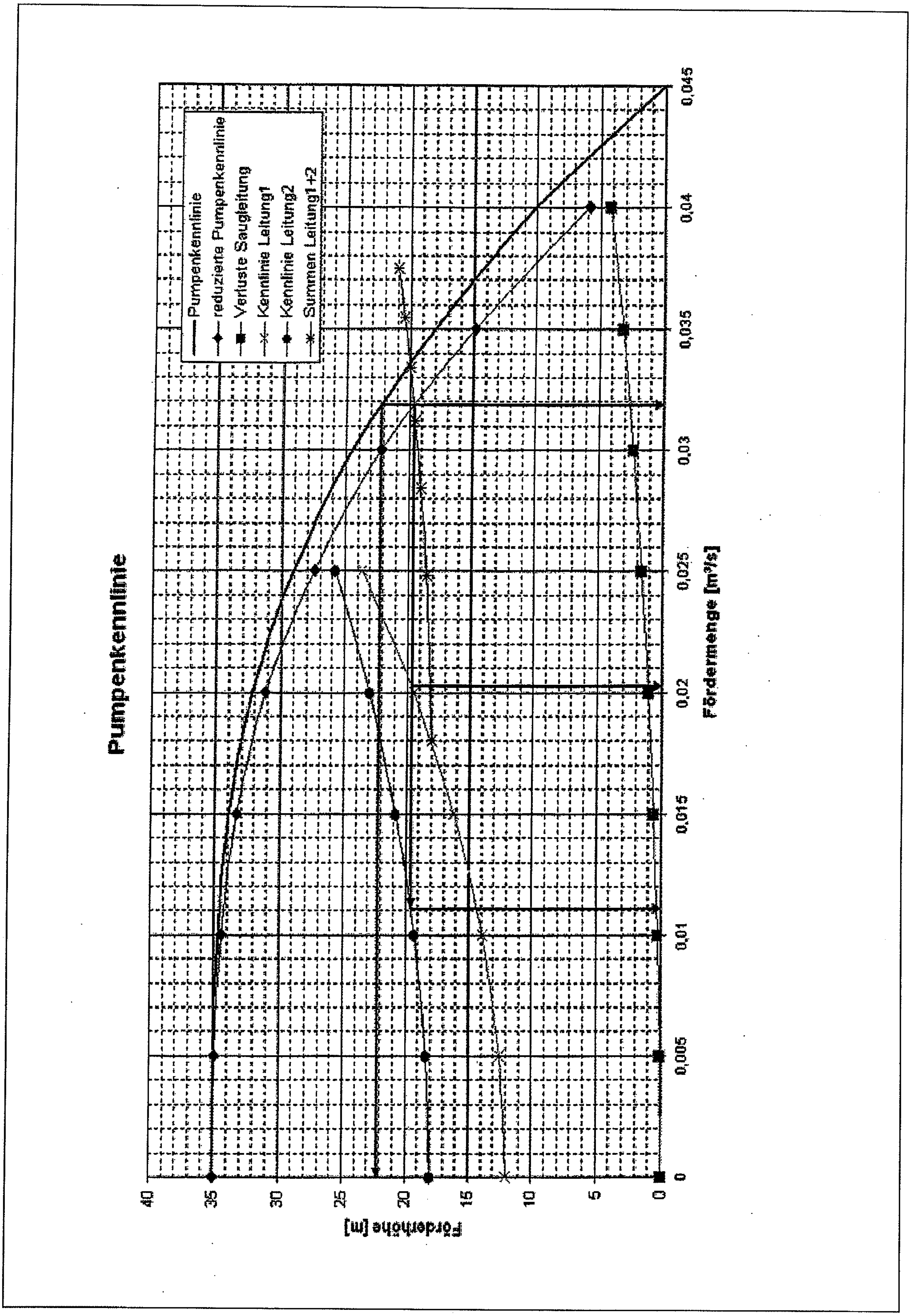
$$H_{ges1} = H_{geo1} + hv_1 = 12 + 18559{,}9\,Q^2$$

$$hv_2 = Q^2 \cdot \left(0{,}024 \cdot \frac{45}{0{,}1} + 16 \cdot 0{,}2 + 1\right) \cdot \frac{16}{2 \cdot g \cdot 0{,}1^4 \cdot \pi^2} = 12394{,}8 \cdot Q^2$$

$$H_{ges2} = H_{geo2} + hv_2 = 18 + 12394{,}8\,Q^2$$

Die saugseitigen dynamischen Verluste werden von der Pumpenkennlinie graphisch über H subtrahiert. Dadurch wird die Pumpenkennlinie um die saugseitigen Verluste in den Verzweigungspunkt reduziert.

Die zwei parallelen Verbraucherkennlinien werden über Q addiert. Für die geodätischen Höhen ist jeweils die Differenz der Spiegelhöhen einzusetzen. Unter dem Schnittpunkt der Summe der Verbraucherkennlinien mit der reduzierten Pumpenkennlinie ist auf der x-Achse die Gesamtfördermenge der Pumpe abzulesen. Unter den Schnittpunkten einer horizontalen Linie durch den Anlagenbetriebspunkt (Achtung: reduzierte Pumpenkennlinie) mit den Einzelverbraucherkennlinien kann auf der x-Achse die Fördermenge in der jeweiligen Leitung ermittelt werden. Der Pumpenbetriebspunkt ist vertikal über dem reduzierten Anlagenbetriebspunkt auf der Pumpenkennlinie zu finden. Die entsprechende Pumpenförderhöhe ist auf der y-Achse abzulesen.


Pumpenkennlinie
Pumpenkennlinie
reduzierte Pumpenkennlinie
Verluste Saugleitung
Kennlinie Leitung1
Kennlinie Leitung2
Summen Leitung1+2
Förderhöhe [m]
40
35
30
25
20
15
10
5
0
Fördermenge [m³/s]
0
0,005
0,01
0,015
0,02
0,025
0,03
0,035
0,04
0,045

I N S T I T U T F Ü R HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	NAME:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:
	Schriftliche Prüfung: 10. Dez. 2004

1. Beispiel: Auslegung einer Radialpumpe

Eine Radialpumpe soll 180 m³/h Lösungsmittel fördern. Das Laufrad ist entsprechend der Skizze auszuführen.

$c_0 = 10$ m/s

$\beta = 20°$

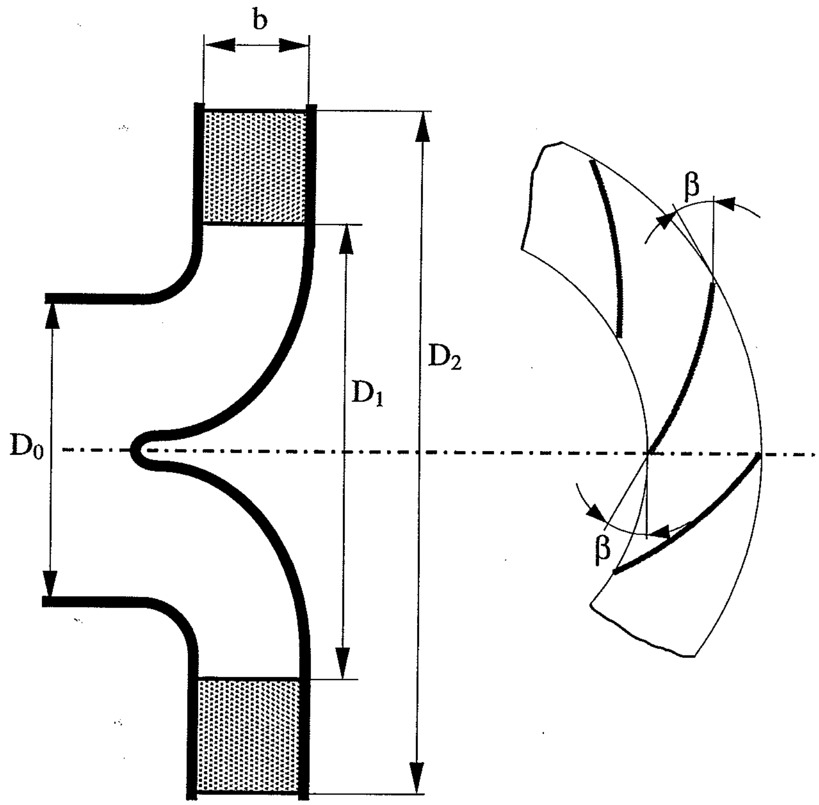
$\rho = 900$ kg/m³

$\eta = 85$ %

$\eta_U = 93$ %

$D_1/D_0 = 1{,}5$

$D_2/D_1 = 1{,}5$



Druck und Geschwindigkeit sind im jeweils betrachteten Querschnitt konstant anzunehmen (eindimensionale Betrachtung). Eine Versperrung durch die Schaufeln ist nicht zu berücksichtigen. Die Zuströmung zur Pumpe bzw. zum Laufrad ist zu überlegen und anzugeben (Drall?). Die Abströmung vom Laufrad erfolgt in Schaufelrichtung.

Gesucht:

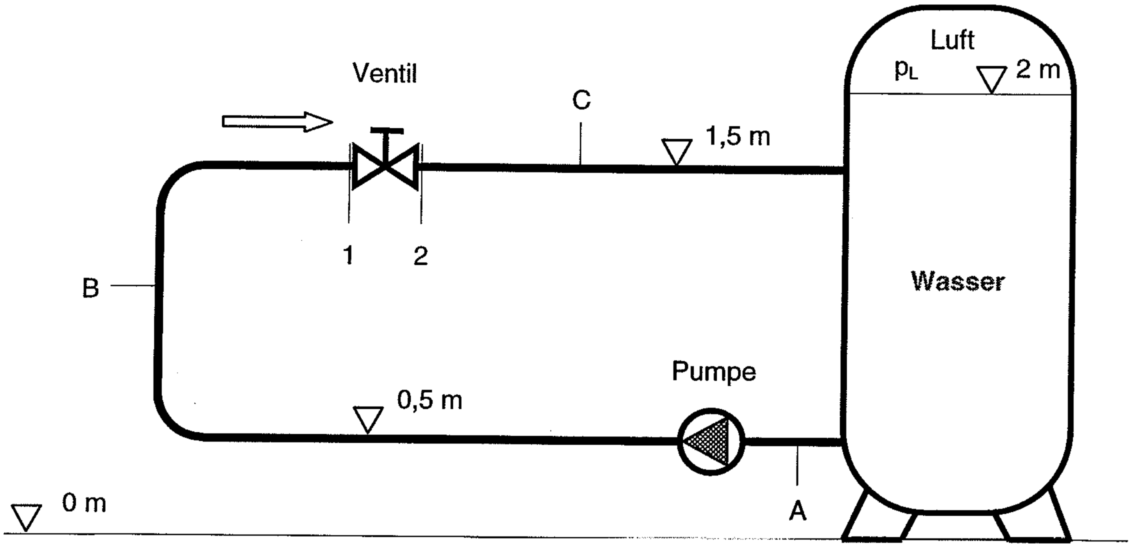
1. Der Durchmesser D_0, wenn die Strömungsgeschwindigkeit im Eintritt c_0 betragen soll.
2. Die Kanalbreite b, damit auch im Schaufeleintritt die gleiche absolute Strömungsgeschwindigkeit c_0 herrscht.
3. Die Drehzahl des Laufrades für stoßfreien Eintritt in die Beschaufelung.
4. Förderhöhe H und Leistung P der Pumpe.
5. Maßstäbliche Geschwindigkeitsdreiecke für den Schaufelein- und –austritt.

Lösung siehe 1. Beispiel vom 17.11.2000.

Änderungen:

1. η_U gegeben
2. Geschwindigkeitsdreiecke zeichnen

2. Beispiel: Ventilprüfstand



In dem skizzierten Prüfstand wurde der Verlustbeiwert ζ des Ventiles bei fixierter Ventilstellung in Abhängigkeit des Kavitationsparameters NPSH gemessen. Das Ergebnis liegt als Diagramm $\zeta(NPSH_{50})$ bei. Der Kavitationszustand im Ventil kann durch Variation des Luftdruckes p_L im Kessel eingestellt werden. Die Pumpe bzw. ihre Kennlinie bleibt von der Kavitation unbeeinflußt. Alle angegebenen Drücke sind Absolutdrücke.

Ventil: $$NPSH = \frac{p_2 - p_D}{\rho \cdot g} \qquad \zeta = \frac{p_1 - p_2}{c^2 \cdot \rho / 2}$$

p_1 = statischer Druck vor dem Ventil
p_2 = statischer Druck nach dem Ventil
$p_D = 0{,}02$ bar Dampfdruck
Nenndurchmesser: $d = 60$ mm

Rohrleitung: $d_i = 60$ mm, $\lambda = 0{,}015$, $L_A = 0{,}5$ m, $L_B = 3$ m, $L_C = 1{,}5$ m

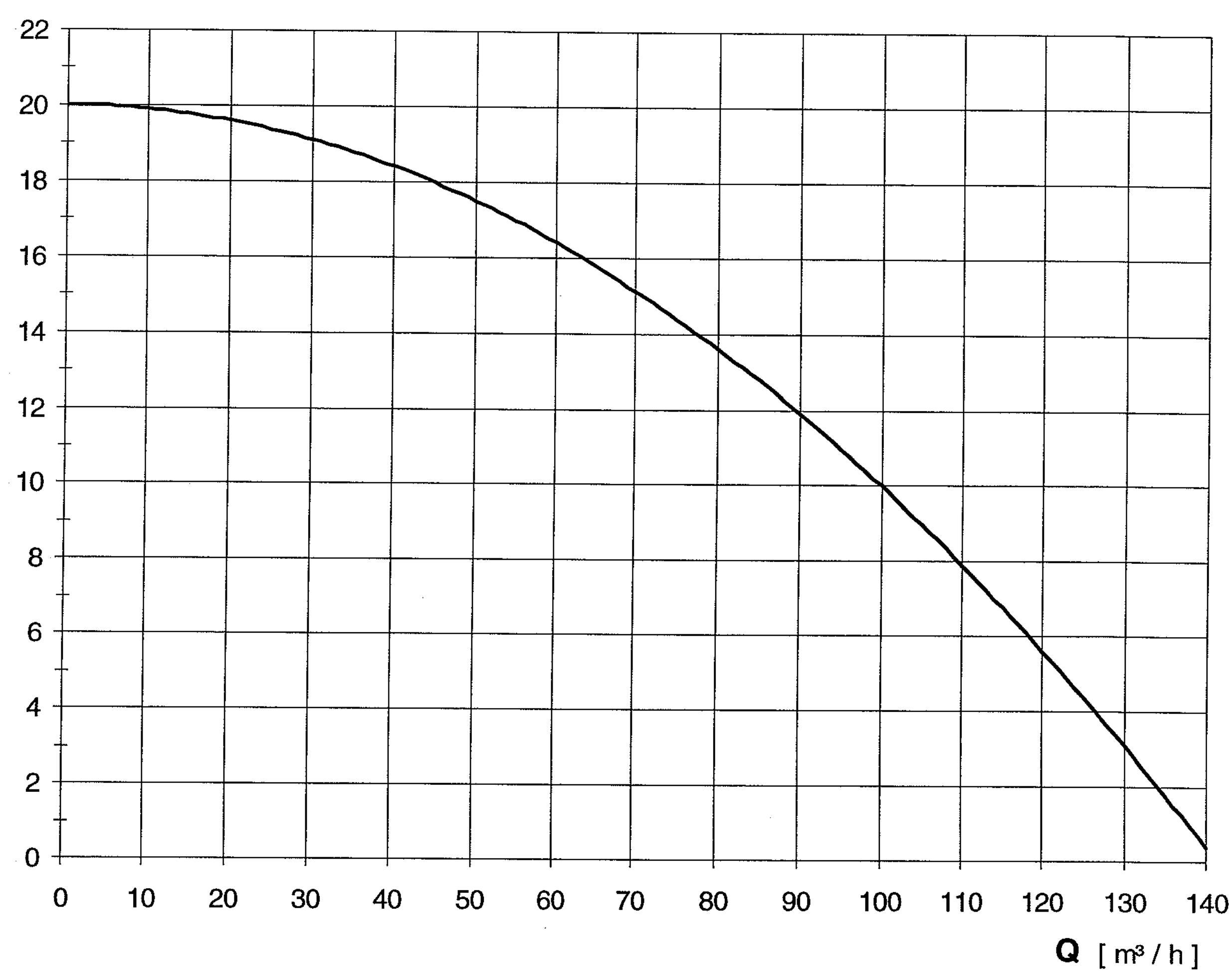
Verlustbeiwerte:
$\zeta_E = 0{,}25$ Eintritt Kessel – Rohrleitung
$\zeta_{RB} = 0{,}1$ für einen 90° Rohrbogen
$\zeta_A = 1$ Austritt Rohrleitung – Kessel

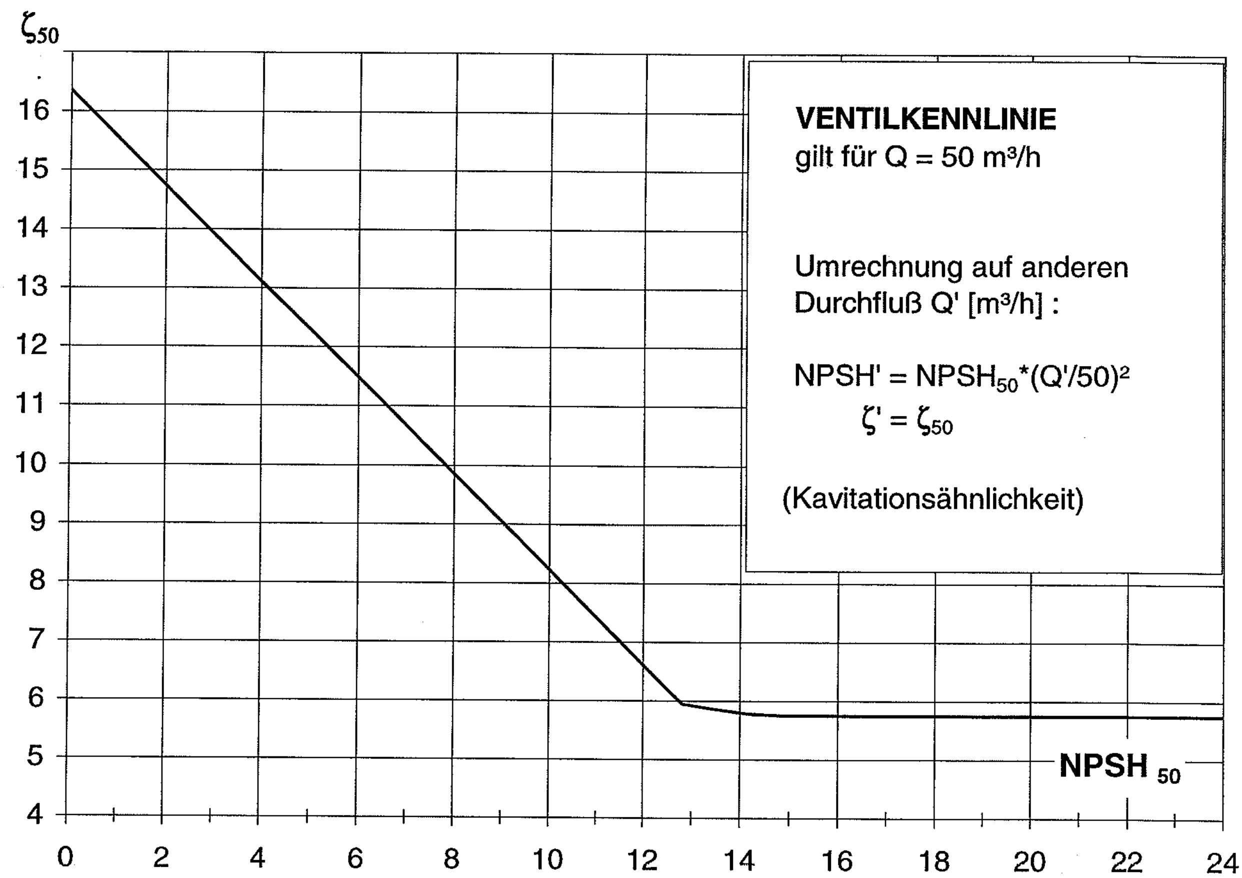
Gesucht:

1. Der Betriebspunkt der Pumpe Q, H,
   wenn der Kavitationsbeiwert des Ventiles $NPSH_{50} = 20$ m ist.
2. Der Luftdruck p_L im Kessel für den Betriebspunkt von 1.
   (falls keine Lösung für 1. gefunden, kann hier mit Q = 60 m³/h gerechnet werden)
3. Der Betriebspunkt der Pumpe Q, H sowie der Kavitationsbeiwert NPSH und der Verlustbeiwert ζ für das Ventil bei einem Luftdruck im Kessel von $p_L = 0{,}1$ bar.

Beilage: Pumpen- und Ventilkennlinie

PUMPENKENNLINIE





1. Betriebspunkt der Pumpe für Ventil-$NPSH_{50}$ = 20 m

Aus der Ventilkennlinie ergibt sich: $\zeta_{Ventil} = 5{,}7$

Verbraucherkennlinie: $$H_V = \frac{p_o - p_u}{\rho g} + \frac{c_o^2 - c_u^2}{2g} + z_o - z_u + \sum_u^o h_V$$

Geschlossener Kreislauf ($p_o = p_u$, $c_o = c_u$, $z_o = z_u$), daher: $$H_V = (\sum\zeta + \lambda\frac{\sum L}{d})\frac{c^2}{2g}$$

$$H_V = (0{,}25 + 2\cdot 0{,}1 + 5{,}7 + 1 + 0{,}015\frac{5}{0{,}06})\frac{c^2}{2g} = 0{,}004132\cdot Q[m^3/h]^2$$

Q [m³/h]	50	60	70
H_V [m]	10,33	14,88	20,25

Schnitt Pumpen-/Verbraucherkennlinie: Betriebspunkt Q = 62,5 m³/h H = 16,1 m

2. Erforderlicher Luftdruck p_L im Kessel für den Betriebspunkt aus 1.

Umrechnung des Ventil-NPSH Wertes auf den Durchfluß des Betriebspunktes

$$NPSH = NPSH_{50}\cdot\left(\frac{62{,}5}{50}\right)^2 = 31{,}25\text{ m};\quad \frac{p_2}{\rho g} = NPSH + \frac{p_D}{\rho g} = 31{,}25 + \frac{0{,}02\cdot 10^5}{1000\cdot 9{,}81} = 31{,}45\text{ m}$$

Energiebilanz vom Rohrquerschnitt 2 bis zum ruhenden Wasserspiegel ($c_L = 0$):

$$\frac{p_2}{\rho g} + \cancel{\frac{c_2^2}{2g}} + z_2 = \frac{p_L}{\rho g} + \cancel{\frac{c_L^2}{2g}}^{0} + z_L + (\cancel{\zeta_A} + \lambda\frac{L_C}{d})\frac{c^2}{2g} \qquad c_2 = c = \frac{Q}{d^2\pi/4} = 6{,}13\text{ m/s};\quad \zeta_A = 1$$

$$p_L = (\frac{p_2}{\rho g} + z_2 - z_L - \lambda\frac{L_C}{d}\frac{c^2}{2g})\cdot\rho g = (31{,}45 + 1{,}5 - 2 - 0{,}015\frac{1{,}5}{0{,}06}\frac{6{,}13^2}{2\cdot 9{,}81})\cdot 1000\cdot 9{,}81 = 2{,}97\text{ bar}$$

Luftdruck im Kessel: $p_L = 2{,}97$ bar

3. Betriebspunkt der Pumpe für $p_L = 0{,}1$ bar

Rechengang: Schnitt Pumpen-/Verbraucherkennlinie:

$$\frac{p_2}{\rho g} = \frac{p_L}{\rho g} + z_L - z_2 + \lambda\frac{L_C}{d}\frac{c^2}{2g} = 1{,}52 + 1{,}845\cdot 10^{-4}\cdot Q[m^3/h]^2$$

$$NPSH = \frac{p_2}{\rho g} - \frac{p_D}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} - 0{,}20 \qquad NPSH_{50} = NPSH\cdot\left(\frac{50}{Q[m^3/h]}\right)^2$$

$\zeta_{Ventil}(NPSH_{50})$ aus der Ventilkennlinie

Verbraucher: $H_V = (2{,}7 + \zeta_{Ventil})\cdot 4{,}919\cdot 10^{-4}\cdot Q[m^3/h]^2$

Schnitt Pumpen-/Verbraucherkennlinie:

Q [m³/h]	40	45,7	50
$P_2/\rho g$	1,815	1,905	1,981
NPSH	1,615	1,705	1,781
$NPSH_{50}$	2,52	2,04	1,78
ζ_{Ventil}	14,3	14,7	14,9
H_V [m]	13,4	17,9	21,6

Betriebspunkt

Q = 45,7 m³/h H = 17,9 m

NPSH = 1,705 $\zeta_{Ventil} = 14{,}7$

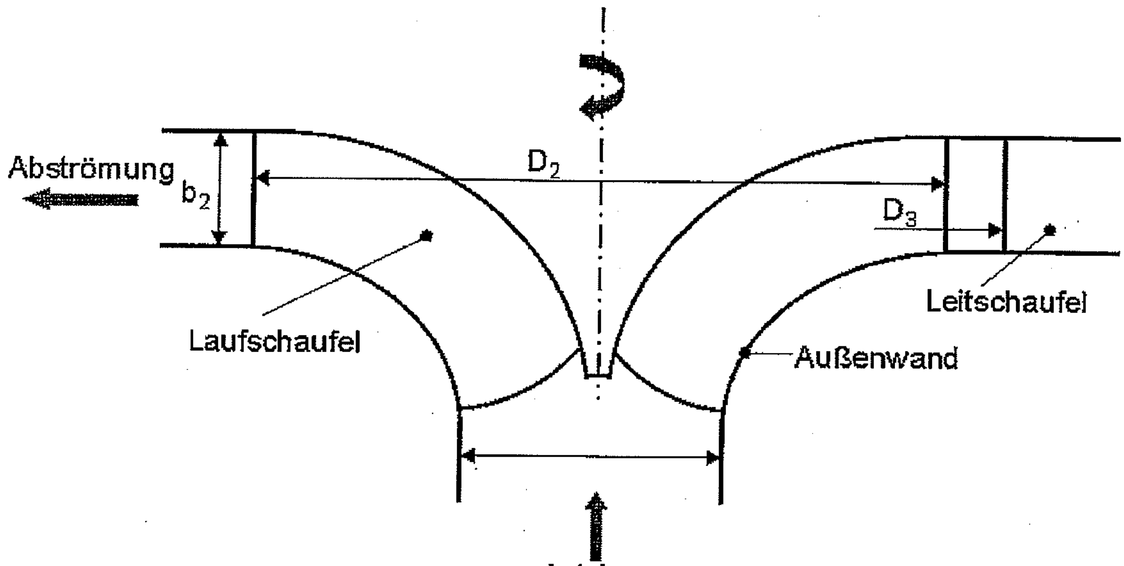
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

Bsp.1 Radialpumpe

Eine Radialpumpe soll den Volumenstrom Q eines Mediums mit der Dichte ρ über eine Förderhöhe H fördern. Der Durchmesser beträgt am Laufradeintritt D_1 und am Laufradaustritt D_2. Die Breite des Kanals ist b_2. Die Pumpe hat den Wirkungsgrad η und rotiert mit der Drehzahl n. (Ann.: konstante Geschwindigkeitsverteilung).



Q= 0,188 m³/s	**ρ=1000 kg/m³**	**B_2 =0,047 m**
H=14 m	**D_2=0,632 m**	**η=0,9**
N=500 1/min	**D_1=0,252 m**	**g=9,81 m²/s**

a. Welche Leistung P muss zur Förderung des Volumenstromes aufgebracht werden, Welches Drehmoment M wird vom Laufrad übertragen?
b. Bestimmen Sie die Schaufelwinkel β_1 am Laufradeintritt an der Außenwand und β_2 am Laufradaustritt bei schaufelkongruenter Zu- und Abströmung Strömungswinkel=Schaufelwinkel). Zeichnen Sie die dazugehörigen Geschwindigkeitsdreiecke.

Zur günstigeren Abströmung wird hinter dem Laufrad ein Leitrad mit stehendem Schaufelgitter angebracht. Die Eintrittskanten der Leitschaufeln befinden sich auf dem Durchmesser D_3=1,15 D_2. In der Strömung im Zwischenraum zwischen Laufrad und Leitrad bleibt der Drall vollständig erhalten.

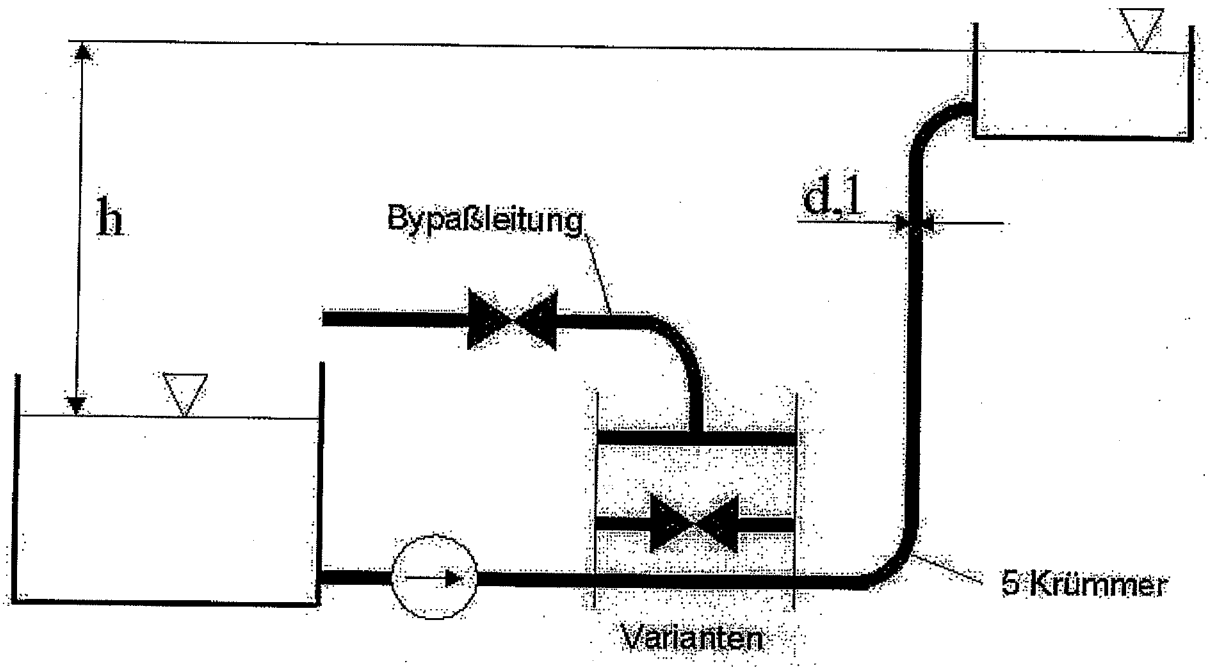
c. Bestimmen Sie am Leitradeintritt die Umfangsgeschwindigkeit, die Geschwindigkeit in radialer Richtung und den Strömungswinkel α_3.
d. Warum wurde bei dieser Förderhöhe und Durchsatz ein Radialrad gewählt?

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

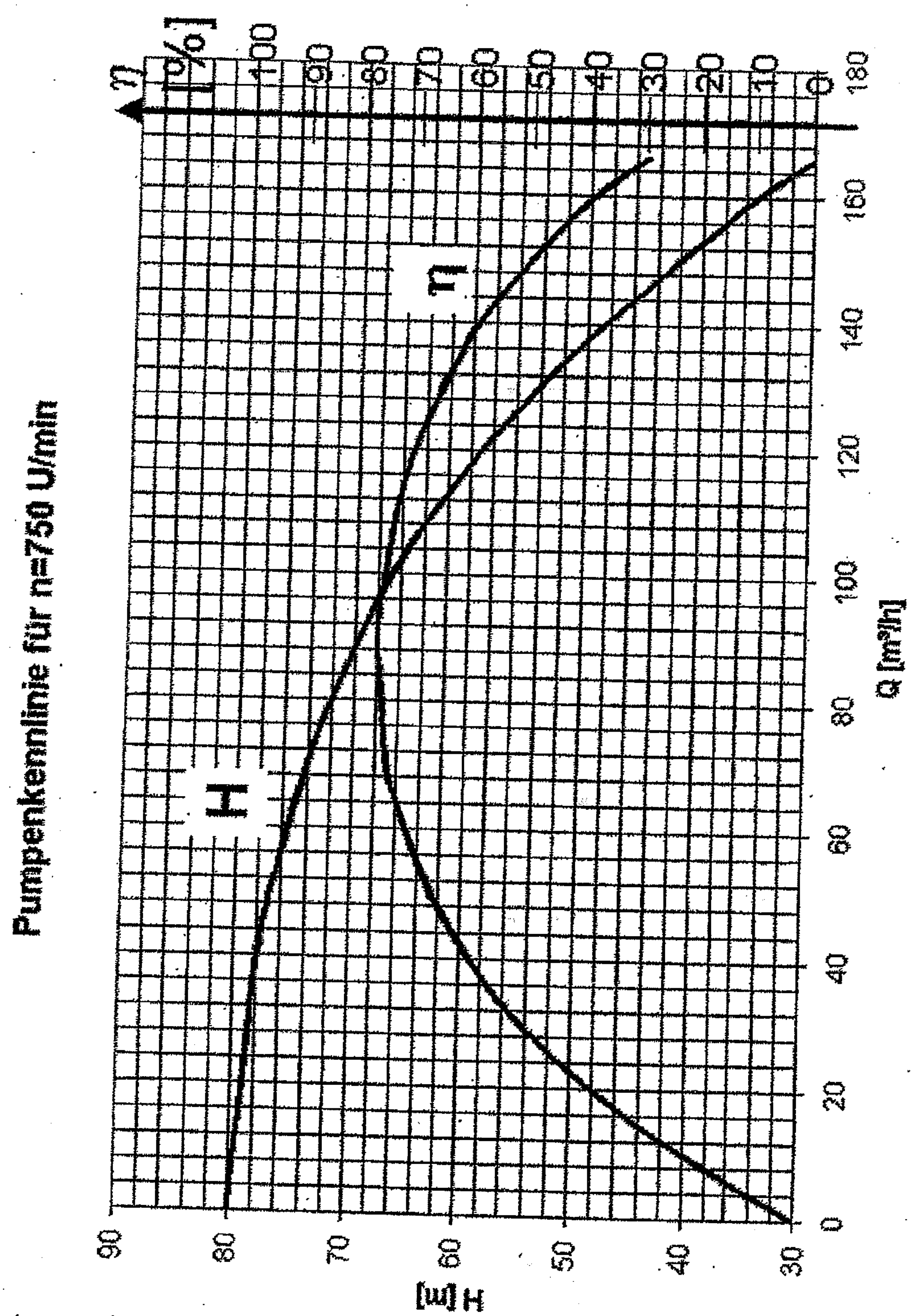
Bsp. 2: Bei einer alten Pumpanlage (siehe Skizze) soll nachträglich eine Mengenregulierung eingebaut werden.

Grundsätzlich bestehen, ohne wesentliche Änderungen der Anlage, drei Möglichkeiten: druckseitiger Einbau einer Drossel- bzw. Bypassregelung, sowie elektronische Drehzahlregelung.
Diese Varianten sollen bei 60% des Auslegungsdurchsatzes hinsichtlich der benötigten Antriebsleistung und des Anlagenwirkungsgrades bewertet werden.
Rentiert sich der Einbau einer teuren Drehzahlregelung?
Die Wirkungsgradkennline gilt für alle Drehzahlen.



Anmerkung zur Bypassregelung: In der Druckleitung wird ein Nebenauslaß geöffnet, um den überschüssigen Teil des geförderten Wassers wieder in das Unterwasser zurückzuleiten.

Angaben:
Höhenunterschied: h= 56 m
Rohrleitungslänge: l=121,6 m
Rohrdurchmesser: d=12 cm
Widerstandsbeiwert des Rohres: λ=0,05
Widerstandsbeiwert eines Krümmers: ζ_{Kr}=0,51
Preis der Drehzahlregelung: 4070 €
Lebensdauer der Anlage: 15 Jahre
Betriebsdauer (∅): 1500 h/Jahr
Preis je kWh: 0,1 €/kWh

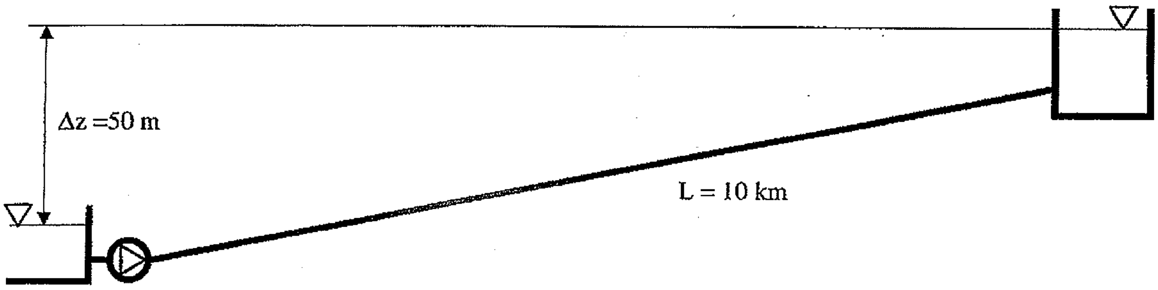

Pumpenkennlinie für n=750 U/min
H [m]
Q [m³/h]
η [%]
H
η
0 20 40 60 80 100 120 140 160 180
30 40 50 60 70 80 90
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

Lösung Beispiel 1 :
siehe 15.6.2003 , S. 354

Lösung Beispiel 2 :
siehe 15.6.2003 , S. 356

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:
	Schriftl. Prüfung: Strömungsmaschinen 30. Juni 2000

1. Beispiel: Wahl des wirtschaftlichsten Rohrdurchmessers



Für eine Wassertransportleitung soll der wirtschaftlich günstigste Rohrdurchmesser ermittelt werden. In der projektierten Anlage fördert eine Pumpe 100 l/s vom Saugbecken durch eine 10 km lange Leitung in den höher gelegenen Speicherbehälter. Der geodätische Höhenunterschied zwischen dem Ober- und Unterwasserspiegel beträgt im Mittel 50 m und kann für diese Untersuchung als konstant angenommen werden. Über den beiden Wasserspiegeln herrscht Atmosphärendruck. Der Verlustbeiwert aller Formstücke und Armaturen in der Leitung beträgt $\Sigma\zeta=40$.

Folgende Rohre stehen zur Auswahl

Rohrinnendurchmesser D [mm]	200	250	300	350	400	450	500
Leitungskosten [S/m]	1700	2400	3100	3800	4500	5200	5900

Rohrrauhigkeit k = 0,1 mm

Verlustbeiwert für die Rohrreibung:
nach Colebrook-White

$$\lambda = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

Kinematische Zähigkeit des Wassers $1{,}3\cdot 10^{-6}$ m²/s.

Für die Pumpe ist ein Wirkungsgrad von 0.75 und für den elektrischen Antriebsmotor ein solcher von 0.9 anzunehmen. Die Stromkosten betragen 1S/kWh.

Die Untersuchung ist für einen Zeitraum von 20 Jahren und eine Betriebsdauer von 8000 Stunden pro Jahr durchzuführen. Eine Verzinsung ist nicht zu berücksichtigen.

Bei welchem Rohrdurchmesser ergeben sich die geringsten Gesamtkosten?

I N S T I T U T F Ü R HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 13.Nov.1998 Matrikelnummer:

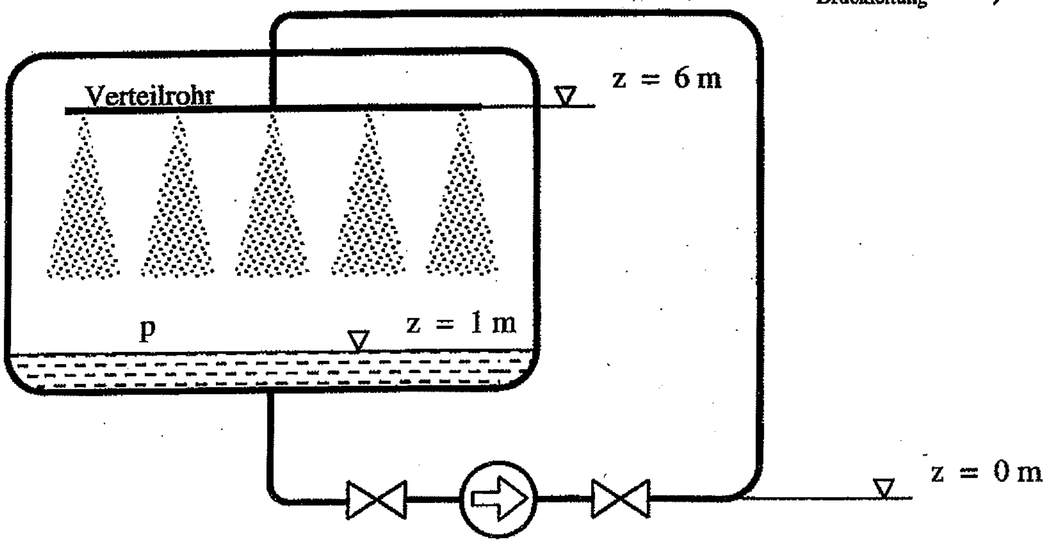
2. Beispiel: WASCHANLAGE

In der dargestellten Waschanlage saugt die Pumpe Heißwasser vom Behälterboden an und fördert es in das Verteilrohr. Von dort strömt das Wasser durch Düsen wieder in den Waschbehälter aus. Die Geschwindigkeitshöhe des durch die Düsen austretenden Wasserstrahles ist im angegebenen Verlustbeiwert der Druckleitung enthalten. Im Waschbehälter herrscht Atmosphärendruck $p = p_{at} = 1$ bar. Das Wasser hat eine Temperatur von 60°C.

Die Verluste in Saug und Druckleitung betragen: h_V [m] $= k \cdot Q^2$, Q in [m³/h]

$k_{Saugleitung} = 3 \cdot 10^{-4}$

$k_{Druckleitung} = 7{,}8 \cdot 10^{-4}$.



Die Kavitationsgefährdung der Pumpe ist mit dem Kriterium 3% Förderhöhenabfall zu beurteilen.

Gesucht:

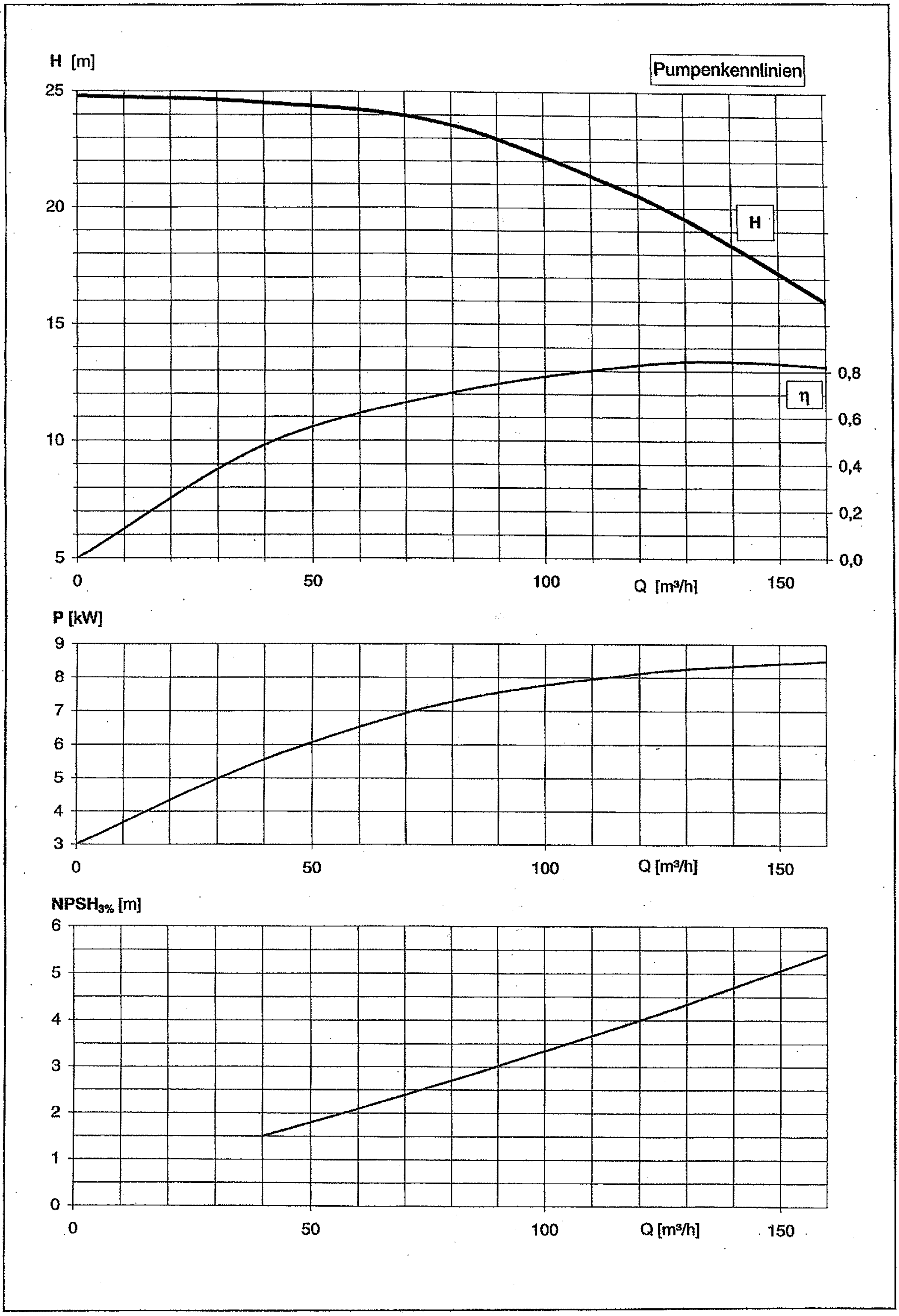
1. Es ist zu prüfen, ob die Pumpe im Betriebspunkt kavitationsgefährdet ist.

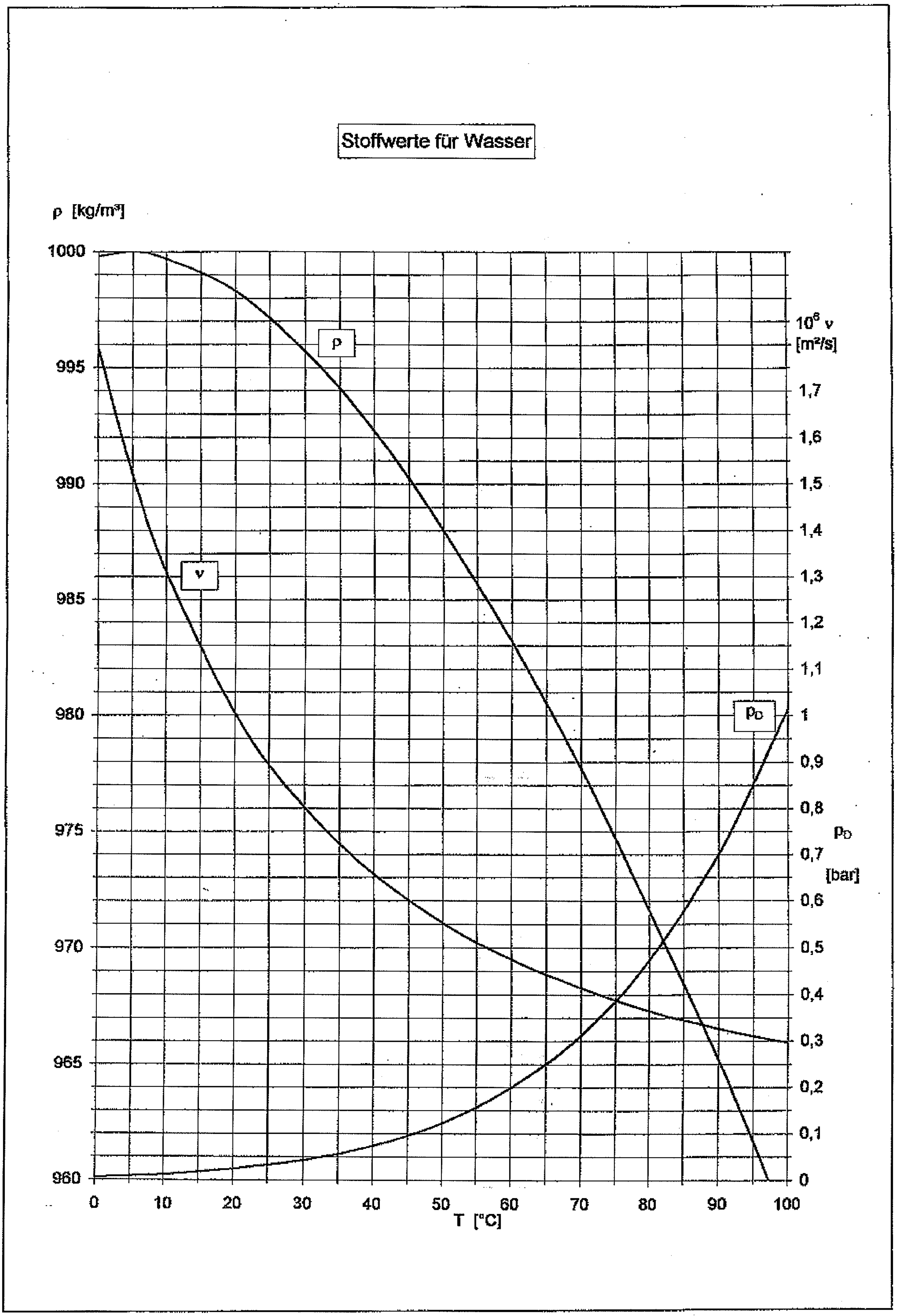
2. Welche Wassertemperatur ist maximal möglich, ohne die Pumpe durch Kavitation zu gefährden. Dabei ist ein Sicherheitsabstand von 0,5 m zur zulässigen Saughöhe der Pumpe einzuhalten.

Die Wassertemperatur soll auf 80°C erhöht werden. Die folgenden Maßnahmen sind dahingehend zu untersuchen, ob bzw. unter welchen Umständen die Pumpe mit 0,5 m Sicherheit gegenüber der zulässigen Saughöhe betrieben werden kann.

3. Veränderung des Behälterdruckes.

4. Reduktion der saugseitigen Verluste: $k_{Saugleitung} = 1 \cdot 10^{-4}$.


Pumpenkennlinien
H [m]
25
20
15
10
5
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
H
η
0
50
100
150
Q [m³/h]
P [kW]
9
8
7
6
5
4
3
0
50
100
150
Q [m³/h]
NPSH3% [m]
6
5
4
3
2
1
0
0
50
100
150
Q [m³/h]

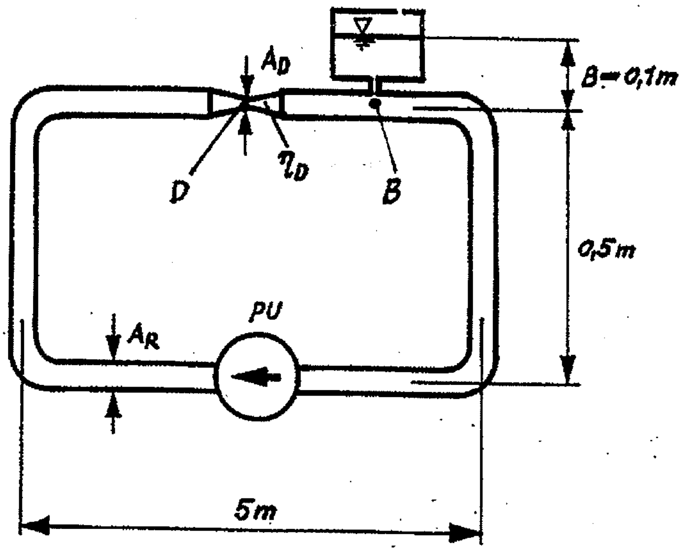

Stoffwerte für Wasser
ρ [kg/m³]
1000
995
990
985
980
975
970
965
960
10⁶ ν [m²/s]
1,7
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
p_D [bar]
ρ
ν
p_D
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
T [°C]

Lösung Beispiel 1 :
siehe 30.6.2000 , S 219

Lösung Beispiel 2 :
Siehe 13.11.1998 , S 105

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 19. 6. 1998
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

KLEINPRÜFSTAND



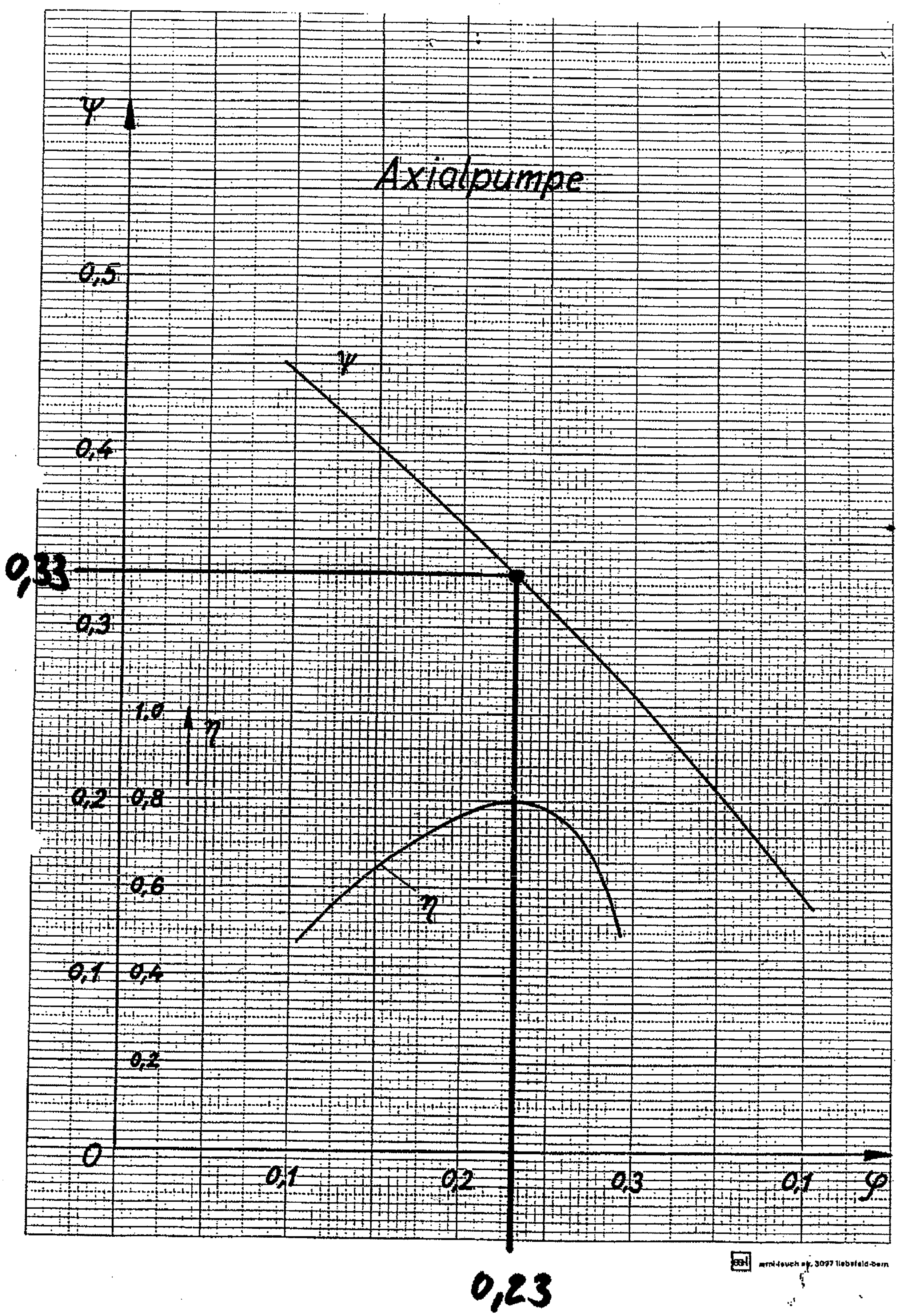
In einem Kleinprüfstand (Standort: Meeresniveau) soll eine Axialpumpe mit Drehzahlregelung zum Einsatz kommen. Die Pumpe soll im Punkt besten Wirkungsgrades Q = 20 l/s fördern. Fördermedium: Wasser, 20°C. Die Hydraulik liegt in Form eines φ - ψ Diagrammes vor. Zur Mengenmessung ist ein Venturirohr vorgesehen.

$A_D = 0{,}00375\ m^2$	engster Querschnitt des Venturirohrs
$A_R = 0{,}0225\ m^2$	größter Querschnitt des Venturirohrs = Leitungsquerschnitt
$\eta_D = 0{,}82$	Gütegrad der Druckumsetzung im Diffusorteil des Venturirohrs
$h_v = 616.Q^2$	Gesamtverlusthöhe [m] der 4 Krümmer. (Q in $[m^3/s]$)

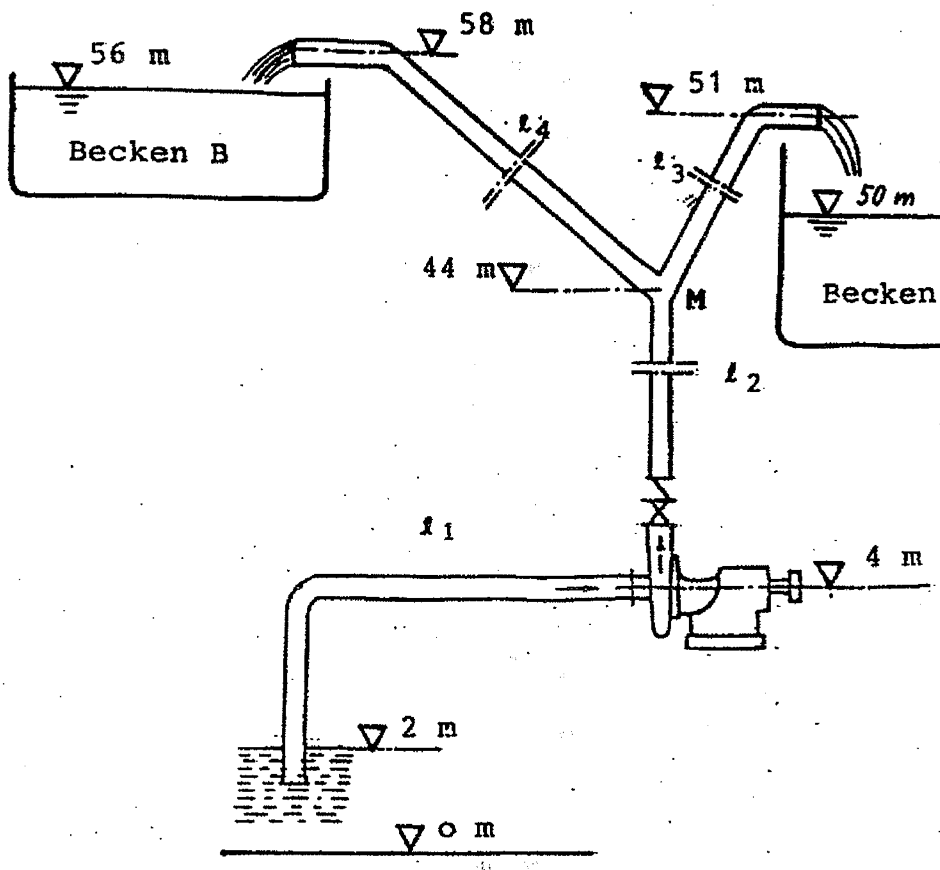
Die Verluste in den geraden Rohrleitungsteilen, im Düsenteil des Venturirohres und in den Übergangsstücken sind vernachlässigbar klein.

Weitere Angaben sind der Skizze zu entnehmen.

Gesucht ist : 1) Förderhöhe der Pumpe im Auslegepunkt
2) Drehzahl n, Laufraddurchmesser D der Pumpe
3) Ab welcher Drehzahl ist Kavitation im Venturirohr zu erwarten ?


Axialpumpe
ψ
ψ
η
η
0,5
0,4
0,33
0,3
1,0
0,2
0,8
0,6
0,1
0,4
0,2
0
0,1
0,2
0,3
0,4
φ
0,23

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen Vorstand: o. Univ.Prof. Dr.-Ing. H. Jaberg **Schriftliche Prüfung 16. Mai 1997**	Name: Matr. Nr.:



Eine Pumpe fördert aus einem Becken mit konstantem Spiegel Wasser in die beiden höher gelegenen Becken A und B. Sämtliche Höhenkoten sind aus der Skizze ersichtlich.

Rohrleitungslängen und Durchmesser:

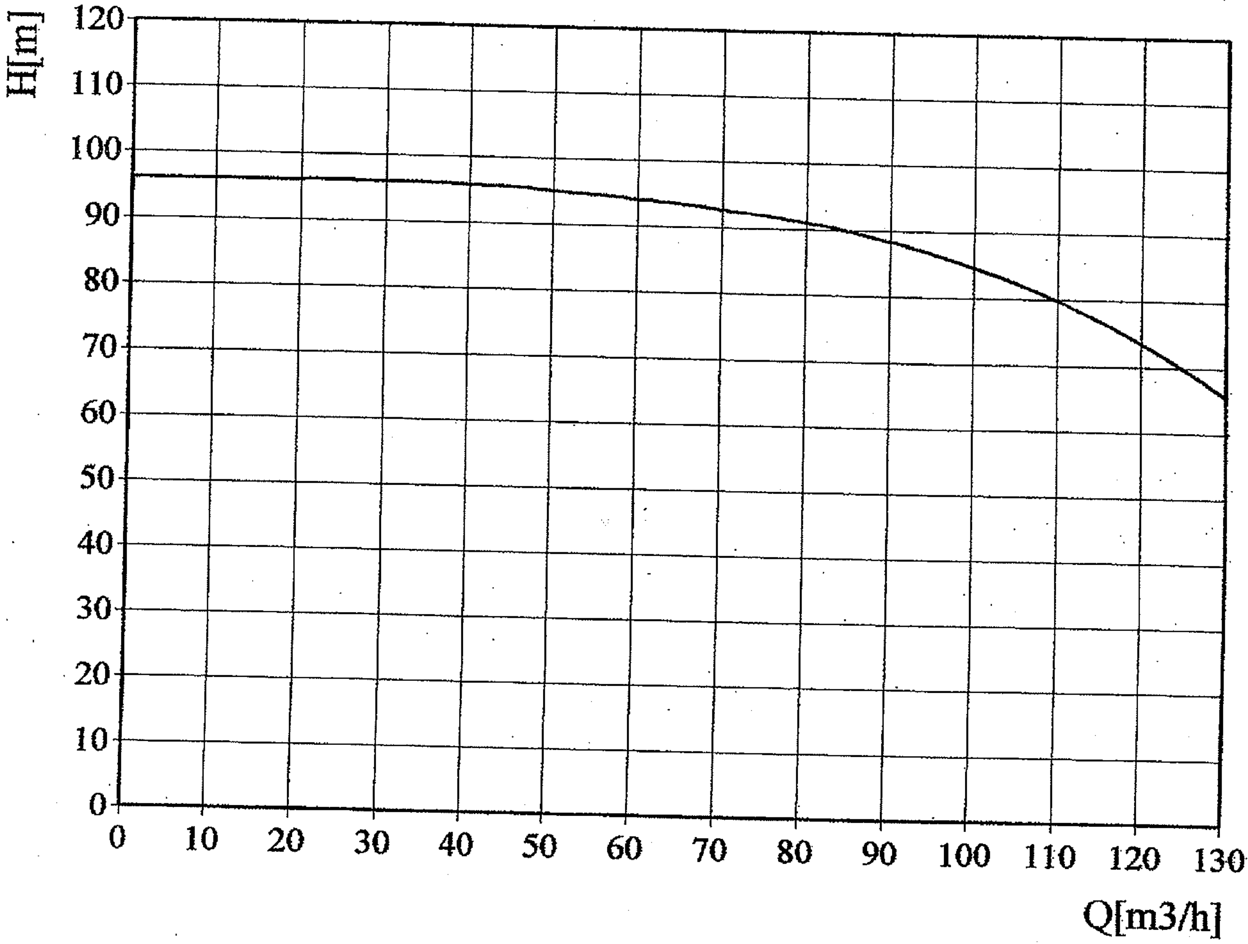
Unterwasser bis Pumpe	$l_1 = 11$ m	$d = 0.13$ m
Pumpe bis Mischpunkt M	$l_2 = 26$ m	$d = 0.13$ m
Mischpunkt M bis Becken A	$l_3 = 15$ m	$d = 0.05$ m
Mischpunkt M bis Becken B	$l_4 = 18$ m	$d = 0.05$ m

Für die Berechnung der Rohrreibungsverluste kann ein $\lambda = 0.032$ angenommen werden. Die an der Verzweigung und in den Krümmern und Absperrorganen auftretenden Verluste können vernachlässigt werden.

Gefragt ist die stündlich in jedes der beiden Becken fließende Wassermenge Q_A und Q_B.

Beilage: Pumpenkennlinie

KREISELPUMPE D2a = 260 mm
n = 2900 U/min

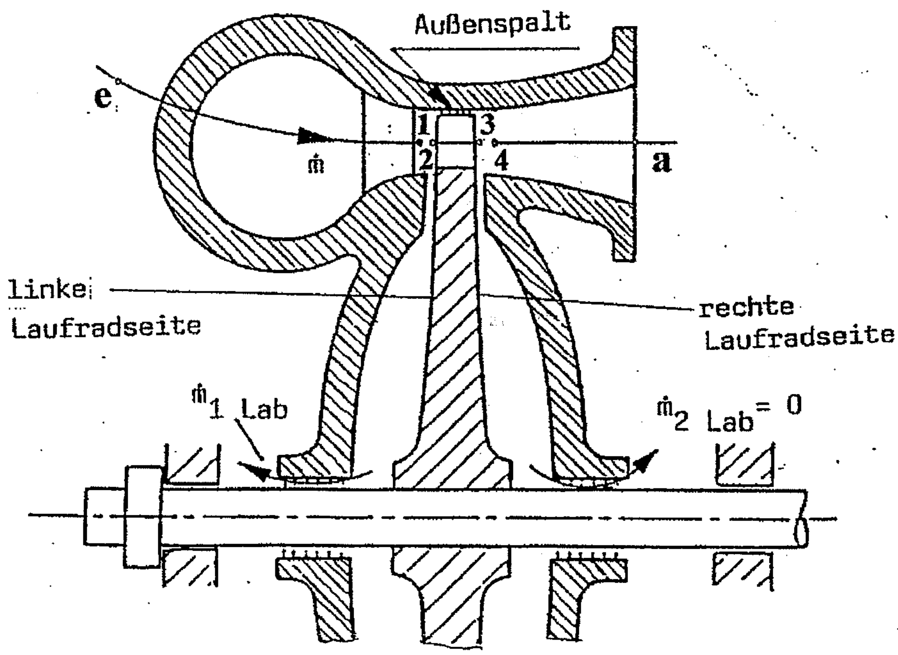


Lösung Beispiel 1 :
siehe 19.6.1998 , S. 93

Lösung Beispiel 2 :
siehe 16.5.1997 , S. 17

Beispiel EINSTUFIGE INDUSTRIE-DAMPFTURBINE

In einer einstufigen Turbine strömt Wasserdampf vom Eintritt e bis zum Austritt a. Von außen wird Wärme weder zu- noch abgeführt. Zwischen Leit- und Laufrad zweigt ein kleiner Spaltstrom $\dot{m}_{1,Lab}$ ab und verläßt die Turbine durch die linke Wellen-Labyrinthdichtung ohne Arbeit zu leisten. Der Dampfzustand in den Punkten 1 und 2 wird dadurch nicht beeinflußt Die Verlustmenge am Außenspalt ist ein volumetrischer Verlust, kann aber vom Kanalreibungsverlust im Laufrad meßtechnisch nicht getrennt werden. Der gemeinsame Verlusteffekt infolge Kanalreibung im Laufrad sowie Verwirbelung und Vermischung der Verlustmenge des Außenspaltes mit dem Hauptstrom wird durch den isentropen Laufradwirkungsgrad berücksichtigt. An der rechten Wellen-Labyrinthdichtung ist die Druckdifferenz klein. Daher wird angenommen, daß keine Spaltverluste auftreten: $\dot{m}_{2,Lab} = 0$. Die Bremsverluste an der rotierenden rechten Laufradseite heizen den dort befindlichen Dampf auf. Es wird Vermischung dieses Dampfes mit dem Hauptstrom auf dem Weg von 3 nach 4 angenommen.



Gegeben: $h_e = 3400$ kJ/kg; $p_e = 10$ bar, $c_e = 200$ m/s; $p_1 = p_2 = 5$ bar, $c_1 = c_2$; $p_3 = p_4 = 3$ bar, $c_3 = c_4 = 500$ m/s; $p_a = 4$ bar

Isentrope Wirkungsgrade:

Leiteinrichtungen : $\eta''_{e-1,is} = 0.9$ (Enthalpie ohne kinet. Energie)

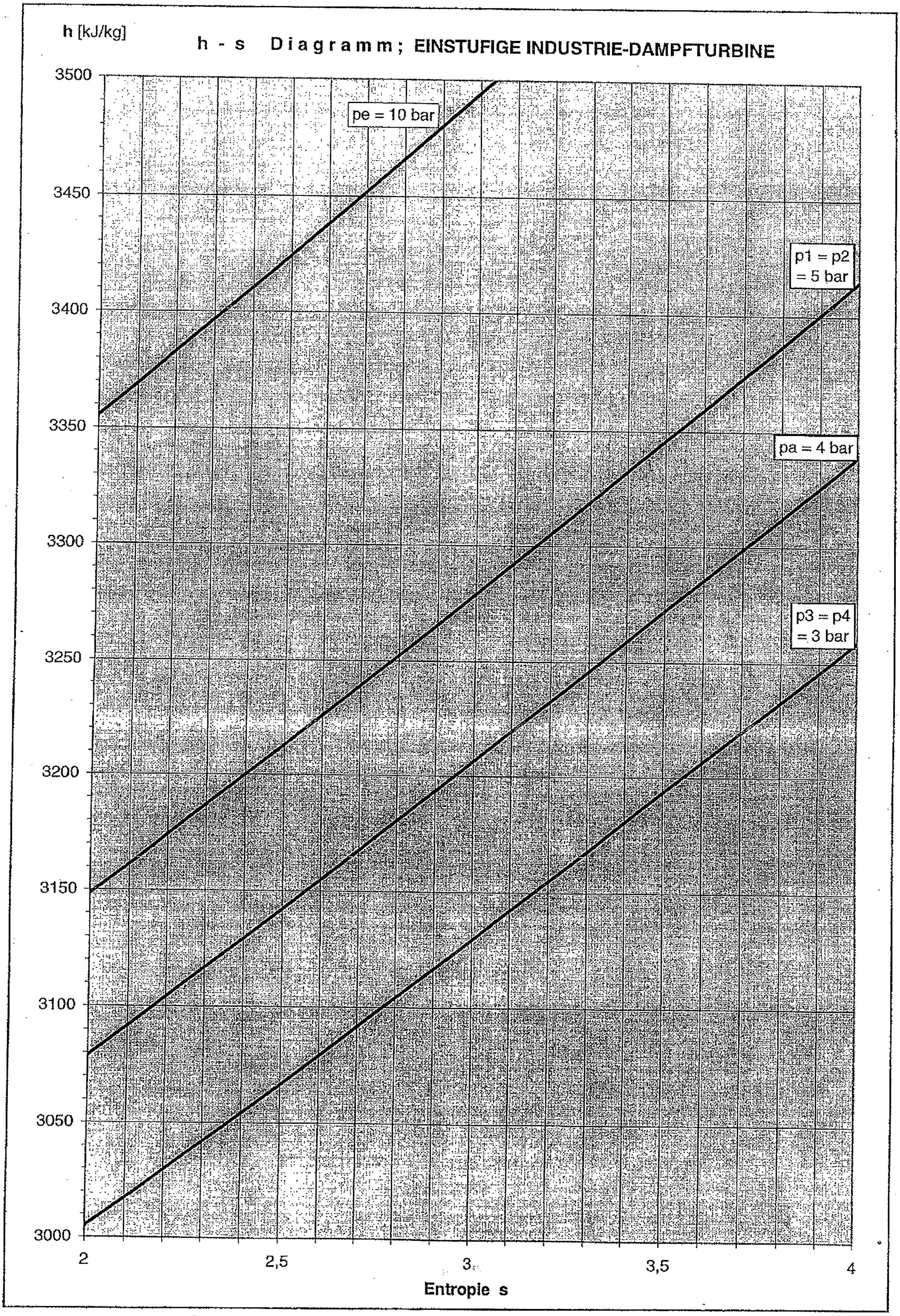
im Laufrad : $\eta_{2-3,is} = 0.8$ (Totalenthalpie)

Verluste: Scheibenreibung rechts : $w_{V,3\text{-}4} = 50$ kJ/kg

Diffusor : $w_{V,4\text{-}a} = 20$ kJ/kg

Gesucht:

1. Enthalpien, Geschwindigkeiten, kinetische Energien und Verluste auf dem Weg eines Dampfteilchens von e nach a.: h, h^*, c, w_V
2. $h - s$ Diagramm
3. Laufradarbeit w_U und innere Wellenarbeit w_i


h [kJ/kg]
h - s Diagramm; EINSTUFIGE INDUSTRIE-DAMPFTURBINE
3500
3450
3400
3350
3300
3250
3200
3150
3100
3050
3000
pe = 10 bar
p1 = p2
= 5 bar
pa = 4 bar
p3 = p4
= 3 bar
2
2,5
3
3,5
4
Entropie s

I N S T I T U T F Ü R	N a m e :
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftl. Prüfung: 10. Juni 2005

2. Beispiel: TRINKWASSER-TRANSPORTLEITUNG

Auf dem zweiten Angabenblatt ist eine Rohrleitung von Thal über den Plabutsch nach Graz dargestellt, in der Trinkwasser gefördert werden soll. Die dafür erforderliche Pumpanlage ist für den Stationärbetrieb auszulegen.

Gegeben:

Fördermenge	$Q =$	170	m³/h
Rohrdurchmesser	$D_i =$	160	mm
Rohrrauhigkeit	$k =$	0,1	mm

Der Verlustbeiwert aller Formstücke und Armaturen in der Leitung beträgt $\Sigma\zeta=20$. Es ist anzunehmen, dass diese Verluste kontinuierlich über die Rohrlänge verteilt sind.

Verlustbeiwert für die Rohrreibung (nach Colebrook-White): $\lambda = \dfrac{0.25}{\left[\log\left(\dfrac{k}{3{,}7\cdot D}+\dfrac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2}$

Kinematische Zähigkeit des Wassers $1{,}3\cdot 10^{-6}$ m²/s.

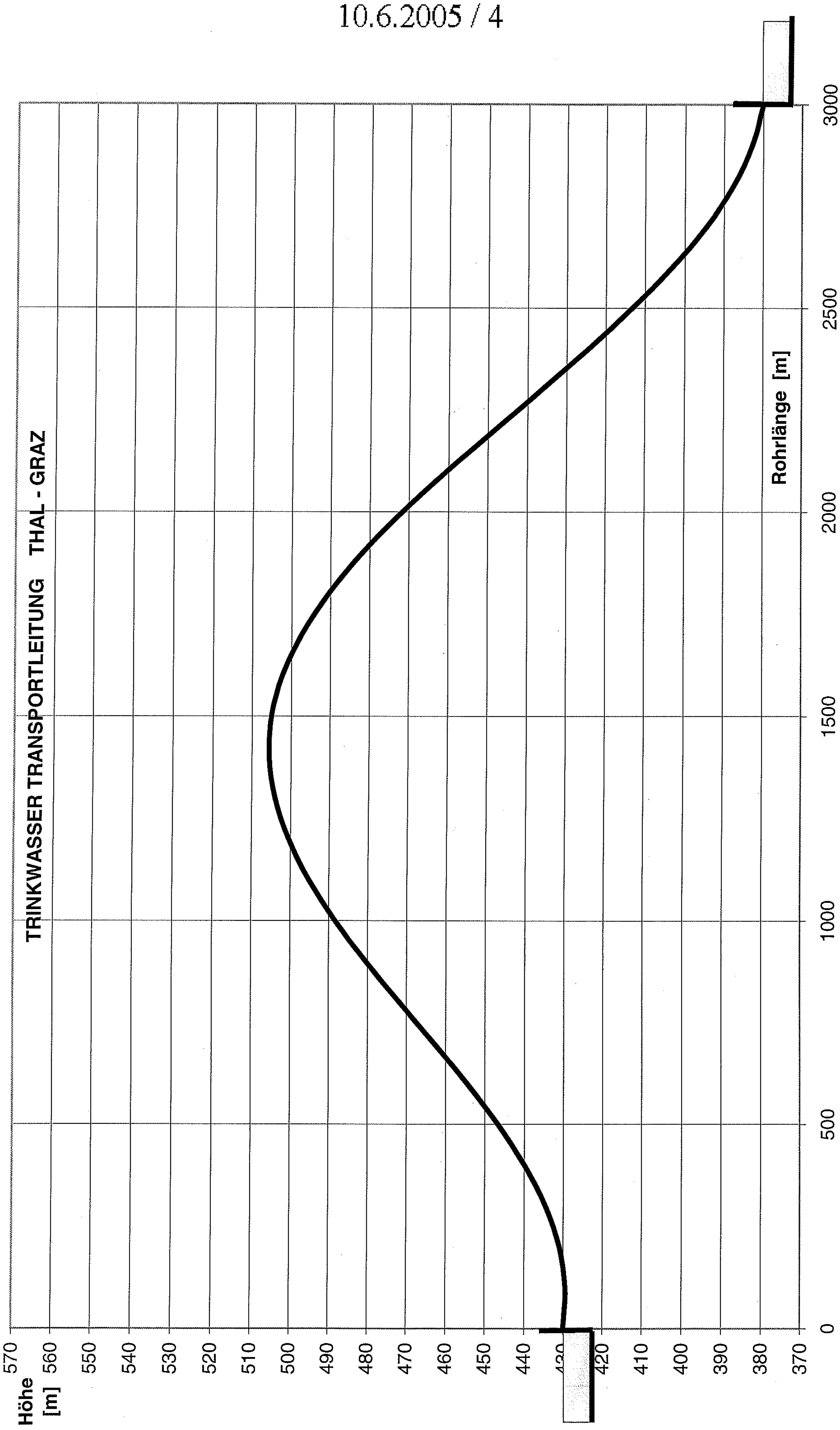
Gesucht:

1. Zunächst ist eine Pumpanlage mit einer Pumpstation vorzusehen und die erforderliche Förderhöhe H zu ermitteln. In die Anlagenskizze (zweites Angabenblatt) ist der Verlauf der **piezometrische Druckhöhe** $h_p = \left(\dfrac{p}{\rho\cdot g}+z\right)$ über der Rohrlänge einzuzeichnen.

2. Wie groß ist der Druck im höchsten Punkt der Rohrleitung ?

3. Ist ein stationärer, ordnungsgemäßer Betrieb dieser Pumpanlage möglich (Begründung)?

4. Für den Fall, daß die piezometrische Drucklinie teilweise oder zur Gänze unterhalb der Rohrlinie verläuft, ist eine Lösung vorzuschlagen, bei der die Drucklinie zur Gänze oberhalb der Rohrlinie verläuft. Zeichnen Sie für Ihren Vorschlag die piezometrische Drucklinie.



TRINKWASSER TRANSPORTLEITUNG THAL - GRAZ
Höhe [m]
570
560
550
540
530
520
510
500
490
480
470
460
450
440
420
410
400
390
380
370
Rohrlänge [m]
0
500
1000
1500
2000
2500
3000

Lösung 1. Beispiel : **siehe 10.11.1997 , S. 45**

Lösung 2.Beispiel: **Trinkwassertransportleitung**

1. Förderhöhe H der Pumpstation und Drucklinie:

$$H = \frac{p_O - p_U}{\rho g} + \frac{c_O^2 - c_U^2}{2g} + z_O - z_U + \Sigma h_{V,U-O} \qquad p_O = p_U = p_{at} \qquad c_U = c_O = 0$$

$$c = \frac{Q}{D^2 \pi / 4} = 2{,}35 \text{ m/s} \qquad Re = \frac{c \cdot D}{\nu} = 289231 \qquad \lambda = 0{,}019055$$

$$\Sigma h_{V,U-O} = (\Sigma\zeta + \lambda\frac{L}{D} + 1)\frac{c^2}{2g} = 106{,}5 \text{ m} \qquad H = 380 - 430 + 106{,}5 = 56{,}5 \text{ m}$$

Piezometrische Druckhöhe h_p entlang der Rohrleitung (gegenüber Atmosphärendruck):

Beginn: $h_{p1} = z_O + H - \frac{c^2}{2g} = 486{,}2 \text{ m}$ Ende: $h_{p2} = h_{p1} - (\Sigma\zeta + \lambda\frac{L}{D})\frac{c^2}{2g} = 380{,}0 \text{ m}$

2. Druck im höchsten Punkt der Rohrleitung:

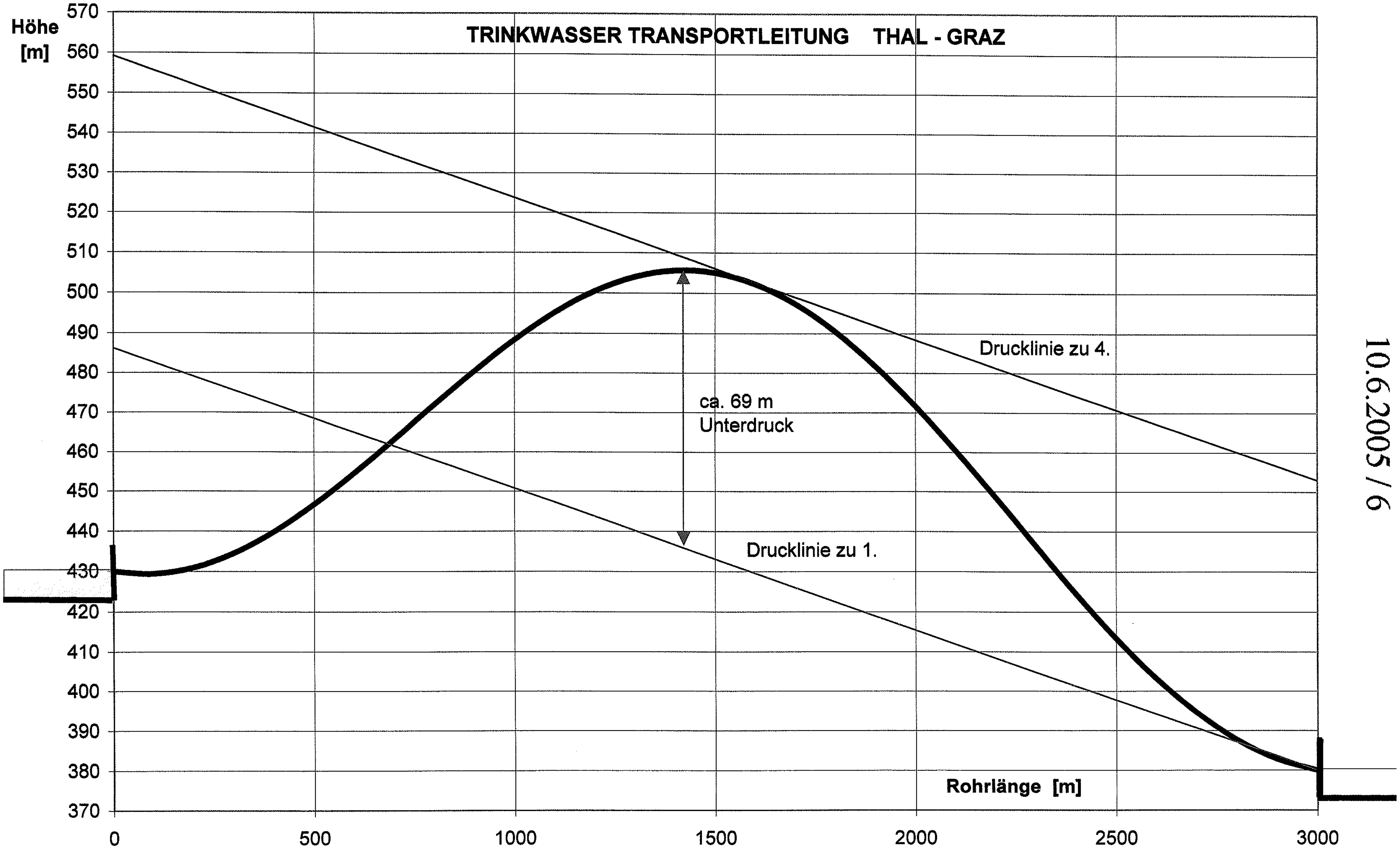
ca. 69 m Unterdruck (siehe 3.).

3. Stationärer, ordnungsgemäßer Betrieb der Pumpanlage ?:

Der Betrieb der Pumpanlage ist nicht möglich, da der Druck nicht unter den Dampfdruck (ca. 10 m Unterdruck) sinken kann und daher die Wassersäule in der Rohrleitung abreissen würde.

4. Lösungsvorschlag:

Um Unterdruck in der Rohrleitung zu vermeiden, müsste der Druck um ca. 73m angehoben werden. Das heißt, die Pumpenförderhöhe wäre um 73 m zu erhöhen. Am Ende der Rohrleitung ist die überschüssige Druckhöhe z.B. durch eine Drossel abzubauen.


TRINKWASSER TRANSPORTLEITUNG THAL - GRAZ
Höhe [m]
570
560
550
540
530
520
510
500
490
480
470
460
450
440
430
420
410
400
390
380
370
Drucklinie zu 4.
ca. 69 m
Unterdruck
Drucklinie zu 1.
Rohrlänge [m]
0
500
1000
1500
2000
2500
3000

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: Februar 2003

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

Bsp1 **Trinkwasserbehälter**

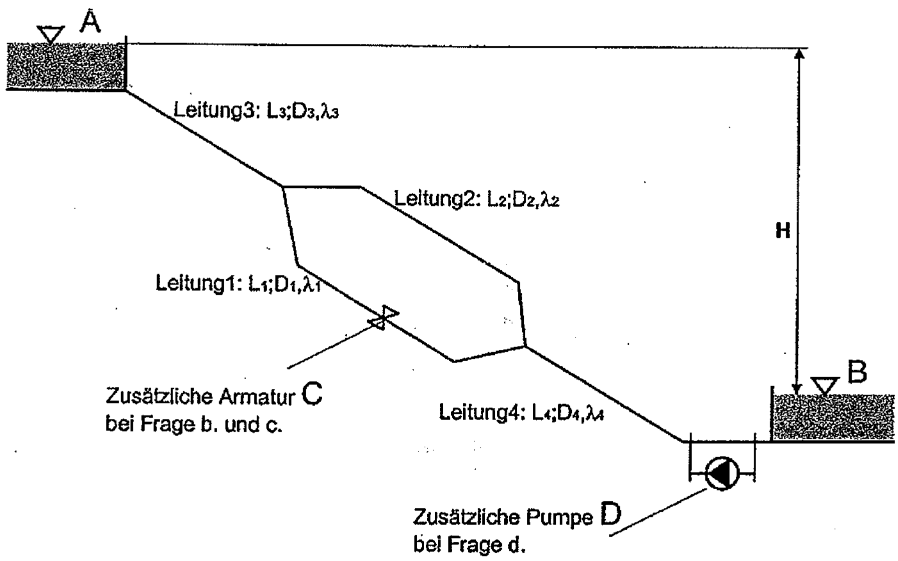
Aus einem Trinkwasserbehälter (A) fliesst Wasser tagsüber durch eine Rohleitung in einen zweiten tiefergelegenen Behälter (B). Der Wasserspiegelunterschied der beiden Behälter beträgt H = 100 [m]. Die Rohrleitung teilt sich im mittleren Teil in zwei Leitungen mit unterschiedlichen Durchmessern auf.
Folgende Daten der Anlage sind gegeben:

$L_3 = L_4 = 600$ [m]
$D_1 = D_3 = D_4 = 2$ [m]
$D_2 = 1$ [m]

$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0{,}012$
$L_1 = 250$ m
$L_2 = 200$ m

a. Wie groß sind die Durchflüsse in den Leitungen 1 und 2 ? Sind die Strömungen laminar oder turbulent (Begründung!) ?
b. In der Leitung 1 wird zusätzlich eine Armatur mit dem Drosselbeiwert $\zeta_{Drossel}$ eingebaut. Wie muß der $\zeta_{Drossel}$-Wert gewählt werden, damit die Durchflüsse durch die beiden Leitungen 1 und 2 gleich groß sind.
c. Durch Sonneneinstrahlung auf die im freien verlegte Rohrleitung1 verändert sich der Rohrreibungswert λ_1 auf 0,015. Welches zeta wird nun benötigt um gleiche Durchflüsse in den Leitungen 1 und 2 zu erhalten?
d. In der Nacht wir vom tiefergelegenen Speicher bei geschlossener Armatur in den höheren Speicher gepumpt (Leitung 4-2-3), wobei sich im Rohr 4 eine Geschwindigkeit von 1 [m/s] einstellen soll. Welche Pumpleistung ist erforderlich bei einem Pumpenwirkungsgrad von $\eta=0.7$ und einer Drehzahl von 500 [1/min]. Welches n_q hat die eingebaute einstufige zweiflutige Pumpe und das Laufrad.

Hinweis: Die Einlauf-, Verzweigungs- und Krümmerverluste können vernachlässigt werden, die Austrittsverluste sind zu berücksichtigen. Es herrscht Umgebungsdruck.



INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG KOPERNIKUSGASSE 24 A-8010 Graz **Prüfung: Juli 2005**	Name: Matr.-Nr.: Studienkennzahl: E-Mail: Tel.:

ben

Bsp2 **Pitotrohr**

Ein Rohr mit dem Durchmesser D wird mit einer Flüssigkeit durchströmt. Die Flüssigkeitsmenge Q soll gemessen werden. Dazu wird der Gesamtdruck mit einem Pitotrohr, Durchmesser d und der statische Druck durch Bohrungen an der Rohrwand gemessen. Dabei bewirkt das Pitotrohr infolge Verdrängung der Strömung eine Verfälschung der Messung

a. Welcher der beiden Drücke wird falsch gemessen ?

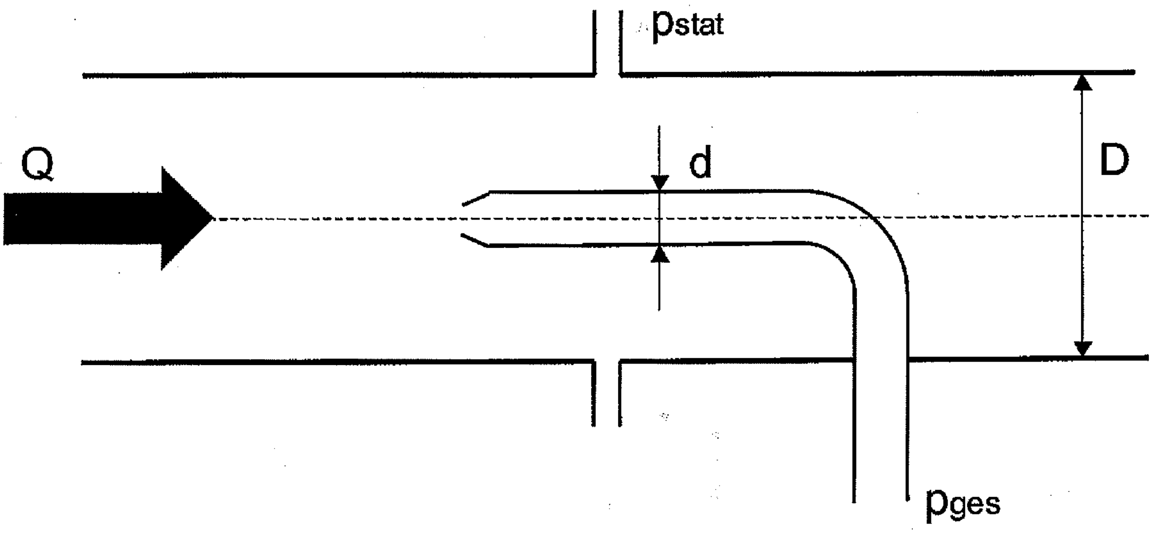
b. Wie groß ist der relative Fehler (bezogen auf den Staudruck) bei der Druckmessung in Abhänigkeit von der Versperrung $\alpha = d^2/D^2$?

$$Fehler = \Delta p / Staudruck$$

c. Wie groß ist der relative Fehler als Funktion von α bei der Mengenmessung?

$$Fehler = \Delta v / v$$

d. Stellen Sie den Verlauf des Fehlers bei der Mengenmessung für bei Variation von d von 0 bis D/4 graphisch dar.



Lösung Beispiel 1 : s. 15.2.2003 , S. 339

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: November 2005

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

Bsp1 **Ausfluss aus einem Behälter**

Aus einem großen Behälter strömt Wasser über eine horizontale Leitung (Fläche A_1, Länge L_1 und Verlustbeiwert ξ_1 bezogen auf v_1) und eine Verzweigung (Flächen A_2 und A_3 , Längen L_2 und L_3 sowie den Verlustbeiwerten ξ_2 bezogen auf v_2 und ξ_2 bezogen auf v_2) gemäß unterer Skizze ins Freie. Die Spiegelhöhe über der Abzweigachse ist h. Rohrleitung und Verzweigung sind horizontal.

Es gelten folgende Vereinfachungen:

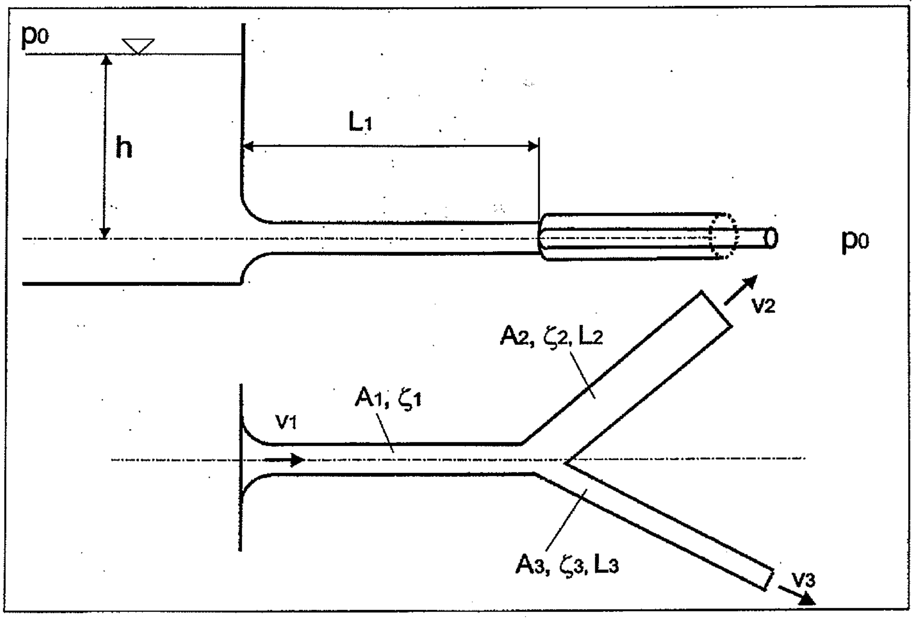
In den ξ-Werten sind alle Eintritts-, Reibungs- und Verzweigungsverluste enthalten, sowie Druck uns Geschwindigkeit über den jeweiligen Querschnitt konstant.

Folgende Daten der Anlage sind gegeben:

L_1= 4.0 m	A1 = 0.30 m²	$\xi 1 = 0.2$	h = 16 m	ρ = 1000 kg/m³
L_2= 2.5 m	A2 = 0.08 m²	$\xi 2 = 0.4$	$\alpha_2 = 45°$	g = 9.81 m/s²
L_3= 3.0 m	A3 = 0.05 m²	$\xi 3 = 0.6$	$\alpha_3 = 30°$	

a. Wie groß sind die Geschwindigkeiten v_1, v_2 und v_3
b. Wie muss sich $\xi 3$ verändern die Durchflüsse in Rohr 2 und 3 gleich sind?
c. Wie muss sich $\xi 3$ verändern die Geschwindigkeiten in Rohr 2 und 3 gleich sind?
d. Sind die einzelnen Strömungen laminar oder turbulent?

Skizze:



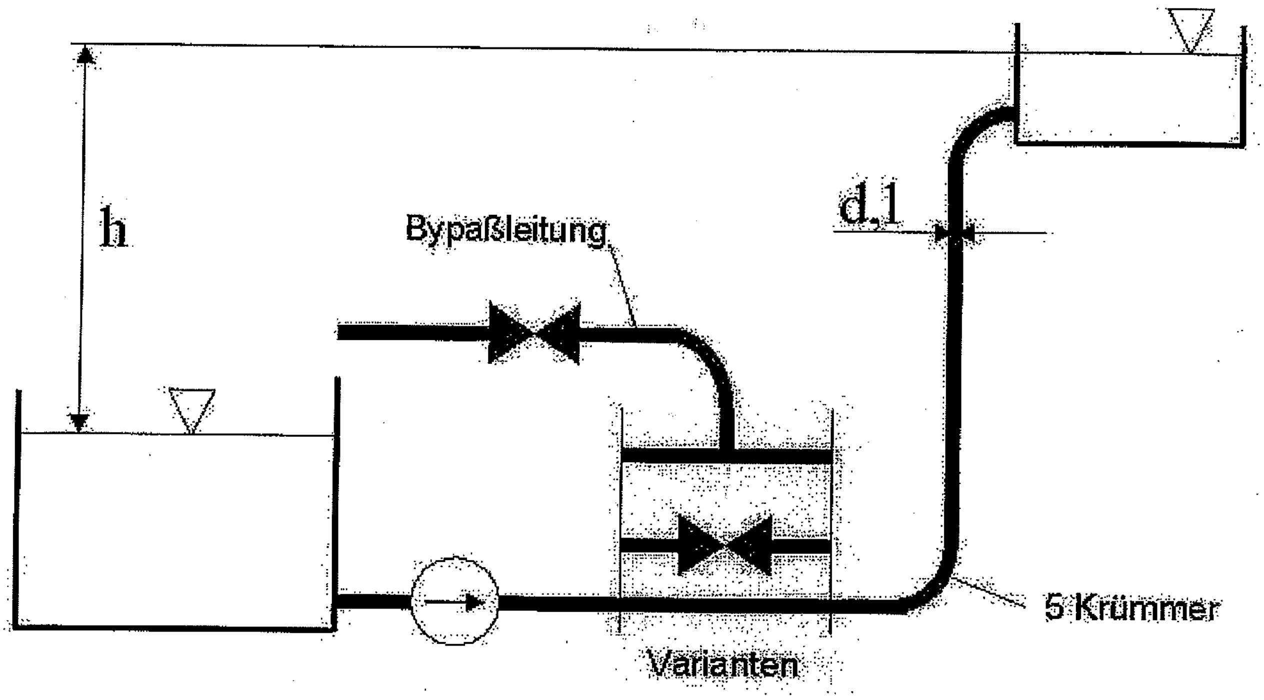
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: Juni 2003

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

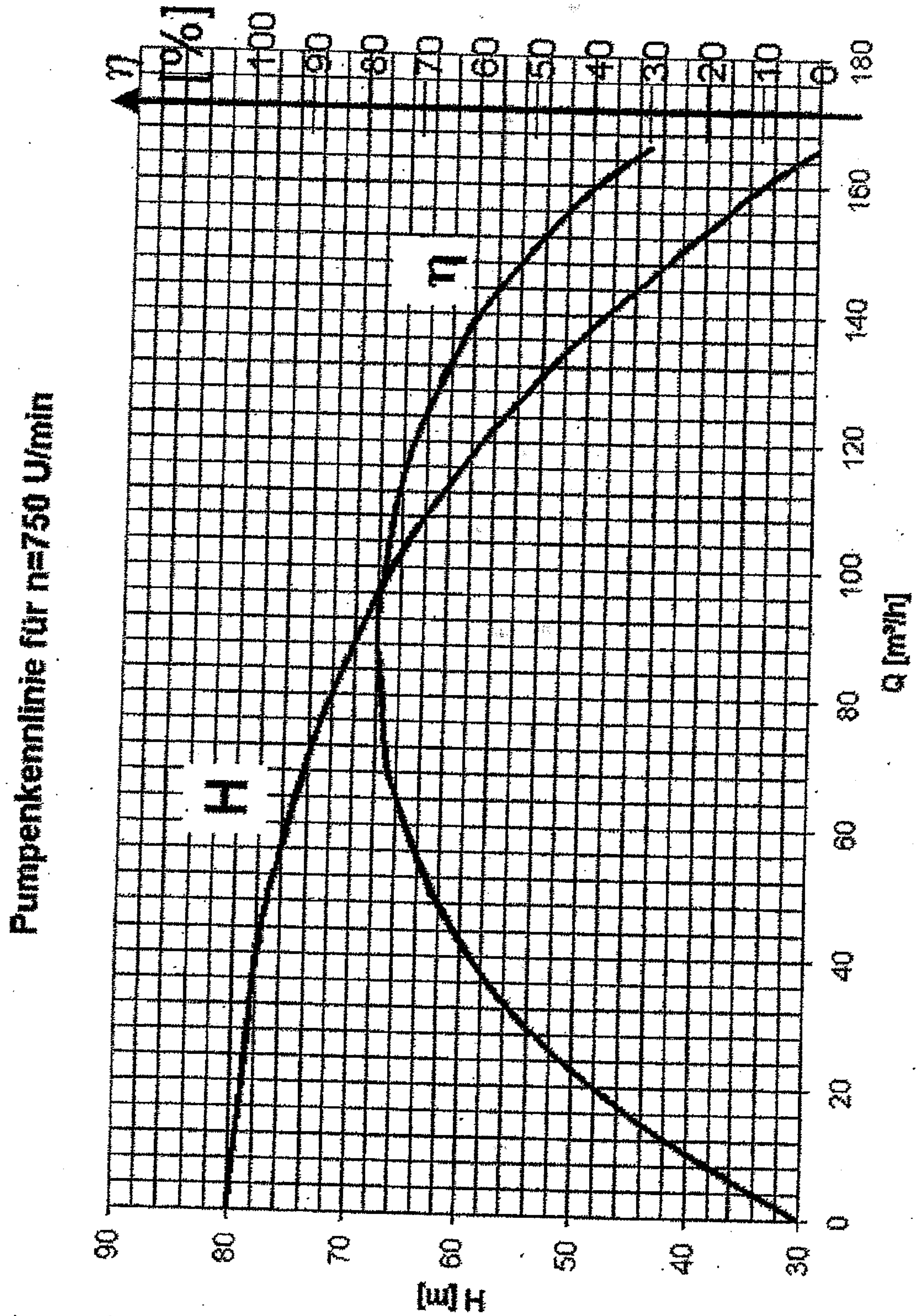
Bsp. 2: Bei einer alten Pumpanlage (siehe Skizze) soll nachträglich eine Mengenregulierung eingebaut werden.

Grundsätzlich bestehen, ohne wesentliche Änderungen der Anlage, drei Möglichkeiten: druckseitiger Einbau einer Drossel- bzw. Bypassregelung, sowie elektronische Drehzahlregelung.
Diese Varianten sollen bei 60% des Auslegungsdurchsatzes hinsichtlich der benötigten Antriebsleistung und des Anlagenwirkungsgrades bewertet werden.
Rentiert sich der Einbau einer teuren Drehzahlregelung?
Die Wirkungsgradkennline gilt für alle Drehzahlen.



Anmerkung zur Bypassregelung: In der Druckleitung wird ein Nebenauslaß geöffnet, um den überschüssigen Teil des geförderten Wassers wieder in das Unterwasser zurückzuleiten.

Angaben:
Höhenunterschied: h= 56 m
Rohrleitungslänge: l=121,6 m
Rohrdurchmesser: d=12 cm
Widerstandsbeiwert des Rohres: λ=0,05
Widerstandsbeiwert eines Krümmers: ζ_{Kr}=0,51
Preis der Drehzahlregelung: 4070 €
Lebensdauer der Anlage: 15 Jahre
Betriebsdauer (∅): 1500 h/Jahr
Preis je kWh: 0,1 €/kWh


Pumpenkennlinie für n=750 U/min
η [%]
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
H
η
H [m]
90
80
70
60
50
40
30
Q [m³/h]
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180

Lösung Beispiel 1 :

Bernoulli 0 – 2

$$\frac{p_0}{\rho \cdot g} + 0 + h = \frac{p_0}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2g} + 0 + \varsigma_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \varsigma_2 \cdot \frac{v_2^2}{2g}$$

$$h = \frac{v_2^2}{2g}(1+\varsigma_2) + \varsigma_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} \qquad (1)$$

Bernoulli 0 – 3

$$\frac{p_0}{\rho \cdot g} + 0 + h = \frac{p_0}{\rho \cdot g} + \frac{v_3^2}{2g} + 0 + \varsigma_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \varsigma_3 \cdot \frac{v_3^2}{2g}$$

$$h = \frac{v_3^2}{2g}(1+\varsigma_3) + \varsigma_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} \qquad (2)$$

(1) = (2)

$$v_2^2(1+\xi_2) = v_3^2(1+\xi_3) \qquad (3)$$

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 + v_3 \cdot A_3 \qquad (4)$$

$$v_1 = v_2 \cdot \frac{A_2}{A_1} + v_3 \cdot \frac{A_3}{A_1} \qquad (5)$$

$(5)^2$ in (1)

$$2gh - \varsigma_1 \left[v_2^2 \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 + 2 \cdot v_2 \cdot v_3 \left(\frac{A_2}{A_1}\right) \cdot \left(\frac{A_3}{A_1}\right) + v_3^2 \left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2 \right] = v_2^2(1+\varsigma_2) \qquad (6)$$

aus (3)

$$v_3 = v_2 \cdot \sqrt{\frac{(1+\varsigma_2)}{(1+\varsigma_3)}} \qquad (7)$$

(7) in (6)

$$v_2^2 \cdot K = 2 \cdot g \cdot h$$

$$K = (1+\varsigma_2) + \varsigma_1 \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 + 2 \cdot \varsigma_1 \cdot \sqrt{\frac{(1+\varsigma_2)}{(1+\varsigma_3)}} \cdot \left(\frac{A_2}{A_1}\right) \cdot \left(\frac{A_3}{A_1}\right) + \varsigma_1 \cdot \frac{(1+\varsigma_2)}{(1+\varsigma_3)} \cdot \left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{K}} \qquad v_2 = 14{,}78 \ \frac{m}{sec}$$

in (7)

$$v_3 = v_2 \cdot \sqrt{\frac{(1+\varsigma_2)}{(1+\varsigma_3)}} \qquad v_3 = 13{,}83 \ \frac{m}{sec}$$

aus (5)

$$v_1 = v_2 \cdot \left(\frac{A_2}{A_1}\right) + v_3 \cdot \left(\frac{A_3}{A_1}\right) \qquad v_1 = 6{,}248 \ \frac{m}{sec}$$

b.) $Q_2 = Q_3$

aus (3)

$$v_2^{\,2}(1+\varsigma_2) = v_3^{\,2}(1+\varsigma_3)$$

$$v_2 = \frac{Q_2}{A_2} \qquad v_3 = \frac{Q_3}{A_3}$$

$$\frac{Q_2^{\,2}}{A_2^{\,2}} \cdot (1+\varsigma_2) = \frac{Q_3^{\,2}}{A_3^{\,2}} \cdot (1+\varsigma_3) \qquad \text{mit } Q_2 = Q_3 \ \rightarrow$$

$$\varsigma_3 = \left[\frac{A_3^{\,2}}{A_2^{\,2}}(1+\varsigma_2) - 1\right] \qquad \varsigma_3 = -0{,}453 \quad (\text{ nicht möglich })$$

c.) $v_2 = v_3$

aus (3) folgt

$$\varsigma_3 = \varsigma_2 \qquad \varsigma_3 = 0{,}4$$

d.) $Re_1 = 3{,}86 \cdot 10^6$ $Re_2 = 4{,}72 \cdot 10^6$ $Re_3 = 3{,}49 \cdot 10^6$ 1,2,3 : turbulent

Lösung Beispiel 2

Siehe 15.1.2004 S. 383

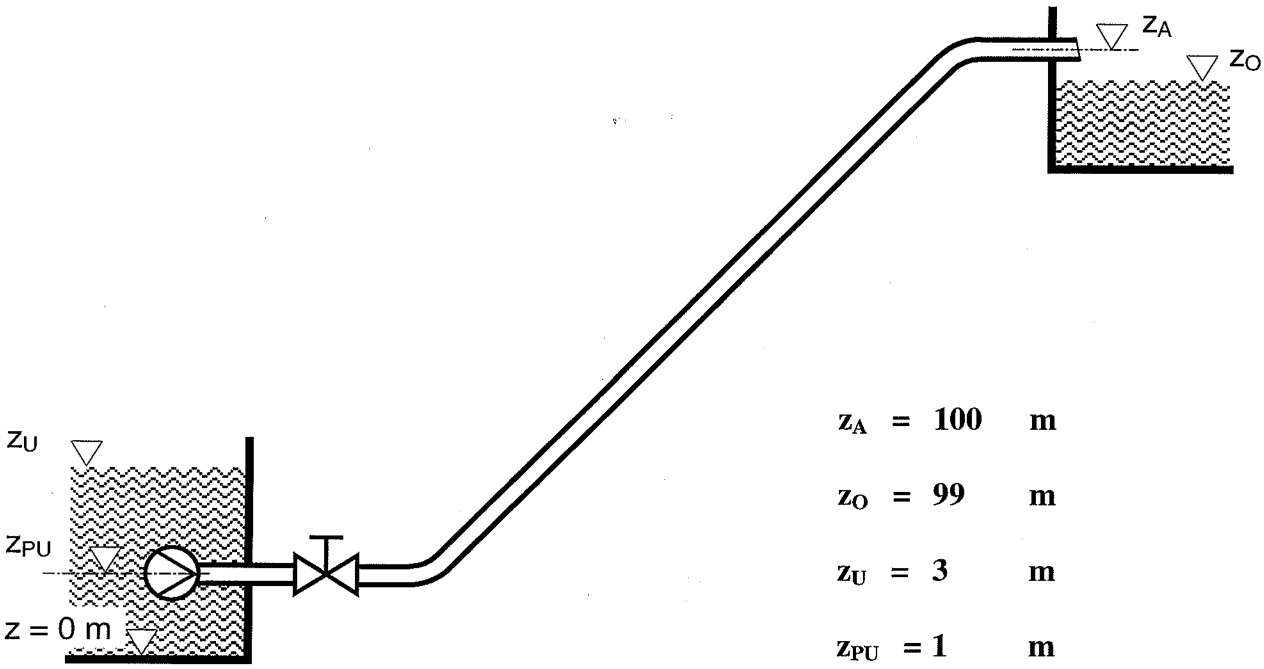
I N S T I T U T F Ü R	N a m e :
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftl. Prüfung: 9. Dezember 2005

1. Beispiel: PUMPE mit Drehzahlregelung

In der gegebenen Anlage fördert eine Tauchpumpe Wasser vom unteren in das obere Becken. Die Gesamtverluste der Rohrleitung (Ventil, Krümmer, Rohrreibung und Austritt) betragen:

$$\Sigma h_V\,[m] = 150 \cdot Q^2 \qquad \text{mit } Q \text{ in } m^3/s.$$

Beilage: Pumpenkennlinien



z_A = **100** **m**

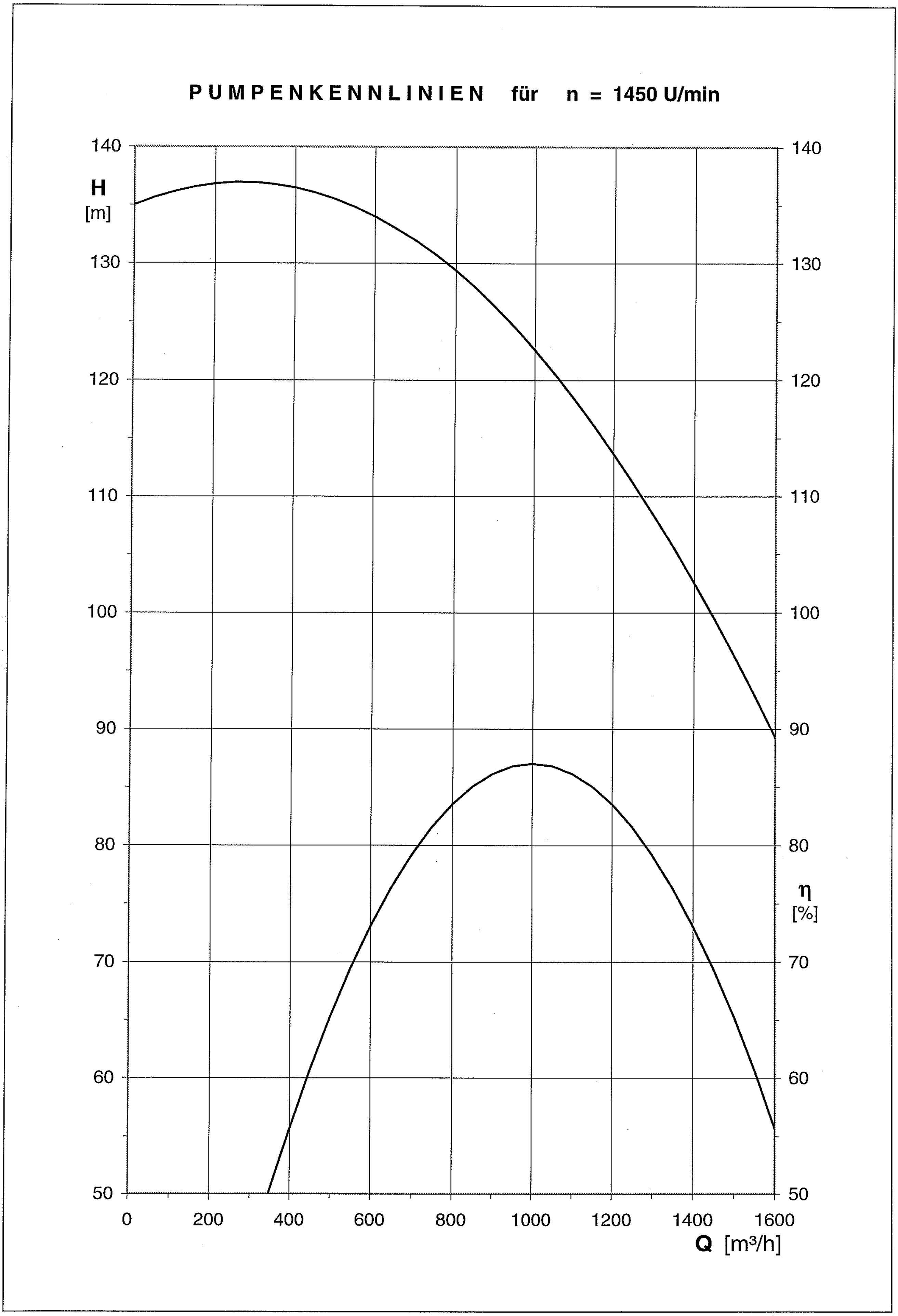
z_O = **99** **m**

z_U = **3** **m**

z_{PU} = **1** **m**

Gesucht:

1. Der Betriebspunkt der Pumpe $Q, H, \eta, P, n.$
2. Die Fördermenge soll durch Verändern der Pumpendrehzahl auf 50% der ursprünglichen Menge reduziert werden. Gesucht sind die Daten des neuen Betriebspunktes $Q^*, H^*, \eta^*, P^*, n^*.$
3. Der Wirkungsgrad der Anlage bei 100% und 50% Fördermenge. Als Nutzeffekt für die Anlage ist die Förderung des Wassers vom unteren bis zum oberen Spiegel anzusehen.


PUMPENKENNLINIEN für n = 1450 U/min
H
[m]
η
[%]
Q [m³/h]
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600

Schriftliche Prüfung: **9. Dezember 2005**

Lösung 1.Beispiel: **Pumpe mit Drehzahlregelung**

1. Betriebspunkt

$H_V = z_a - z_u + 150 \cdot (Q[m^3/s])^2 = 100 - 3 + 150 \cdot Q^2$ Verbraucherkennlinie

Der Schnitt Verbraucherkennlinie/Pumpenkennlinie ergibt den Betriebspunkt:
$Q = 1200\ m^3/h$ $H = 113{,}7\ m$ $\eta = 0{,}835$
$P = Q \cdot H \cdot \rho \cdot g / \eta \rightarrow P = 445{,}3\ kW$

2. Reduktion der Fördermenge auf 50% durch Drehzahlregelung

$Q^* = 0{,}5 \cdot Q = 0{,}5 \cdot 1200 = 600\ m^3/h$
Der neue Betriebspunkt BP^* liegt auf der Verbraucherkennlinie, daher
$H^* = 100 - 3 + 150 \cdot (600/3600)^2 = 101{,}2\ m$

Um den Wirkungsgrad des neuen Betriebspunktes zu ermitteln, muß der ähnliche Betriebspunkt BP' auf der Pumpenkennlinie für n=1450 U/min bestimmt werden:
Ähnlichkeitsparabel $H = H^* \cdot (Q/Q^*)^2$
Schnitt Ähnlichkeitsparabel/Pumpenkennlinie ergibt den ähnlichen Betriebspunkt BP'
$Q' = 686\ m^3/h$ $H' = 132{,}3\ m$ $\eta' = 0{,}784$
Wirkungsgrade ähnlicher Betriebspunkte sind gleich, daher: $\eta^* = \eta' = 0{,}784$

Die Drehzahl des neuen Betriebspunktes kann aus der Ähnlichkeitsbeziehung für Q (oder auch H) berechnet werden: $n^* = 1450 \cdot Q^*/Q' = 1268$ U/min

$P^* = Q^* \cdot H^* \cdot \rho \cdot g / \eta^* = 211$ kW.

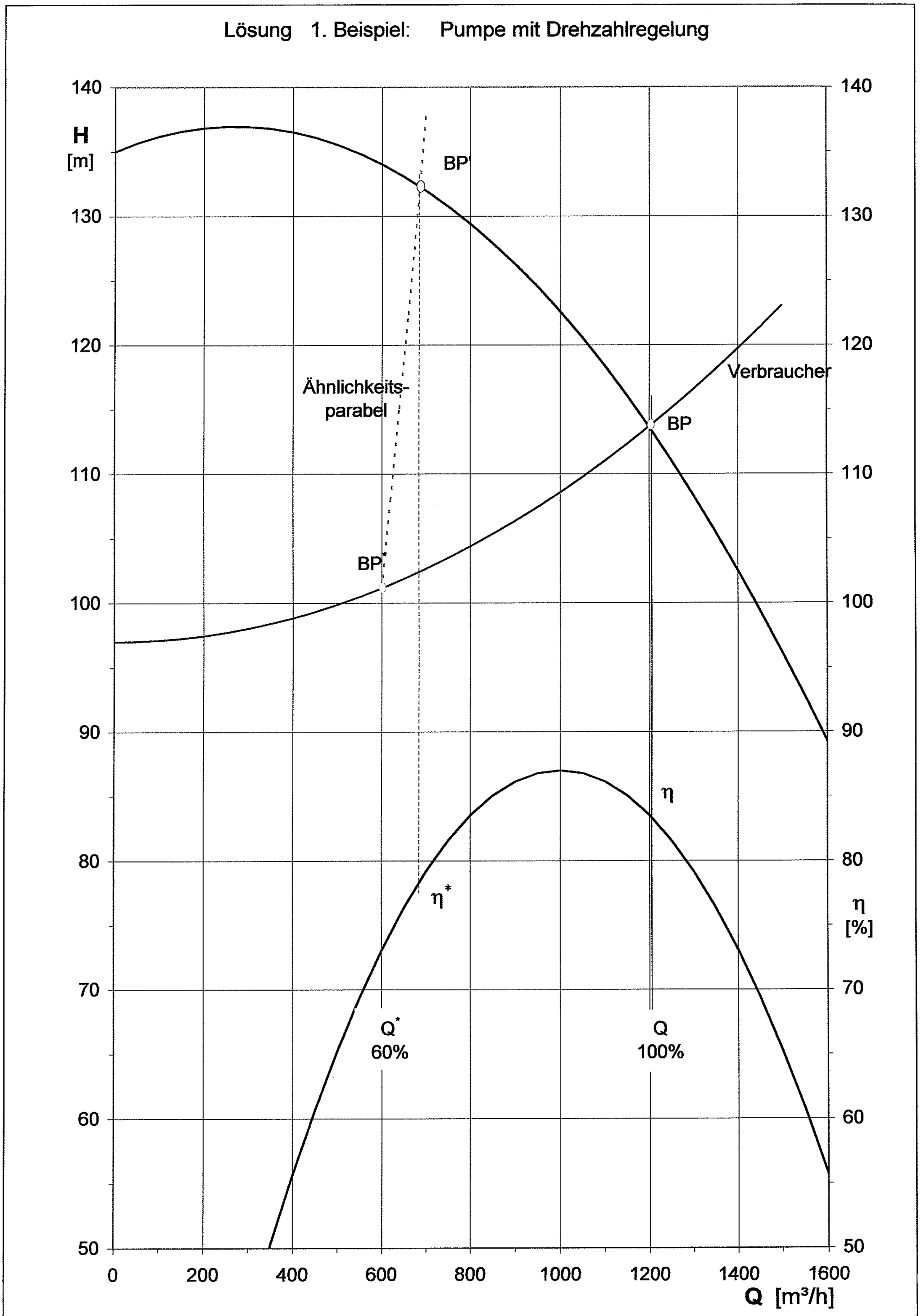
Daten des neuen Betriebspunktes:
$Q^* = 600\ m^3/h$ $H^* = 101{,}2\ m$ $n^* = 1268$ U/min $\eta^* = 0{,}784$

3. Anlagewirkungsgrade

$$\eta_{Anl} = \frac{\text{Nutzeffekt}}{\text{Aufwand}} = \frac{z_O - z_U}{H} \cdot \eta = \frac{99 - 3}{H} \cdot \eta$$

für 100% Fördermenge $\eta_{Anl}(Q) = 0{,}705$

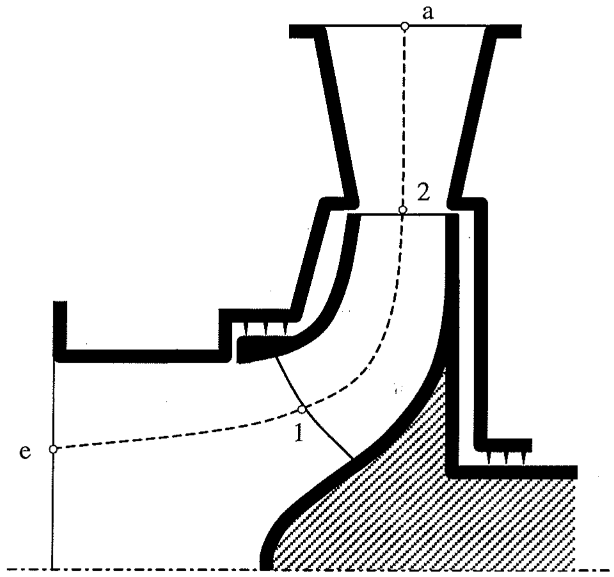
für 50% Fördermenge $\eta_{Anl}(Q^*) = 0{,}744$


Lösung 1. Beispiel: Pumpe mit Drehzahlregelung
H
[m]
η
[%]
BP'
BP
BP*
Ähnlichkeits-
parabel
Verbraucher
η
η*
Q*
60%
Q
100%
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
1600
Q [m³/h]

I N S T I T U T F Ü R	N a m e :
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftl. Prüfung: 9. Dezember 2005

2. Beispiel: RADIALVERDICHTER

In einem einstufigen Radialverdichter strömt Luft vom Eintritt e bis zum Austritt a. Von außen wird Wärme weder zu- noch abgeführt. Vereinfachend ist anzunehmen, dass in den Punkten 1 und 2 der Zustand der Luft durch die kleinen Spaltströme nicht beeinflusst wird.

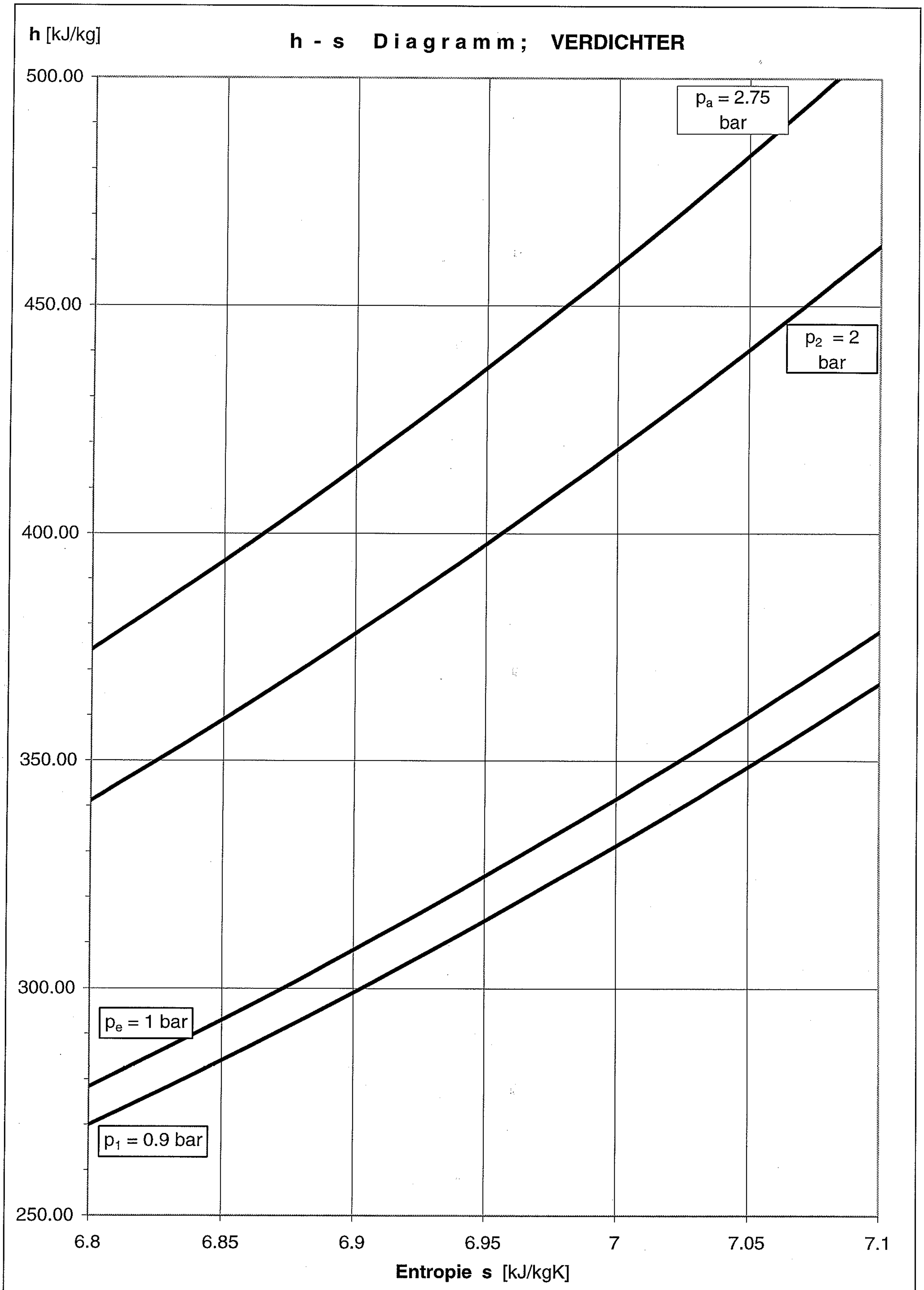


Gegeben: $h_e = 293$ kJ/kg

$p_e = 1$ bar	$p_1 = 0.9$ bar,	$p_2 = 2$ bar,	$p_a = 2.75$ bar
$c_e = 142$ m/s	$c_1 = 176.5$ m/s	$c_2 = 400$ m/s	$c_a = 190$ m/s

Isentroper Laufradwirkungsgrad: $\eta_{i,is} = 0.85$ (Totalenthalpie)

Gesucht:
1. Enthalpie und Totalenthalpie auf dem Weg eines Luftteilchens von e nach a.: h, h^*
2. $h - s$ Diagramm
3. Die innere Wellenarbeit $\mathbf{w_i}$


h [kJ/kg]
h - s Diagramm; VERDICHTER
500.00
450.00
400.00
350.00
300.00
250.00
pa = 2.75 bar
p2 = 2 bar
pe = 1 bar
p1 = 0.9 bar
6.8
6.85
6.9
6.95
7
7.05
7.1
Entropie s [kJ/kgK]

Schriftliche Prüfung: **9. Dezember 2005**

Lösung 2.Beispiel: **Radialverdichter**

Eintritt e :

$$h_e^* = h_e + \frac{c_e^2}{2} = 303{,}1\ \text{kJ/kg}$$

Zulauf e – 1 :

$$h_e^* = h_1^* = 303{,}1\ \text{kJ/kg} \qquad h_1 = h_1^* - \frac{c_1^2}{2} = 287{,}5\ \text{kJ/kg}$$

Verlustbehaftete Strömung, ohne Wärmetausch, ohne Arbeitszu-/abfuhr

Laufrad 1 – 2 :

Verlustfreie Verdichtung: $h_{2is} = 363{,}8$ kJ/kg $\qquad h_{2is}^* = h_{2is} + \frac{c_2^2}{2} = 443{,}8\ \text{kJ/kg}$

Tatsächliche, verlustbehaftete Verdichtung:

$$h_2^* = h_1^* + \frac{(h_{2is}^* - h_1^*)}{\eta_{i,is}} = 468{,}6\ \text{kJ/kg} \qquad h_2 = h_2^* - \frac{c_2^2}{2} = 388{,}6\ \text{kJ/kg}$$

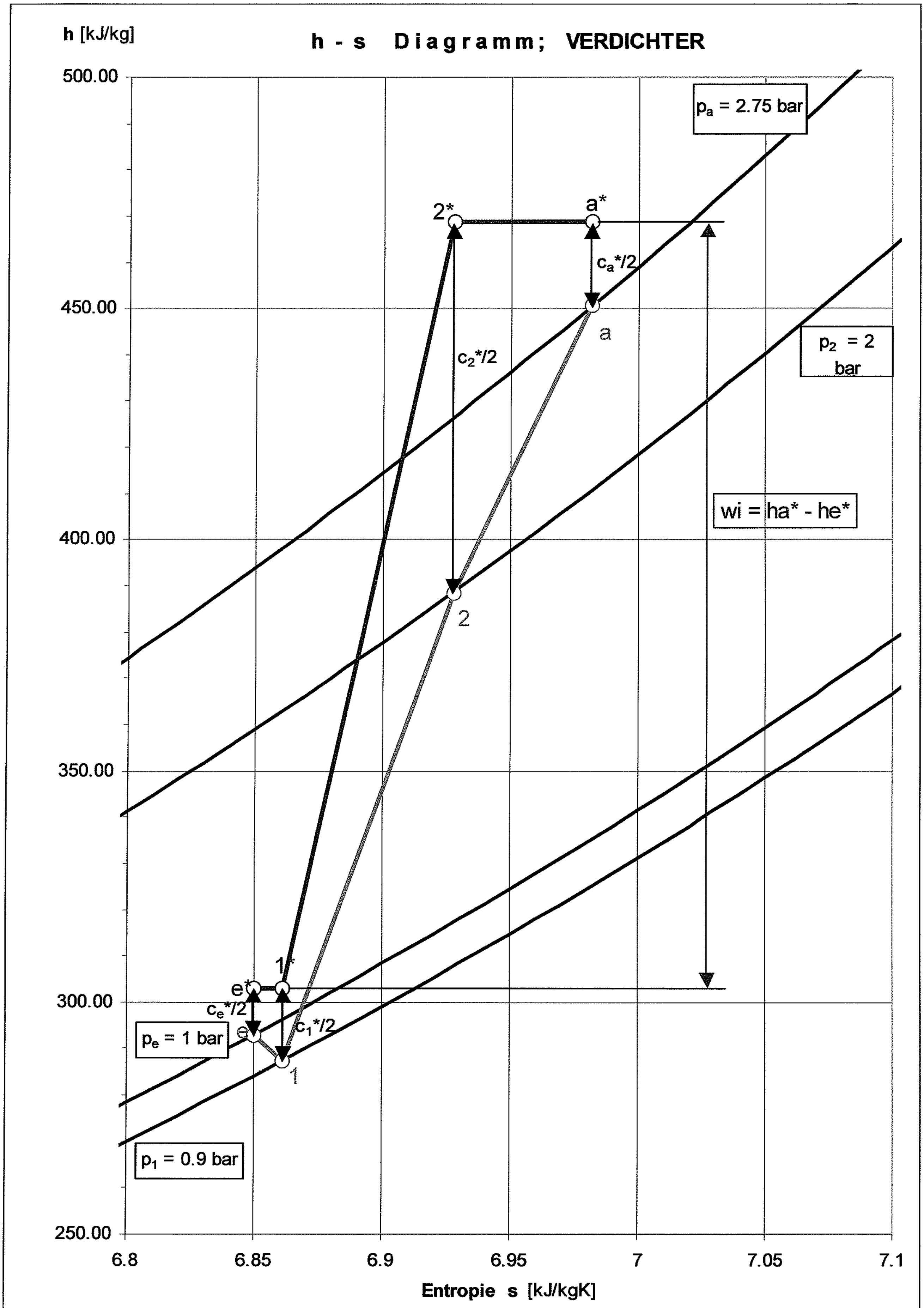
Diffusor 2 – a :

$$h_a^* = h_2^* = 468{,}6\ \text{kJ/kg} \qquad h_a = h_a^* - \frac{c_a^2}{2} = 450{,}6\ \text{kJ/kg}$$

Verlustbehaftete Strömung, ohne Wärmetausch, ohne Arbeitszu-/abfuhr

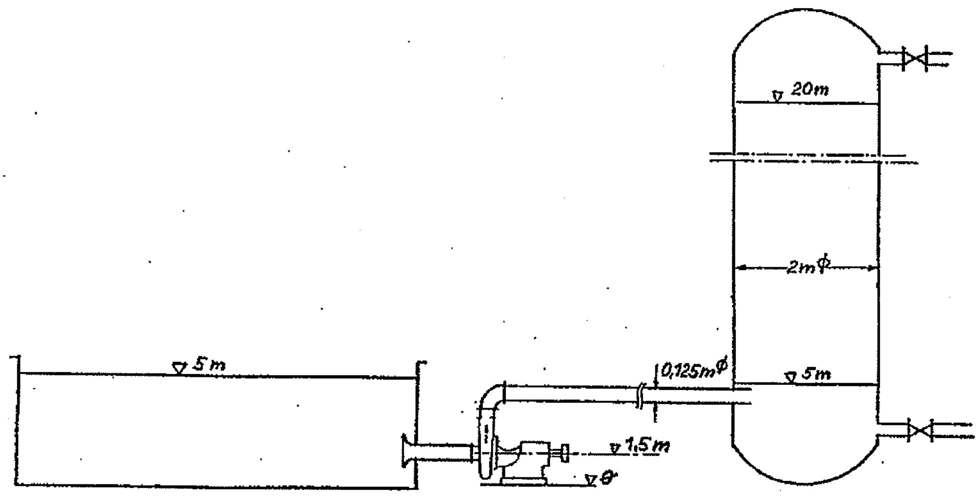
Innere Wellenarbeit :

$$w_i = h_a^* - h_e^* = 165{,}5\ \text{kJ/kg}$$


h [kJ/kg]
h - s Diagramm; VERDICHTER
500.00
450.00
400.00
350.00
300.00
250.00
6.8
6.85
6.9
6.95
7
7.05
7.1
Entropie s [kJ/kgK]
pa = 2.75 bar
p2 = 2 bar
pe = 1 bar
p1 = 0.9 bar
wi = ha* - he*
2*
a*
a
2
1*
1
e*
e
ca*/2
c2*/2
ce*/2
c1*/2

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 26. 1. 1998
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

Wasserspeicher

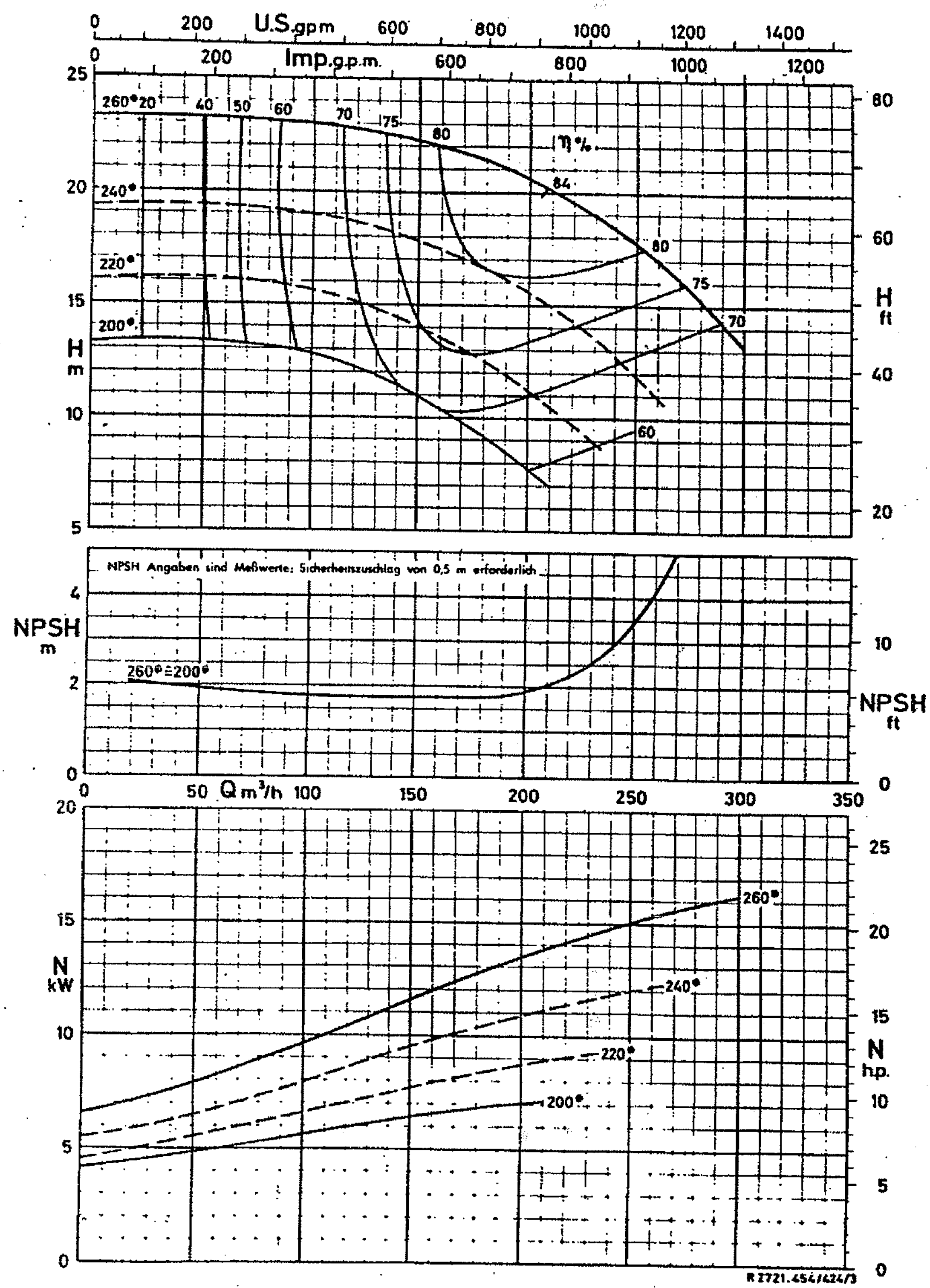


In der skizzierten Anlage fördert eine Pumpe (D = 260 mm, Kennlinie liegt bei) Wasser aus einem Becken mit konstantem Spiegel in einen zylindrischen Kessel von 2 m Durchmesser.

Welche Zeit benötigt die Pumpe, um den Kessel von der Kote 5 m bis zur Kote 20 m zu füllen ?

Der Kessel ist während des Füllvorganges belüftet, sodaß im Raum über dem Wasser Atmosphärendruck herrscht. Die Länge der Rohrleitung vom Saugbecken bis zum Kessel beträgt $l = 80$ m, ihr Durchmesser $d = 0.125$ m. Für die Verlustrechnung ist $\lambda = 0.04$ anzunehmen. Die Krümmer- und Einlaufverluste sind nicht zu berücksichtigen.

HPK, CPK 125-250 1450 U/min - RPM - tr/min - r.p.m.



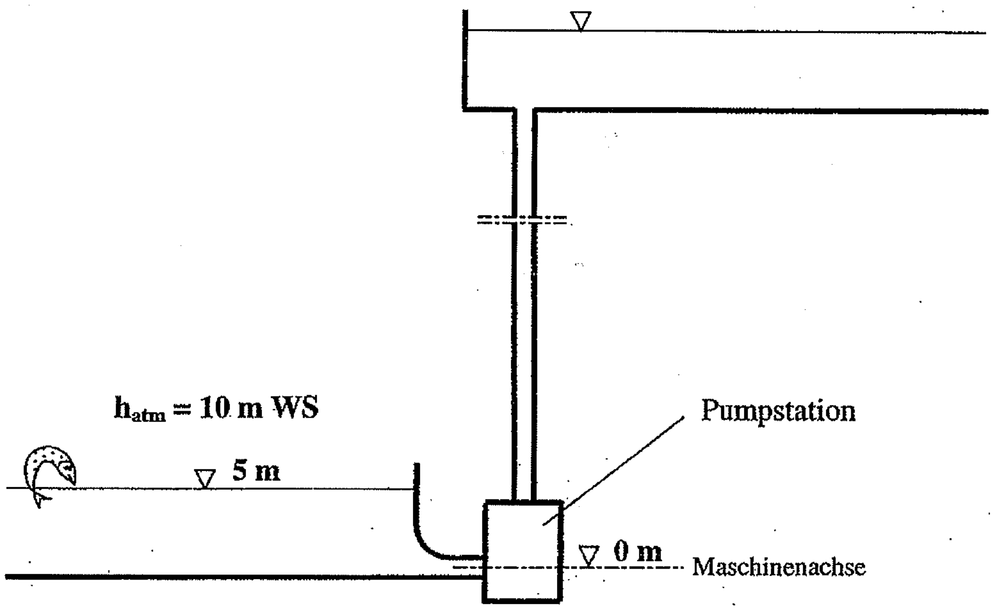
Laufrad 260	200 mm Ø	Breite	32 mm	Zeichnungs Nr	W 151 679	Modell Nr	Z 38 245	Kennlinien-Nr	K 18 652
Impeller 260	200 mm Ø	Width	32 mm	Drawing No	W 151 679	Design No	Z 38 245	Performance curve No	K 18 652
Roue	260–200 mm Ø	Largeur	32 mm	Dessin Nr	W 151 679	Modele Nr	Z 38 245	Courbes caracteristiques Nr	K 18 652
Rodete	260–200 mm Ø	Anchura	32 mm	Dibujo nº	W 151 679	Modelo nº	Z 38 245	Curvas caracteristicas nº	K 18 652

KSB

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 12. 1. 2001 Matrikelnummer:

KNI

AUSSTATTUNG EINER PUMPANLAGE



Für die maschinenseitige Ausstattung der Pumpstation lt. Skizze soll ein vernünftiger Vorschlag gemacht werden. Die hydraulischen Daten sind:

Fördermedium: kaltes Wasser (Dampfdruckhöhe $h_D = 0.2$ m WS)
Fördermenge: $Q = 1\ m^3/s$
Förderhöhe: $H = 200$ m

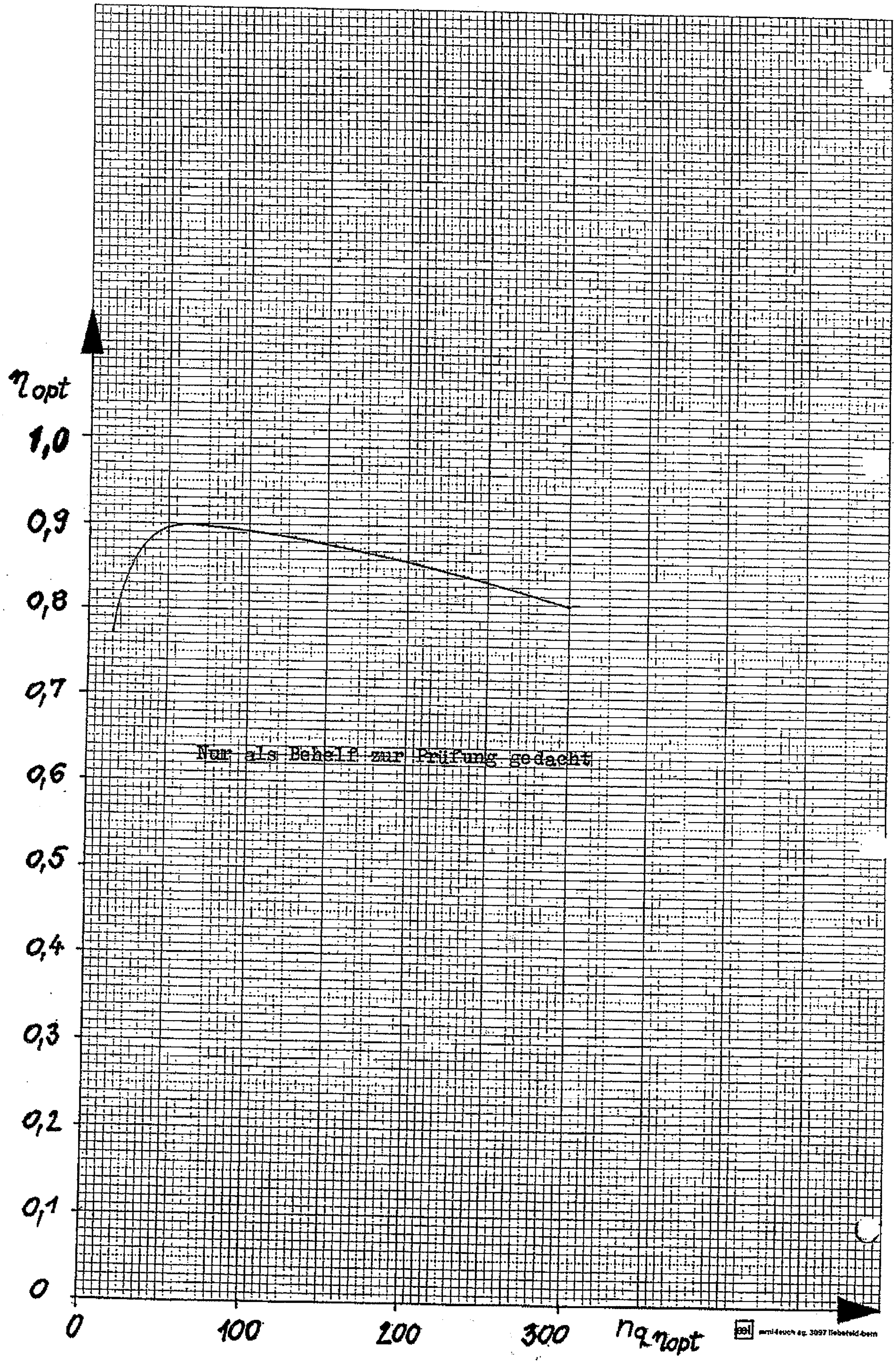
Für den Antrieb kommen Synchrondrehzahlen zwischen 500 U/min und 3000 U/min in Frage. Durchgehender Betrieb, daher soll ein möglichst guter Wirkungsgrad angestrebt werden. Auf Einhaltung zulässiger Kavitationswerte ist zu achten. Saugseitige Verluste können vernachlässigt werden.

Als Behelf dienen die beiden beigelegten Diagramme:
Maximal erreichbare Wirkungsgrade über der spezifischen Drehzahl n_q
$NPSH_{erf}/H$ über der spezifischen Drehzahl n_q

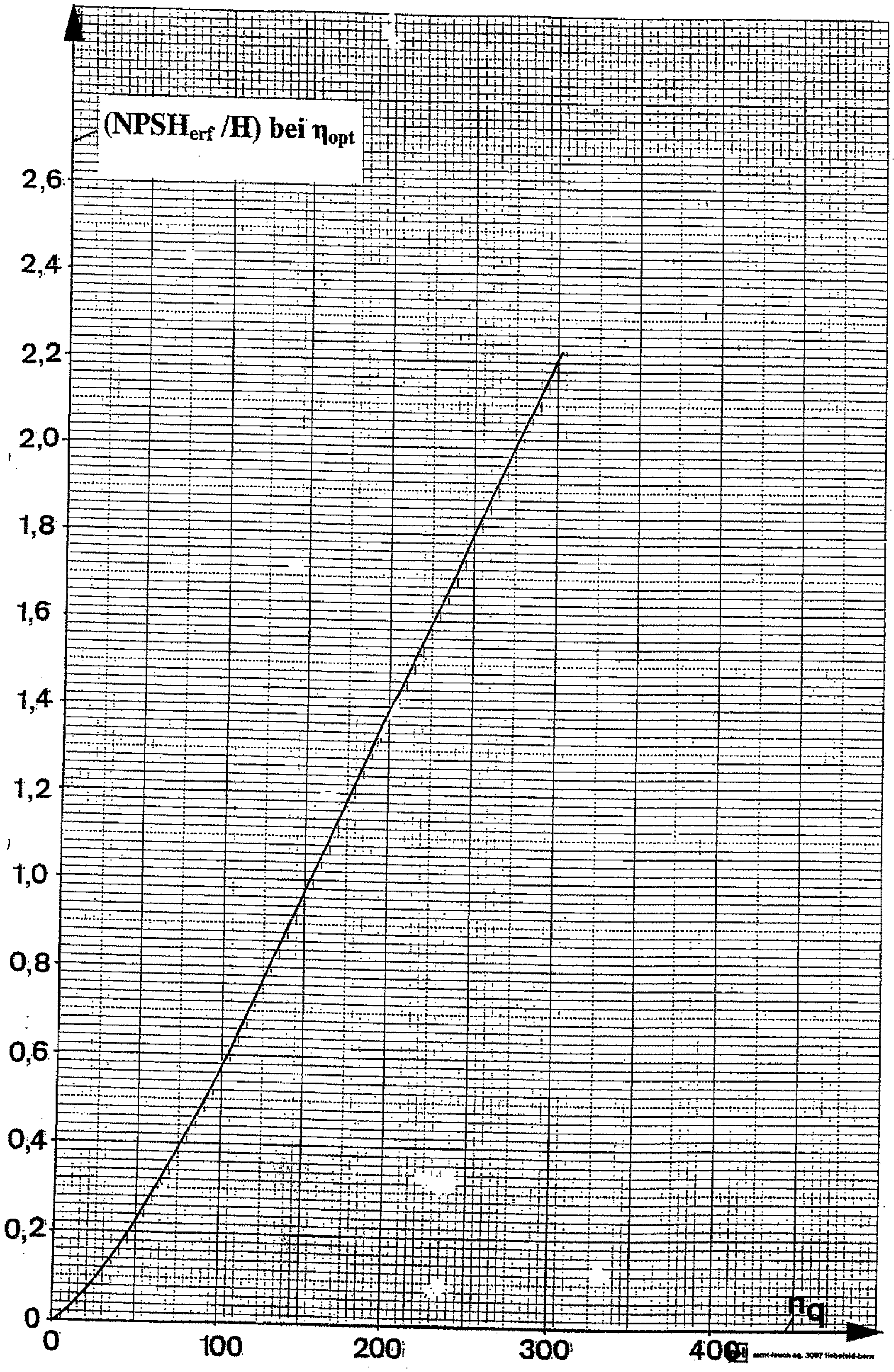
Im zweiten Diagramm ist NPSH durch Bezug auf die Förderhöhe H dimensionslos gemacht zu NPSH/H (selbst für Benutzer des so variantenreichen angelsächsischen Maßsystems ist es damit eindeutig !).

Gesucht:

Drehzahl
Wirkungsgrad
Erforderliche Antriebsleistung



η_{opt}
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
100
200
300
$n_q\,\eta_{opt}$
Nur als Behelf zur Prüfung gedacht


(NPSHerf /H) bei ηopt
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
100
200
300
400
nq

Lösung Beispiel 1 :

Siehe 26.1.1998 (S. 58)

Lösung Beispiel 2 :

Siehe 12.1.2001 (S. 250)

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: Matrikelnummer:

PUMPENAEHNLICHKEIT

Gegeben:

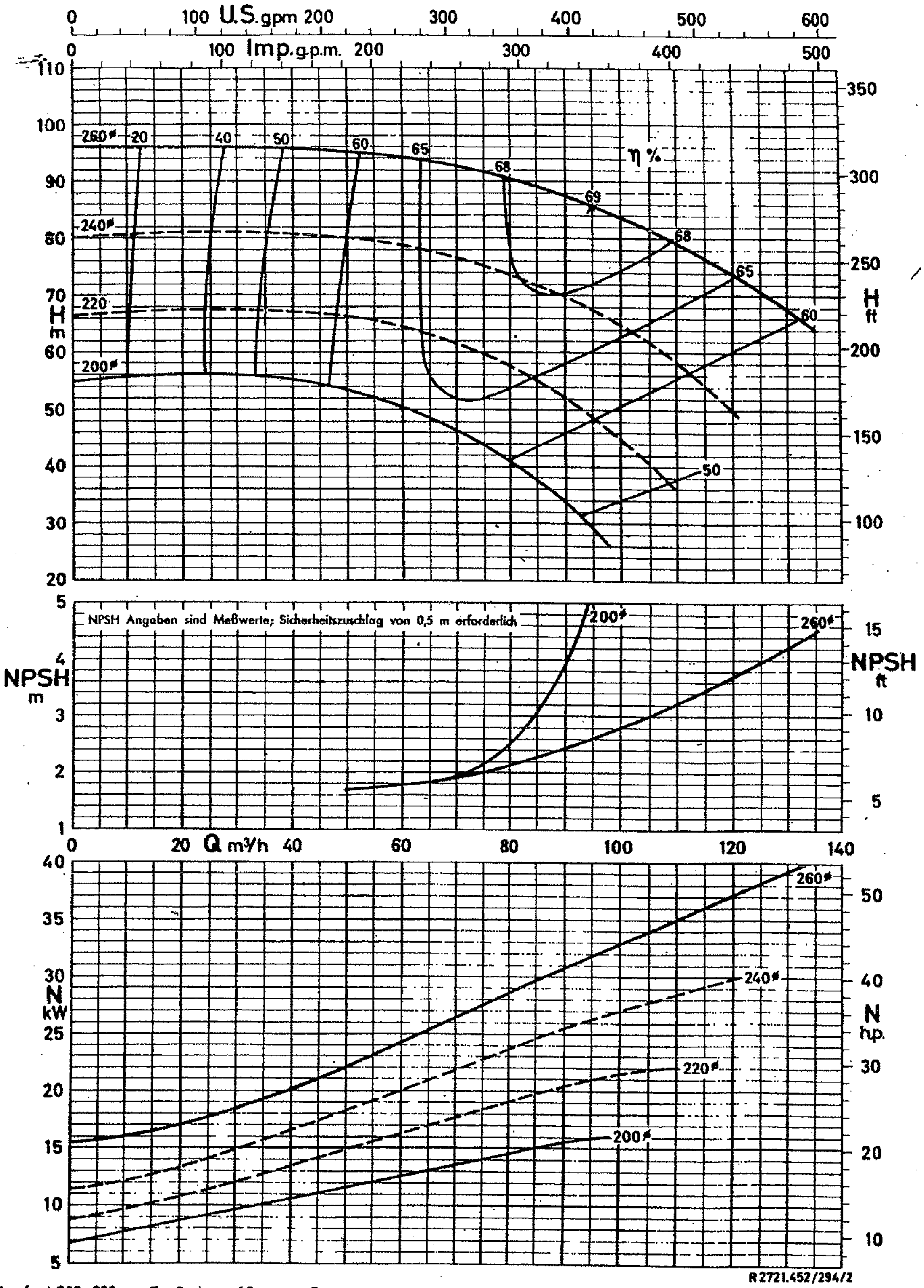
Durchmesser D, Drehzahl n und das Kennliniendiagramm einer Industriepumpe. (HPK, CPK 65-250)

D = 0,260m n = 2900 U/min (Asynchronmotor)

a) Gesucht ist die Drehzahl der Pumpe, die einen bestimmten Betriebspunkt $Q = 70m^3/h$, $H = 70m$ erreicht.
Welcher Wirkungsgrad wird erreicht?

b) Der Asynchronmotor aus a) hat einen Defekt. Als Ersatz steht nur ein Synchronmotor mit der Drehzahl 3000rpm zur Verfügung. Dieser Motor wird an die Pumpe angeflanscht. Da der gleiche Betriebspunkt ($Q = 70m^3/h$, $H = 70m$) unbedingt eingehalten werden muss, ist das Laufrad abzudrehen.
Um wieviel Millimeter muss das Laufrad (D = 0,260m) abgedreht werden und welcher Wirkungsgrad stellt sich ein.?

HPK, CPK 65-250 2900 U/min - RPM - tr/min - r.p.m.

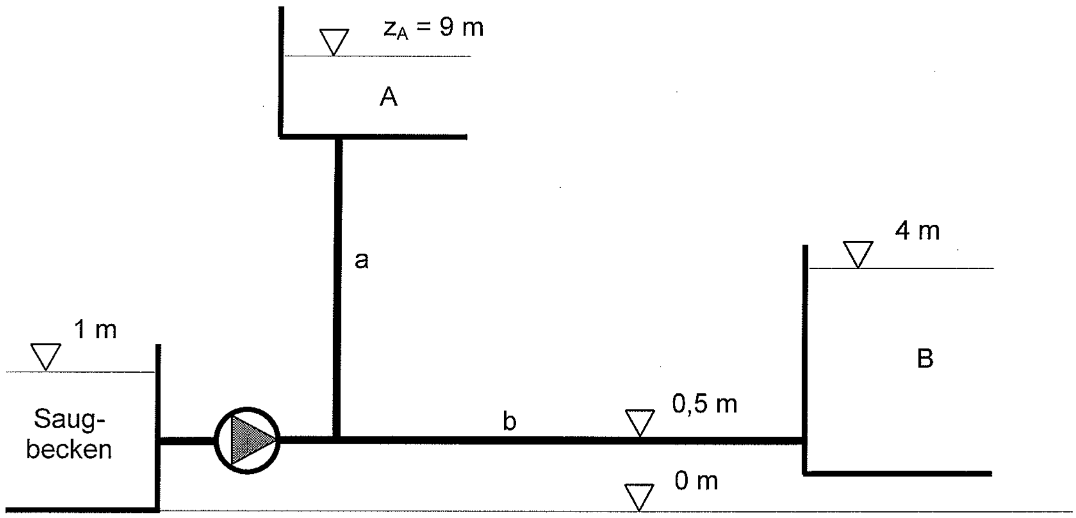


Laufrad	260–200 mm Ø	Breite	13 mm	Zeichnungs-Nr.	W 150 171	Modell-Nr.	Z 38 106	Kennlinien Nr.	K 18 124
Impeller	260–200 mm Ø	Width	13 mm	Drawing No.	W 150 171	Design No.	Z 38 106	Performance curve No.	K 18 124
Roue	260–200 mm Ø	Largeur	13 mm	Dessin Nr.	W 150 171	Modele-Nr	Z 38 106	Courbes caractéristiques Nr.	K 18 124
Rodete	260–200 mm Ø	Anchura	13 mm	Dibujo nº	W 150 171	Modelo nº	Z 38 106	Curvas caracteristicas nº	K 18 124

KSB R 2721.452/294/2

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	NAME:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:
	Schriftliche Prüfung: 17.2.2006

2. Beispiel: Pumpe fördert in zwei Speicher

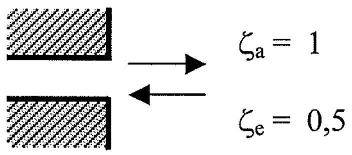


In der skizzierten Anlage fördert eine Pumpe aus dem Saugbecken in die beiden Speicher A und B. Die Höhen der Wasserspiegel sind für den jeweils betrachteten Fall konstant. Die Verluste vom Saugbecken bis zur Pumpe, von der Pumpe bis zum T-Abzweig und des T-Abzweiges sollen der Einfachheit halber vernachlässigt werden.

Anlagedaten: Pumpenkennlinie siehe Beilage

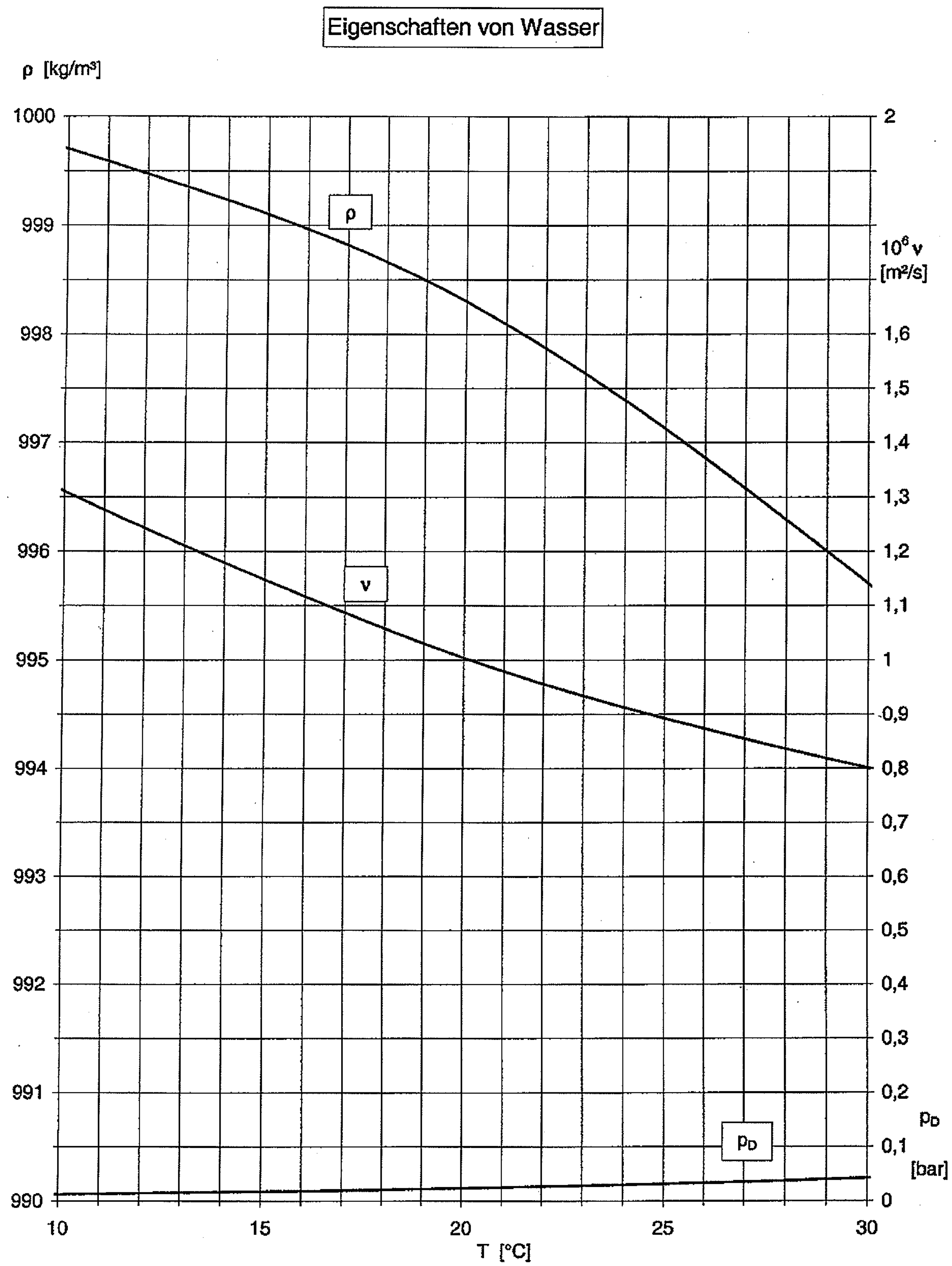
Leitung a, b: $d = 50$ mm , $L = 2{,}5$ m , $\lambda = 0{,}02$

Verluste im Speicher A bzw. B:



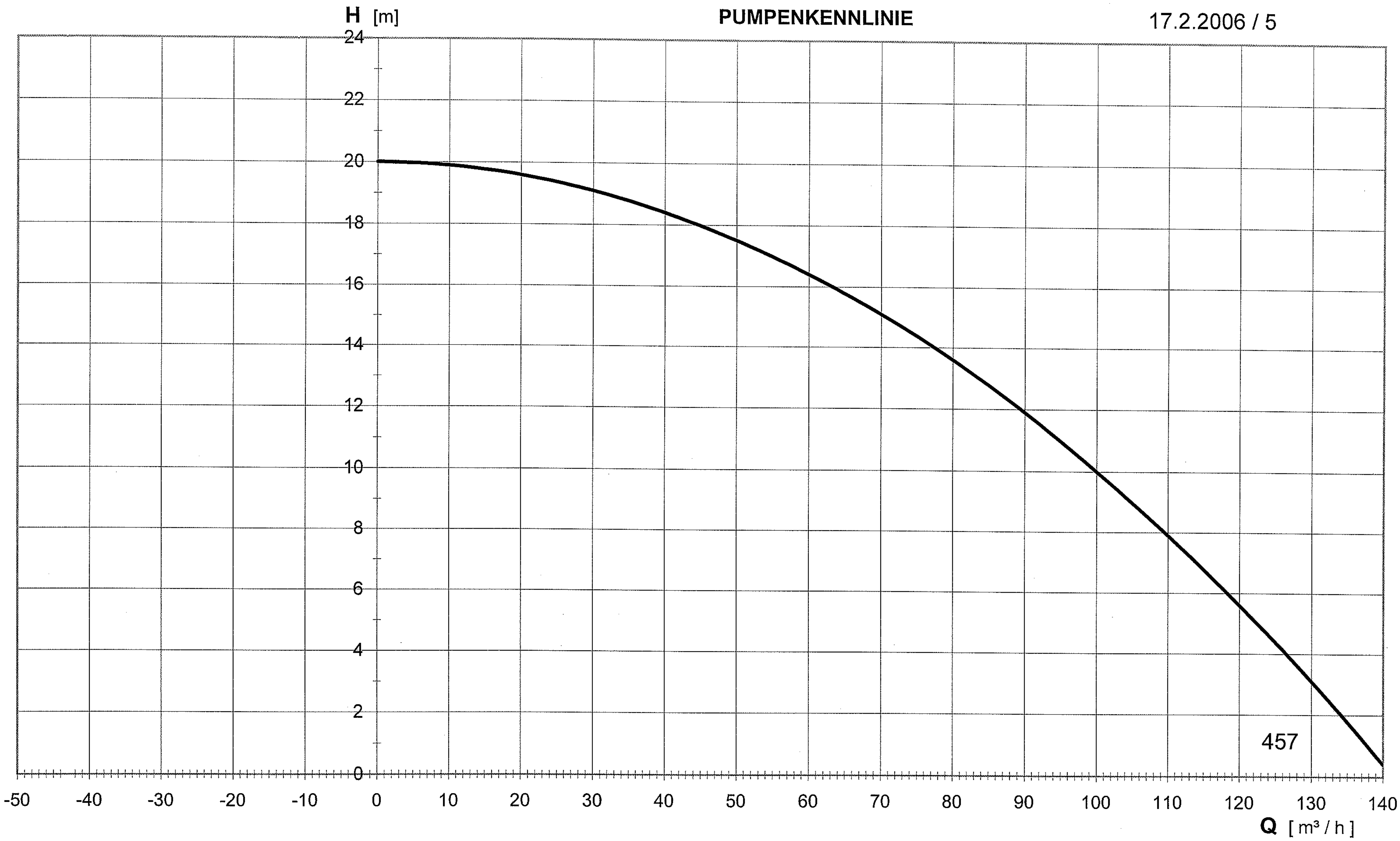
Gesucht:

1. Betriebspunkt Q, H und die Teilfördermengen Q_A und Q_B
2. Betriebspunkt Q, H und die Teilmengen Q_A und Q_B für $z_A = 19$ m
3. Betriebspunkt Q, H und Spiegelhöhe z_A für $Q_A = 0$


Eigenschaften von Wasser
ρ [kg/m³]
1000
999
998
997
996
995
994
993
992
991
990
2
10⁶ ν
[m²/s]
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
pD
[bar]
ρ
ν
pD
10
15
20
25
30
T [°C]

PUMPENKENNLINIE

17.2.2006 / 5



Lösung Beispiel 1 :

siehe 5.2.1999 , Seite 1 4

Lösung Beispiel 2 :

siehe 12.12. 2003 , Seite 5 8

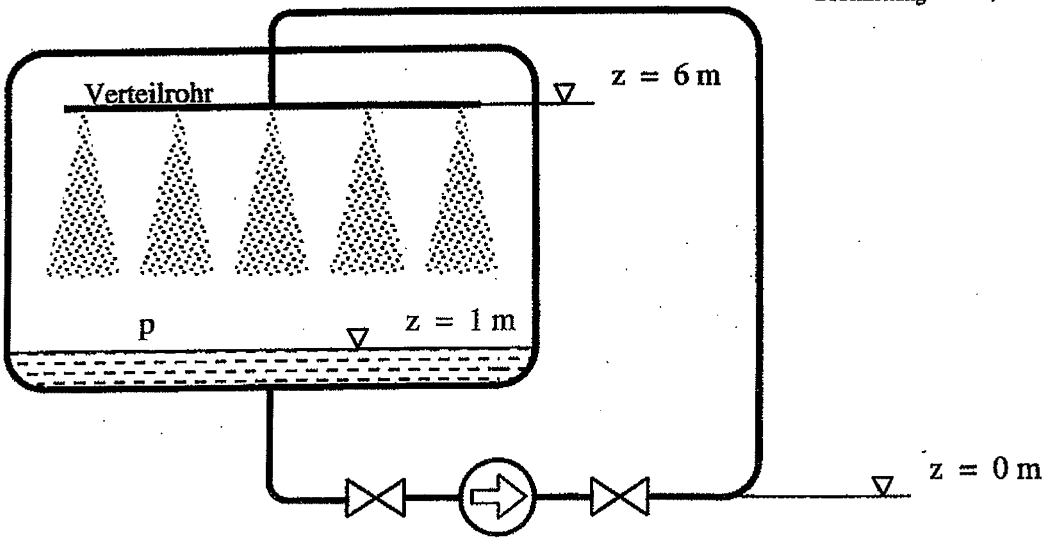
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum:
	Matrikelnummer:

Beispiel: **WASCHANLAGE**

In der dargestellten Waschanlage saugt die Pumpe Heißwasser vom Behälterboden an und fördert es in das Verteilrohr. Von dort strömt das Wasser durch Düsen wieder in den Waschbehälter aus. Die Geschwindigkeitshöhe des durch die Düsen austretenden Wasserstrahles ist im angegebenen Verlustbeiwert der Druckleitung enthalten. Im Waschbehälter herrscht Atmosphärendruck $p = p_{at} = 1$ bar. Das Wasser hat eine Temperatur von 60°C.

Die Verluste in Saug und Druckleitung betragen:

$$h_V\,[\mathrm{m}] = k \cdot Q^2, \quad Q \text{ in } [\mathrm{m^3/h}]$$
$$k_{Saugleitung} = 3 \cdot 10^{-4}$$
$$k_{Druckleitung} = 7{,}8 \cdot 10^{-4}\,.$$



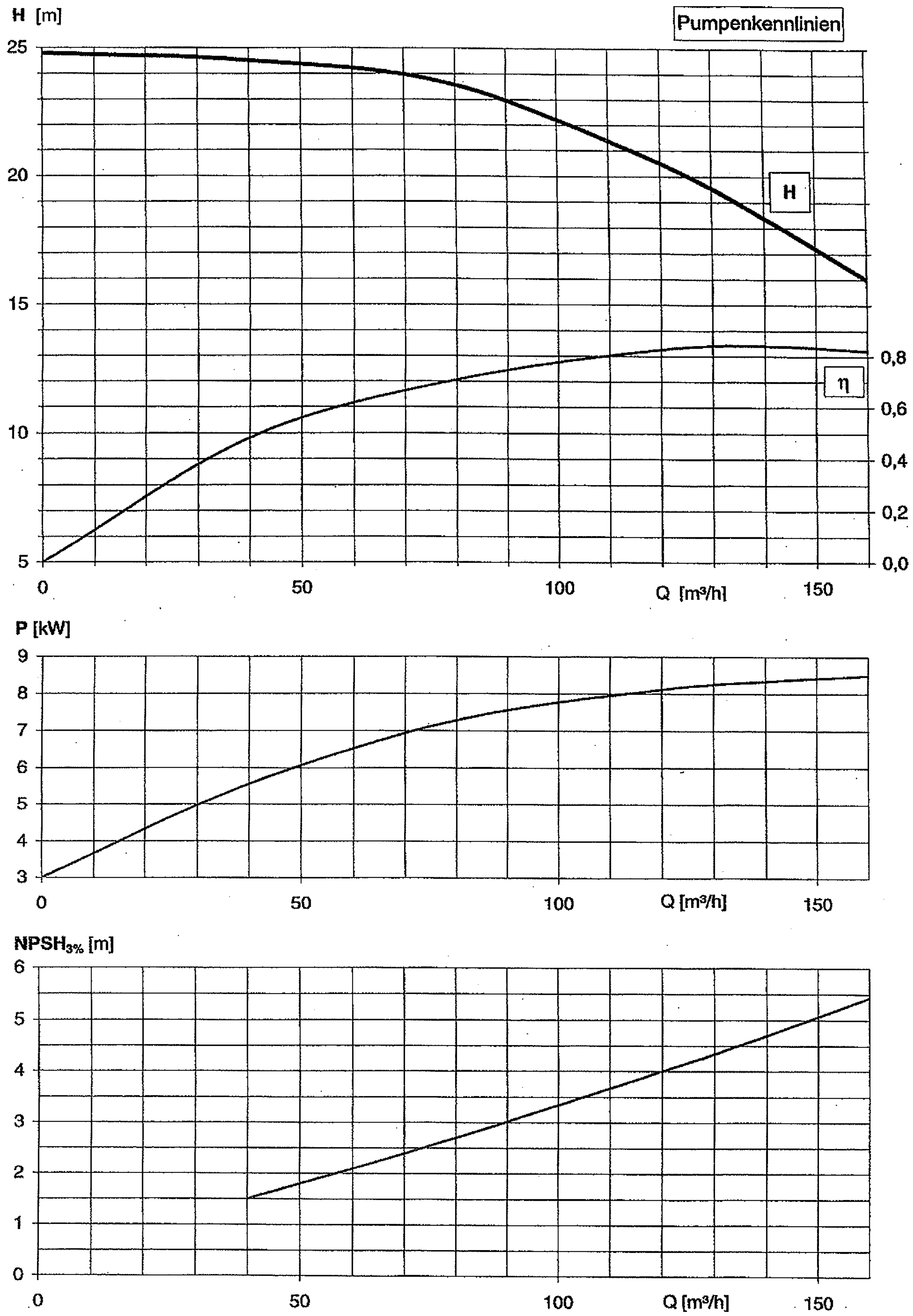
Die Kavitationsgefährdung der Pumpe ist mit dem Kriterium 3% Förderhöhenabfall zu beurteilen.

Gesucht:

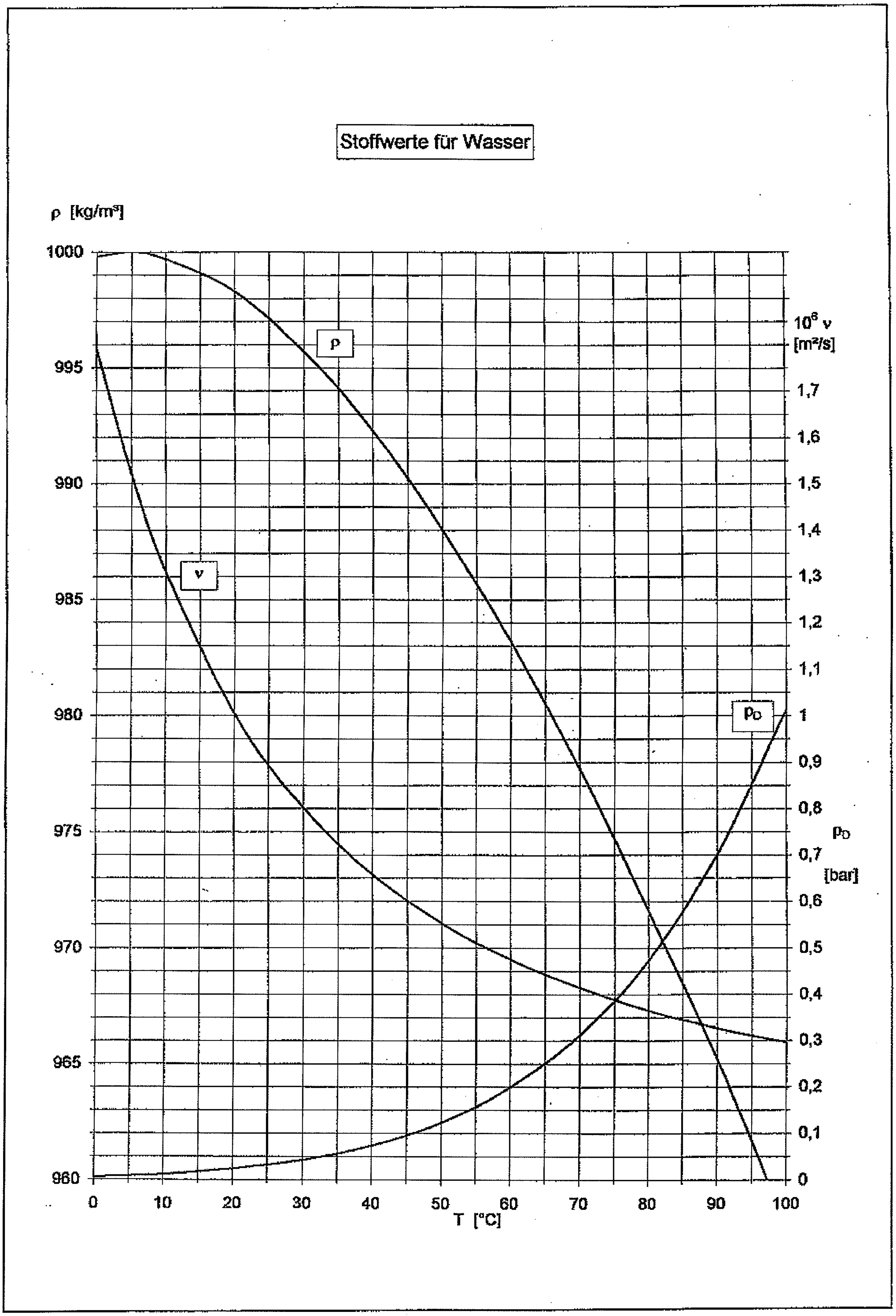
1. Es ist zu prüfen, ob die Pumpe im Betriebspunkt kavitationsgefährdet ist.
2. Welche Wassertemperatur ist maximal möglich, ohne die Pumpe durch Kavitation zu gefährden. Dabei ist ein Sicherheitsabstand von 0,5 m zur zulässigen Saughöhe der Pumpe einzuhalten.

Die Wassertemperatur soll auf 80°C erhöht werden. Die folgenden Maßnahmen sind dahingehend zu untersuchen, ob bzw. unter welchen Umständen die Pumpe mit 0,5 m Sicherheit gegenüber der zulässigen Saughöhe betrieben werden kann.

3. Veränderung des Behälterdruckes.
4. Reduktion der saugseitigen Verluste: $k_{Saugleitung} = 1 \cdot 10^{-4}$.



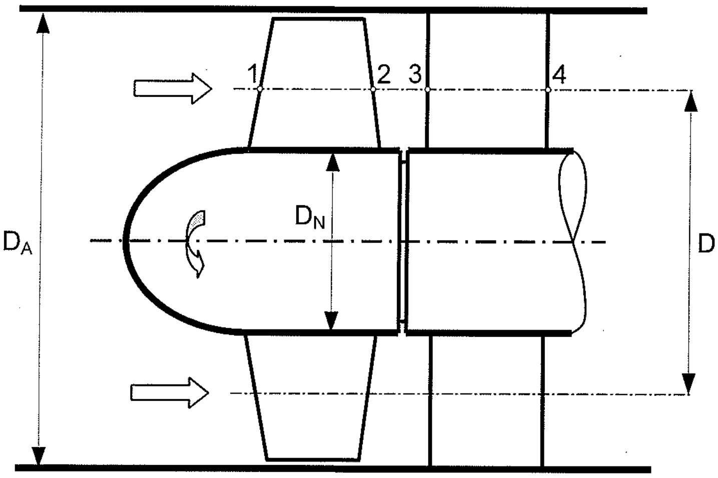
H [m]
Pumpenkennlinien
25
20
15
10
5
H
η
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
0
50
100
Q [m³/h]
150
P [kW]
9
8
7
6
5
4
3
0
50
100
Q [m³/h]
150
NPSH3% [m]
6
5
4
3
2
1
0
0
50
100
Q [m³/h]
150


Stoffwerte für Wasser
ρ [kg/m³]
1000
995
990
985
980
975
970
965
960
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
T [°C]
10^6 ν [m²/s]
1,7
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
p_D [bar]
ρ
ν
p_D

I N S T I T U T F Ü R
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg

N A M E :
Matrikelnummer:
Schriftl. Prüfung: 10. März 2006

2. Beispiel: **AXIALPUMPE,** Geschwindigkeitsdreiecke und Schaufelprofile



$D_A = 300$ mm
$D_N = 120$ mm
$D \;= 200$ mm

$Q \;= 0{,}4\ m^3/s$
$H \;= 5{,}4$ m
$n \;= 1500$ U/min

$\eta_U = 0{,}95$

Vereinfachende Annahmen:

- drallfreie Zuströmung zur Laufschaufel
- Meridiangeschwindigkeit c_m konstant über dem Radius (Strömung auf Zylinderflächen)
- schaufelkongruente Zu- und Abströmung (Schaufelwinkel = Strömungswinkel)
- keine Versperrung durch die Schaufeln
- drallfreie Abströmung von der Leitschaufel

Für den eingeebneten Zylinderschnitt ∅D sind gesucht:

1. Geschwindigkeiten und Strömungswinkel für Lauf- und Leitrad.
2. Entwurf des Schaufelplanes mit den eingezeichneten maßstäblichen Geschwindigkeitsdreiecken und den Profilen von Lauf- und Leitrad.
3. Verlauf der Druck-, Geschwindigkeits- und Totalenergiehöhe vom Laufradeintritt bis zum Leitradaustritt. Die im Umfangswirkungsgrad η_U berücksichtigten Verluste fallen zu 60% im Laufrad und 40% im Leitrad an.

Schriftliche Prüfung: **10. März 2006**

Lösung Beispiel 1 : siehe 13.11.1998 Seite 4 9

Lösung Beispiel 2 :

1. Geschwindigkeiten und Strömungswinkel

Laufradeintritt: drallfrei $c_{u1} = 0$, $c_{m1} = c_1$

$$c_1 = c_{m1} = \frac{Q}{(D_A^2 - D_N^2)\cdot\pi/4} = \underline{\underline{6{,}74\ m/s}} \qquad u_1 = \frac{D\cdot\pi\cdot n}{60} = \frac{0{,}2\cdot\pi\cdot 1500}{60} = \underline{\underline{15{,}7\ m/s}}$$

$$w_1 = \sqrt{c_1^2 + u_1^2} = \underline{\underline{17{,}1\ m/s}} \qquad \beta_1 = \arctan\frac{c_1}{u_1} = \underline{\underline{23{,}2\ °}}$$

Laufradaustritt: $c_{m2} = c_{m1}$, da gleiche Querschnitte und ρ = konst.

$$c_{m2} = c_{m1} = \underline{\underline{6{,}74\ m/s}} \qquad u_2 = u_1 = \underline{\underline{15{,}7\ m/s}} \qquad H = \frac{\eta_u}{g}\left(u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}\right) \ ; \ c_{u1} = 0$$

$$\Rightarrow \quad c_{u2} = \frac{g\cdot H}{\eta_u \cdot u_2} = \underline{\underline{3{,}55\ m/s}} \qquad c_2 = \sqrt{c_{m2}^2 + c_{u2}^2} = \underline{\underline{7{,}62\ m/s}}$$

$$w_2 = \sqrt{c_{m2}^2 + (u_2 - c_{u2})^2} = \underline{\underline{13{,}9\ m/s}} \qquad \beta_2 = \arctan\frac{c_{m2}}{u_2 - c_{u2}} = \underline{\underline{29{,}0\ °}}$$

Leitradeintritt: $c_3 = c_2$; $c_{m3} = c_{m2}$, da gleiche Querschnitte ; $c_{u3} = c_{u2}$ Drall bleibt unverändert

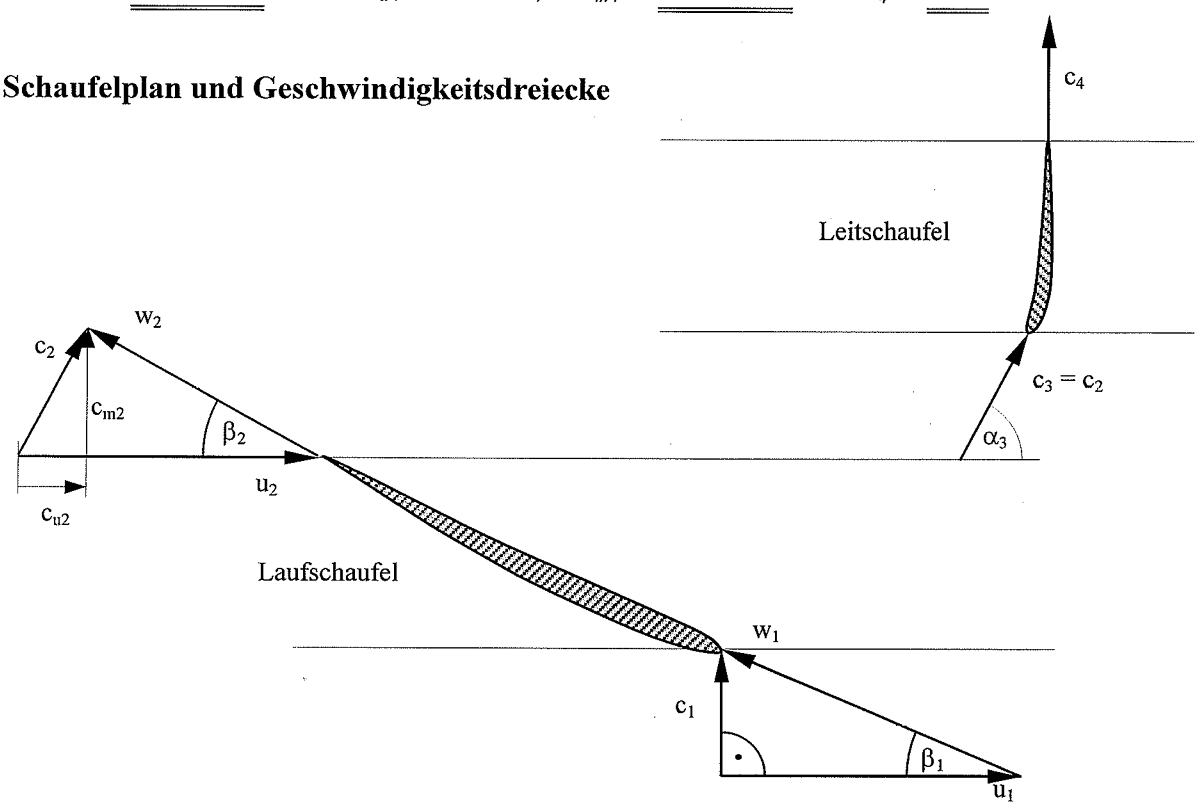
$$c_3 = c_2 = 7{,}61\ m/s \qquad c_{m3} = c_{m2} = \underline{\underline{6{,}74\ m/s}} \qquad c_{u3} = c_{u2} = \underline{\underline{3{,}55\ m/s}}$$

$$\alpha_3 = \arctan\frac{c_{m3}}{c_{u3}} = \underline{\underline{62{,}2\ °}}$$

Leitradaustritt: $c_{m4} = c_{m3}$ gleiche Querschnitte ; $c_{u4} = 0$ drallfreie Abströmung

$$c_{m4} = c_{m3} = \underline{\underline{6{,}74\ m/s}} \qquad c_{u4} = 0 \qquad c_4 = c_{m4} = \underline{\underline{6{,}74\ m/s}} \qquad \alpha_4 = \underline{\underline{90\ °}}$$

2. Schaufelplan und Geschwindigkeitsdreiecke



3. Verläufe: Druck-, Geschwindigkeits- und Totalenergiehöhe

Die Verläufe werden entlang einer horizontalen Linie durch die Pumpe betrachtet, daher bleiben die z-Glieder außer Betracht. Am Eintritt wird $p_1/\rho g = 0$ m als Zulaufdruckhöhe angenommen.

Verlusthöhen in der Pumpe:

$$H_U = \frac{H}{\eta_U} = \frac{5,4}{0,95} = 5,684 \ m \qquad \Sigma h_V = H_U - H = 5,684 - 5,4 = 0,284 \ m$$

$$\textit{Verlusthöhe Laufrad:} \quad h_{V,Laufrad} = 0,6 \cdot \Sigma h_V = 0,6 \cdot 0,284 = 0,170 \ m$$

$$\textit{Verlusthöhe Leitrad:} \quad h_{V,Leitrad} = 0,4 \cdot \Sigma h_V = 0,4 \cdot 0,284 = 0,114 \ m$$

Punkt 1: Laufradeintritt

$$\frac{p_1}{\rho g} = \underline{\underline{0 \ m}} \qquad \frac{c_1^2}{2g} = \underline{\underline{2,313 \ m}} \qquad h_{tot1} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + z_1 = \underline{\underline{2,313 \ m}} \qquad z_1 = z_2 = \ldots usw. = 0$$

Punkt 2: Laufradaustritt

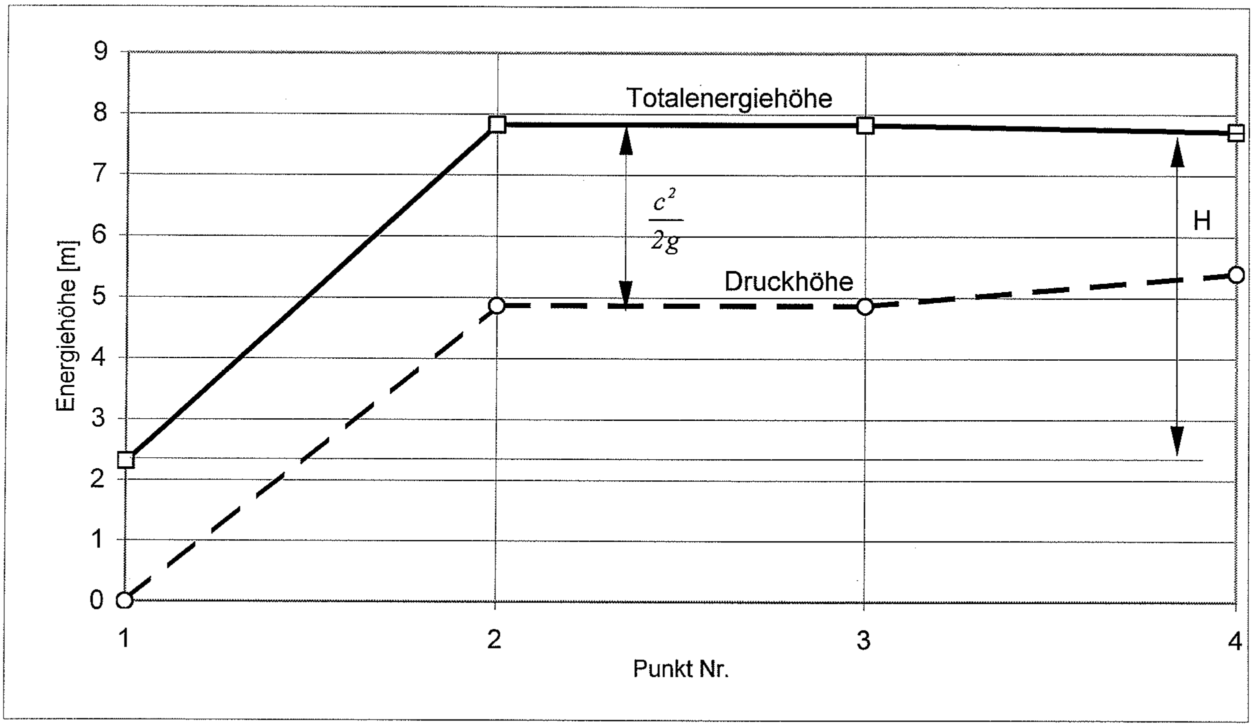
$$h_{tot2} = h_{tot1} + H_U - h_{V,Laufrad} = \underline{\underline{7,827 \ m}} \qquad \frac{c_2^2}{2g} = \underline{\underline{2,955 \ m}} \qquad \frac{p_2}{\rho g} = h_{tot2} - \frac{c_2^2}{2g} = \underline{\underline{4,871 \ m}}$$

Punkt 3: Leitradeintritt ; keine Änderung von 2 – 3

Punkt 4: Leitradaustritt

$$h_{tot4} = h_{tot2} - h_{V,Leitrad} = \underline{\underline{7,713 \ m}} \qquad \frac{c_4^2}{2g} = \underline{\underline{2,313 \ m}} \qquad \frac{p_4}{\rho g} = h_{tot4} - \frac{c_4^2}{2g} = \underline{\underline{5,400 \ m}}$$

Kontrolle: $H = h_{tot4} - h_{tot1} = \underline{\underline{5,400 \ m}}$



INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG KOPERNIKUSGASSE 24 A-8010 Graz	Name: Matr.-Nr.: Studienkennzahl: E-Mail: Tel.:

ben

Bsp1 **Trinkwasserbehälter**

Aus einem Trinkwasserbehälter (A) fliesst Wasser tagsüber durch eine Rohleitung in einen zweiten tiefergelegenen Behälter (B). Der Wasserspiegelunterschied der beiden Behälter beträgt H = 100 [m]. Die Rohrleitung teilt sich im mittleren Teil in zwei Leitungen mit unterschiedlichen Durchmessern auf.

Folgende Daten der Anlage sind gegeben:

$L_3 = L_4 = 600$ [m]	$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0{,}012$
$D_1 = D_3 = D_4 = 2$ [m]	$L_1 = 250$ m
$D_2 = 1$ [m]	$L_2 = 200$ m

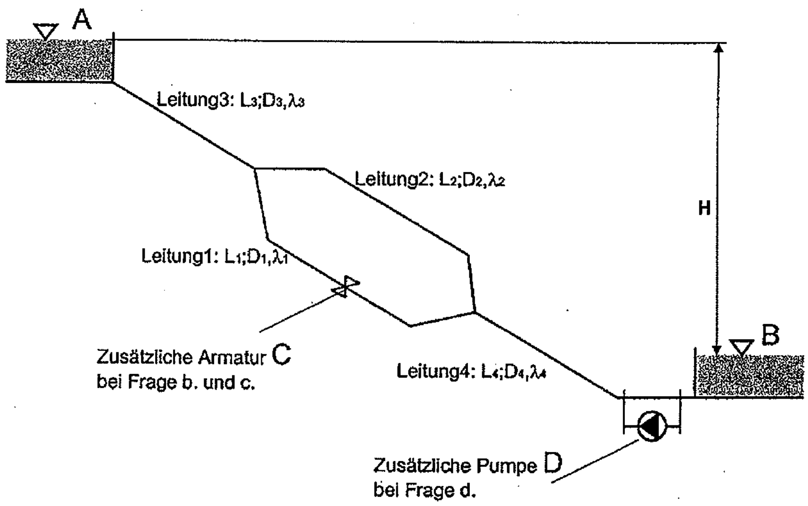
a. Wie groß sind die Durchflüsse in den Leitungen 1 und 2 ? Sind die Strömungen laminar oder turbulent (Begründung!) ?

b. In der Leitung 1 wird zusätzlich eine Armatur mit dem Drosselbeiwert $\zeta_{Drossel}$ eingebaut. Wie muß der $\zeta_{Drossel}$-Wert gewählt werden, damit die Durchflüsse durch die beiden Leitungen 1 und 2 gleich groß sind.

c. Durch Sonneneinstrahlung auf die im freien verlegte Rohrleitung1 verändert sich der Rohrreibungswert λ_1 auf 0,015. Welches zeta wird nun benötigt um gleiche Durchflüsse in den Leitungen 1 und 2 zu erhalten?

d. In der Nacht wir vom tiefergelegenen Speicher bei geschlossener Armatur in den höheren Speicher gepumpt (Leitung 4-2-3), wobei sich im Rohr 4 eine Geschwindigkeit von 1 [m/s] einstellen soll. Welche Pumpleistung ist erforderlich bei einem Pumpenwirkungsgrad von η=0.7 und einer Drehzahl von 500 [1/min]. Welches n_q hat die eingebaute einstufige zweiflutige Pumpe und das Laufrad.

Hinweis: Die Einlauf-, Verzweigungs- und Krümmerverluste können vernachlässigt werden, die Austrittsverluste sind zu berücksichtigen. Es herrscht Umgebungsdruck.



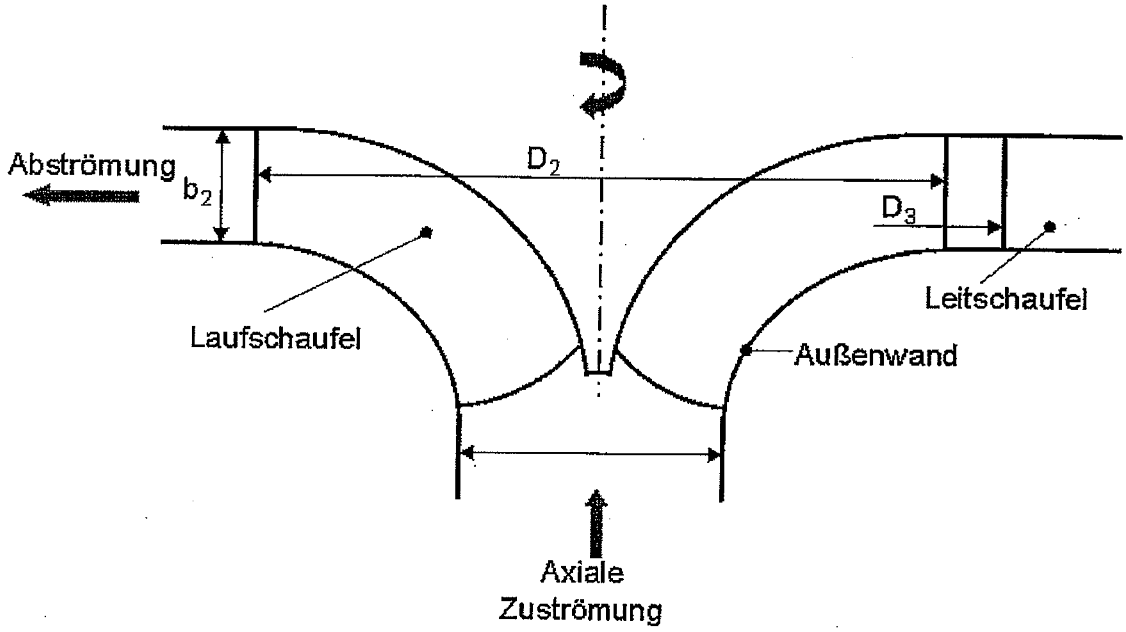
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

Bsp. 2 Radialpumpe

Eine Radialpumpe soll den Volumenstrom Q eines Mediums mit der Dichte ρ über eine Förderhöhe H fördern. Der Durchmesser beträgt am Laufradeintritt D_1 und am Laufradaustritt D_2. Die Breite des Kanals ist b_2. Die Pumpe hat den Wirkungsgrad η und rotiert mit der Drehzahl n. (Ann.: konstante Geschwindigkeitsverteilung).



Q= 0,188 m³/s
H=14 m
N=500 1/min

ρ=1000 kg/m³
D_2=0,632 m
D_1=0,252 m

B_2 =0,047 m
η=0,9
g=9,81 m²/s

a. Welche Leistung P muss zur Förderung des Volumenstromes aufgebracht werden, Welches Drehmoment M wird vom Laufrad übertragen?
b. Bestimmen Sie die Schaufelwinkel β_1 am Laufradeintritt an der Außenwand und β_2 am Laufradaustritt bei schaufelkongruenter Zu- und Abströmung Strömungswinkel=Schaufelwinkel). Zeichnen Sie die dazugehörigen Geschwindigkeitsdreiecke.

Zur günstigeren Abströmung wird hinter dem Laufrad ein Leitrad mit stehendem Schaufelgitter angebracht. Die Eintrittskanten der Leitschaufeln befinden sich auf dem Durchmesser D_3=1,15 D_2. In der Strömung im Zwischenraum zwischen Laufrad und Leitrad bleibt der Drall vollständig erhalten.

c. Bestimmen Sie am Leitradeintritt die Umfangsgeschwindigkeit, die Geschwindigkeit in radialer Richtung und den Strömungswinkel α_3.
d. Warum wurde bei dieser Förderhöhe und Durchsatz ein Radialrad gewählt?

Lösung Beispiel 1 :

siehe 15.2.2003 , Seite 1 3

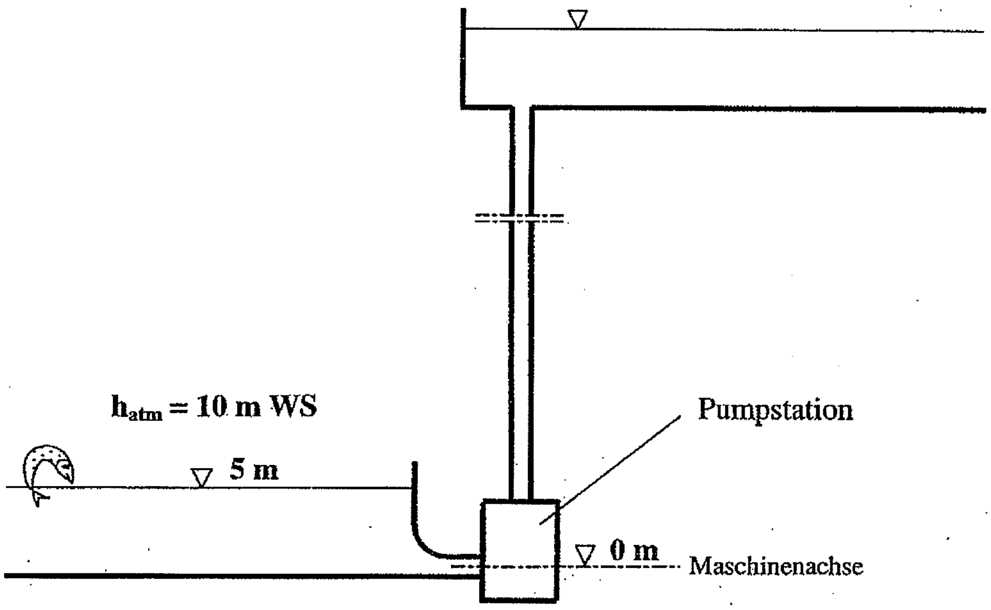
Lösung Beispiel 2 :

siehe 15.6.2003 , Seite 1 2

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Name: Datum: 12. 1. 2001 Matrikelnummer:

KNI

AUSSTATTUNG EINER PUMPANLAGE



Für die maschinenseitige Ausstattung der Pumpstation lt. Skizze soll ein vernünftiger Vorschlag gemacht werden. Die hydraulischen Daten sind:

Fördermedium: kaltes Wasser (Dampfdruckhöhe $h_D = 0.2$ m WS)
Fördermenge: $Q = 1$ m³/s
Förderhöhe: $H = 200$ m

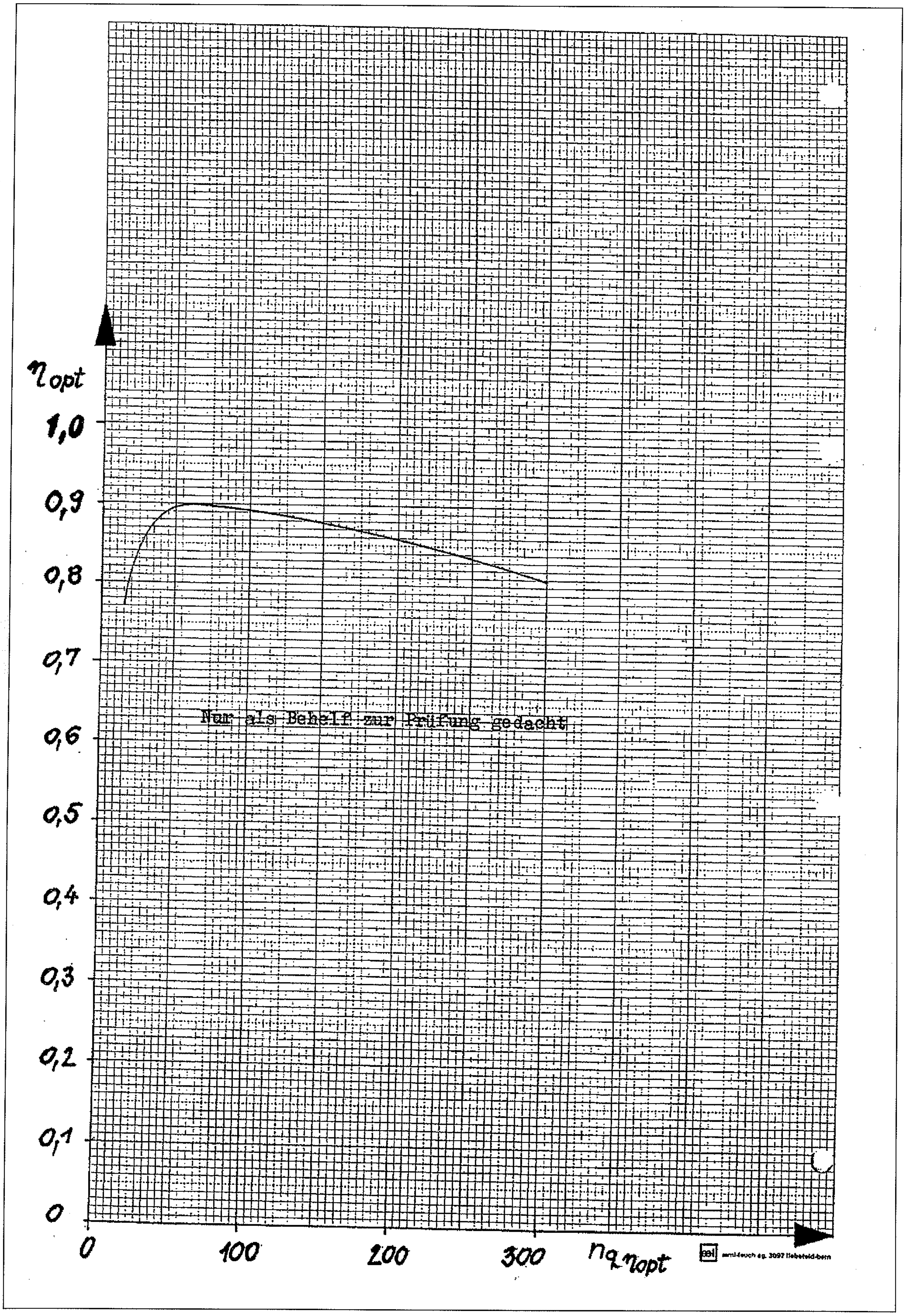
Für den Antrieb kommen Synchrondrehzahlen zwischen 500 U/min und 3000 U/min in Frage. Durchgehender Betrieb, daher soll ein möglichst guter Wirkungsgrad angestrebt werden. Auf Einhaltung zulässiger Kavitationswerte ist zu achten. Saugseitige Verluste können vernachlässigt werden.

Als Behelf dienen die beiden beigelegten Diagramme:
- Maximal erreichbare Wirkungsgrade über der spezifischen Drehzahl n_q
- $NPSH_{erf}/H$ über der spezifischen Drehzahl n_q

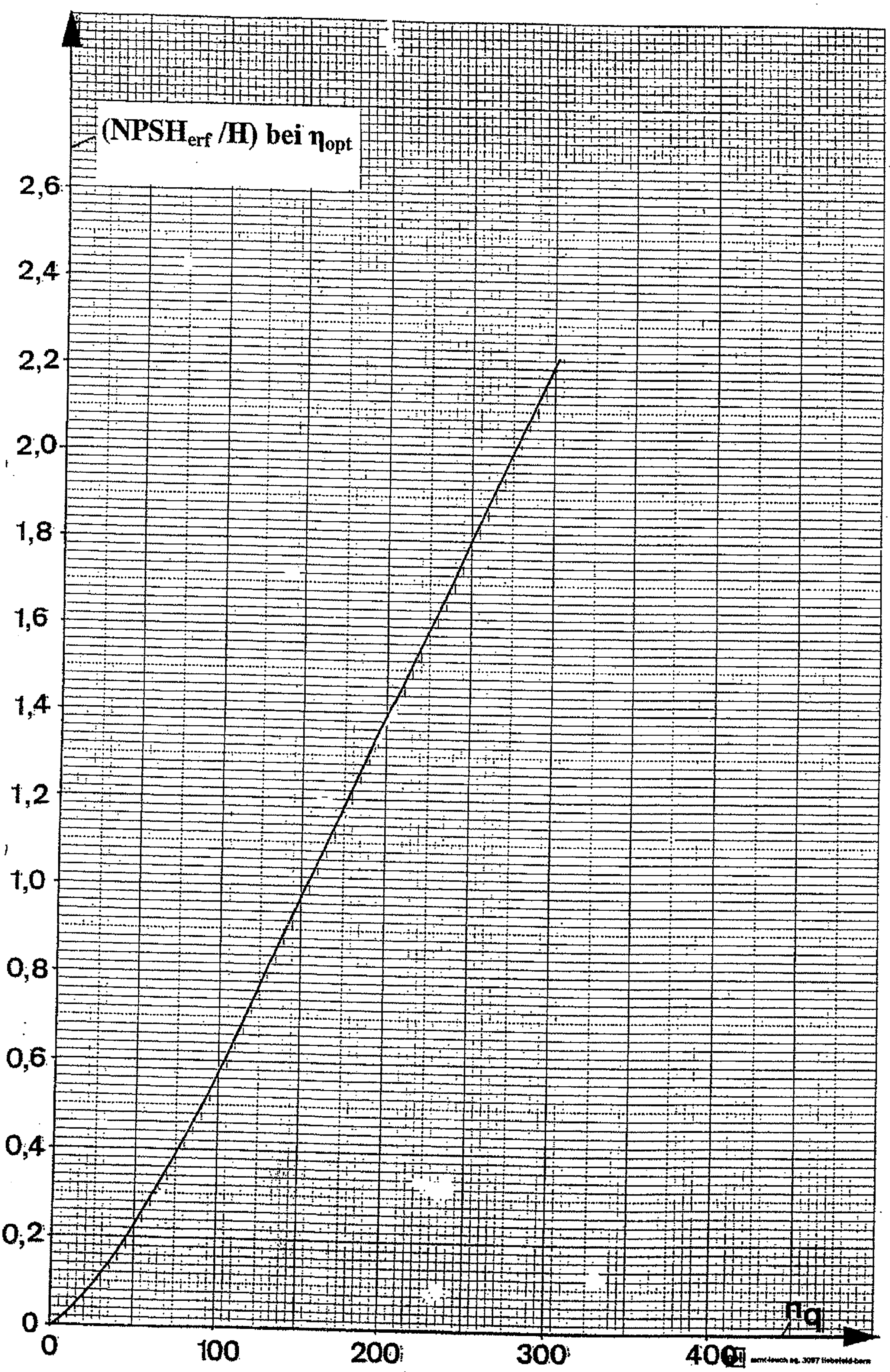
Im zweiten Diagramm ist NPSH durch Bezug auf die Förderhöhe H dimensionslos gemacht zu NPSH/H (selbst für Benutzer des so variantenreichen angelsächsischen Maßsystems ist es damit eindeutig !).

__Gesucht:__

Drehzahl
Wirkungsgrad
Erforderliche Antriebsleistung



ηopt
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
100
200
300
nq ηopt
Nur als Behelf zur Prüfung gedacht


(NPSHerf /H) bei ηopt
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
0
100
200
300
400
nq

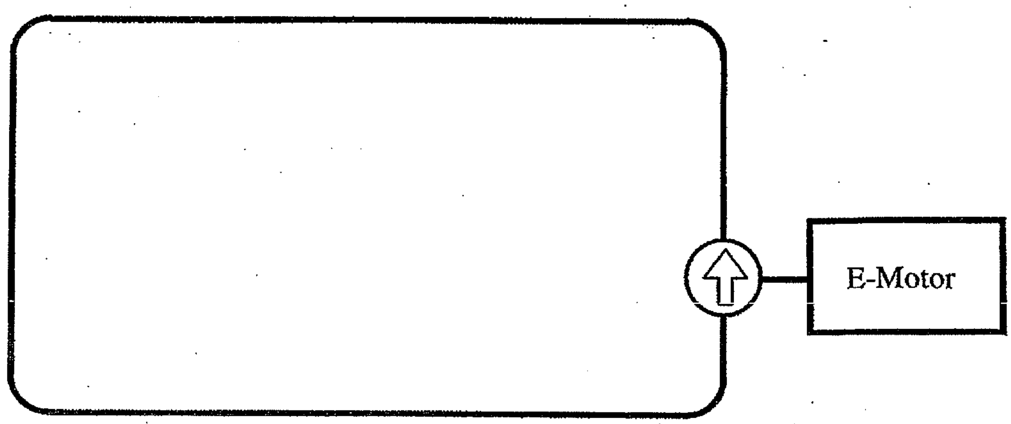
I N S T I T U T F Ü R	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftliche Prüfung: Strömungsmaschinen

1. Beispiel: Pumpe mit Asynchronmotor

Ein hydraulischer Prüfstand mit Wasser als Betriebsmedium ist als geschlossener Kreislauf ausgeführt. Die Kreislaufverluste wurden durch Versuche ermittelt.
Sie sind durch die Gleichung: $\mathbf{H_V}$ [m] $= \mathbf{1{,}28 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2}$, Q in [m³/h] bestimmt.

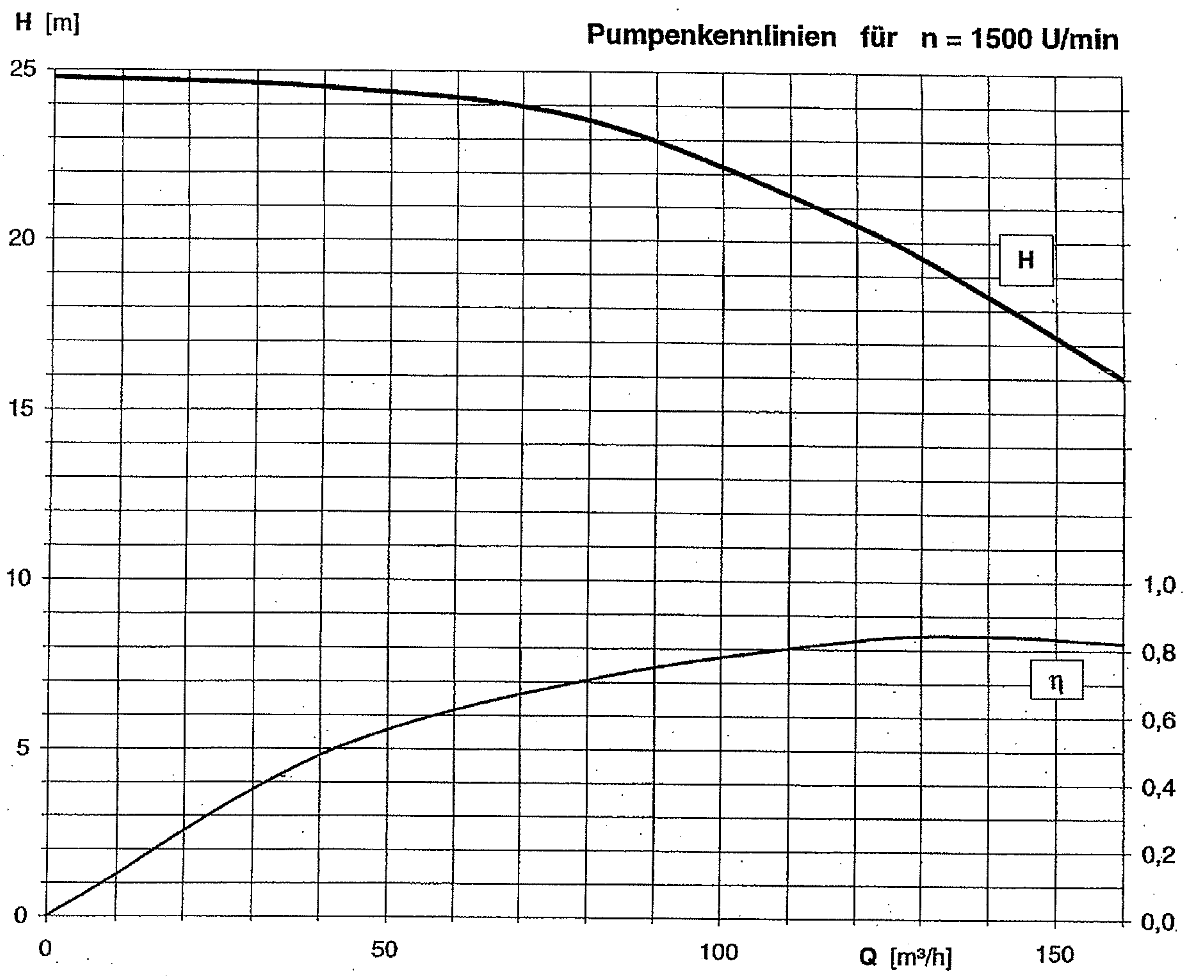
Eine Pumpe hält den Wasserkreislauf in Gang. Die beiliegenden Kennlinien der Pumpe gelten für eine Pumpendrehzahl von 1500 U/min.

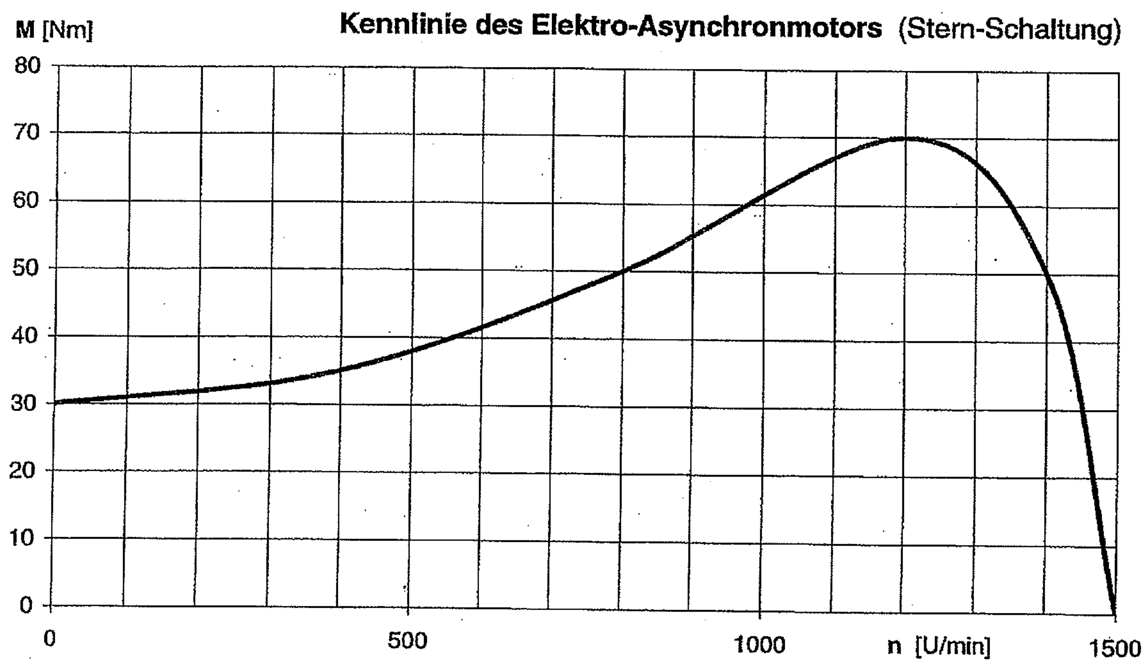
Angetrieben wird die Pumpe von einem Elektro-Asynchronmotor. Der Moment-Drehzahl-Verlauf des Asynchronmotors ist ebenfalls auf dem beiliegenden Kurvenblatt dargestellt.



Gesucht: 1. Die Pumpendrehzahl **n**

2. Der Betriebspunkt der Pumpe: **Q, H, P, η**


H [m]
Pumpenkennlinien für n = 1500 U/min
25
20
15
10
5
0
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
H
η
0
50
100
Q [m³/h]
150


M [Nm]
Kennlinie des Elektro-Asynchronmotors (Stern-Schaltung)
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
500
1000
n [U/min]
1500

Lösung Beispiel 1 :

siehe 12.1.2001 , Seite 1 5

Lösung Beispiel 2 :

siehe 15.3.1999 , Seite 1 4

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung: 17 November 2006

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

meu

Bsp1: **Parallelschaltung von Pumpen (10 Punkte)**

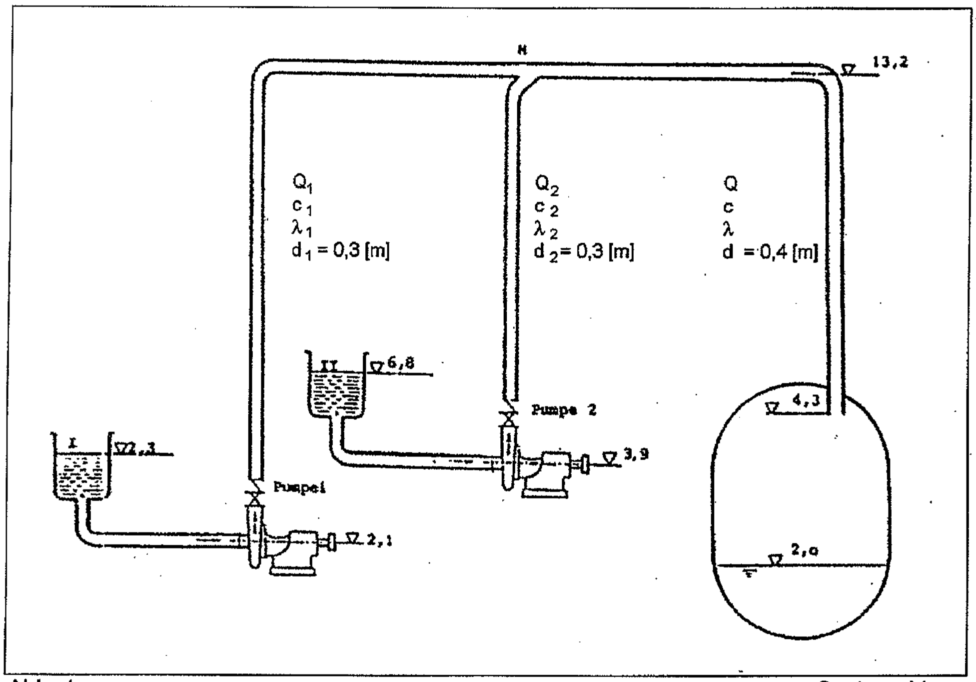


Abb. 1: Systemskizze

Zwei Pumpen mit unterschiedlichen Kennlinien

$$\mathbf{H_1 = 197 - k_1{*}Q_1},\ k_1 = 3{,}166{*}10^{-2},\ \text{wobei } Q\ [m^3/h]$$
$$\mathbf{H_2 = 140 - k_2{*}Q_2},\ k_2 = 1{,}111{*}10^{-2},\ \text{wobei } Q\ [m^3/h]$$

fördern reines Wasser mit einer Temperatur von t = 20 [°C] in einen Druckkessel. Im Kessel herrscht ein konstant bleibender Überdruck von 12,3 [bar]. Die Höhenkoten sind in der Systemskizze (Abb. 1) in [m] eingetragen, die Spiegelhöhen werden konstant gehalten.

Rohrleitungslängen:

Leitung von Becken I bis Mischstelle M	l_1 = 215,52 [m]
Leitung von Becken II bis Mischstelle M	l_2 = 31,07 [m]
Leitung von der Mischstelle M bis Kessel	l_3 = 31,5 [m]

Die Durchmesser der Rohrleitungen sind der Skizze zu entnehmen. Die Wandrauhigkeit ist für alle Rohre mit k = 0,86 [mm] anzusetzen.

Folgende Vereinfachungen sind bei der Berechnung zu treffen:

- Die Bestimmung der Rohrreibungsbeiwerte λ aus Abb. 2 soll näherungsweise mit geschätzten Fördermengen $Q_1 = Q_2 = 1000$ [m³/h] erfolgen.

- Der Eintrittsverlust in die Saugleitung kann infolge günstiger Formgebung vernachlässigt werden.
- Verluste durch Krümmer und Armaturen sind ebenfalls vernachlässigbar.
- Der Mischverlust an der Stelle M ist nicht zu berücksichtigen.

Gesucht: Die Fördermenge in den Kessel bei gleichzeitigem Betrieb beider Pumpen.

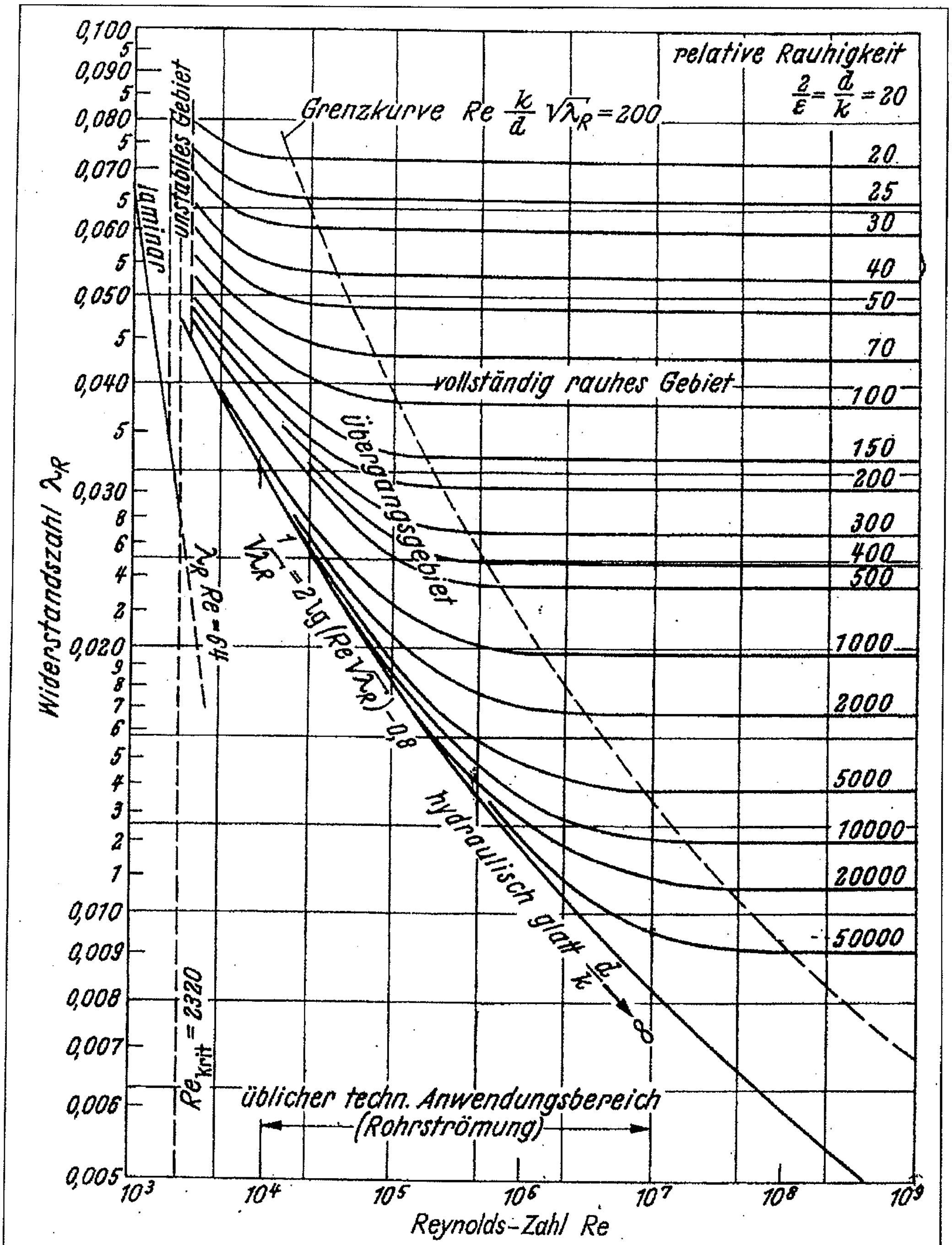
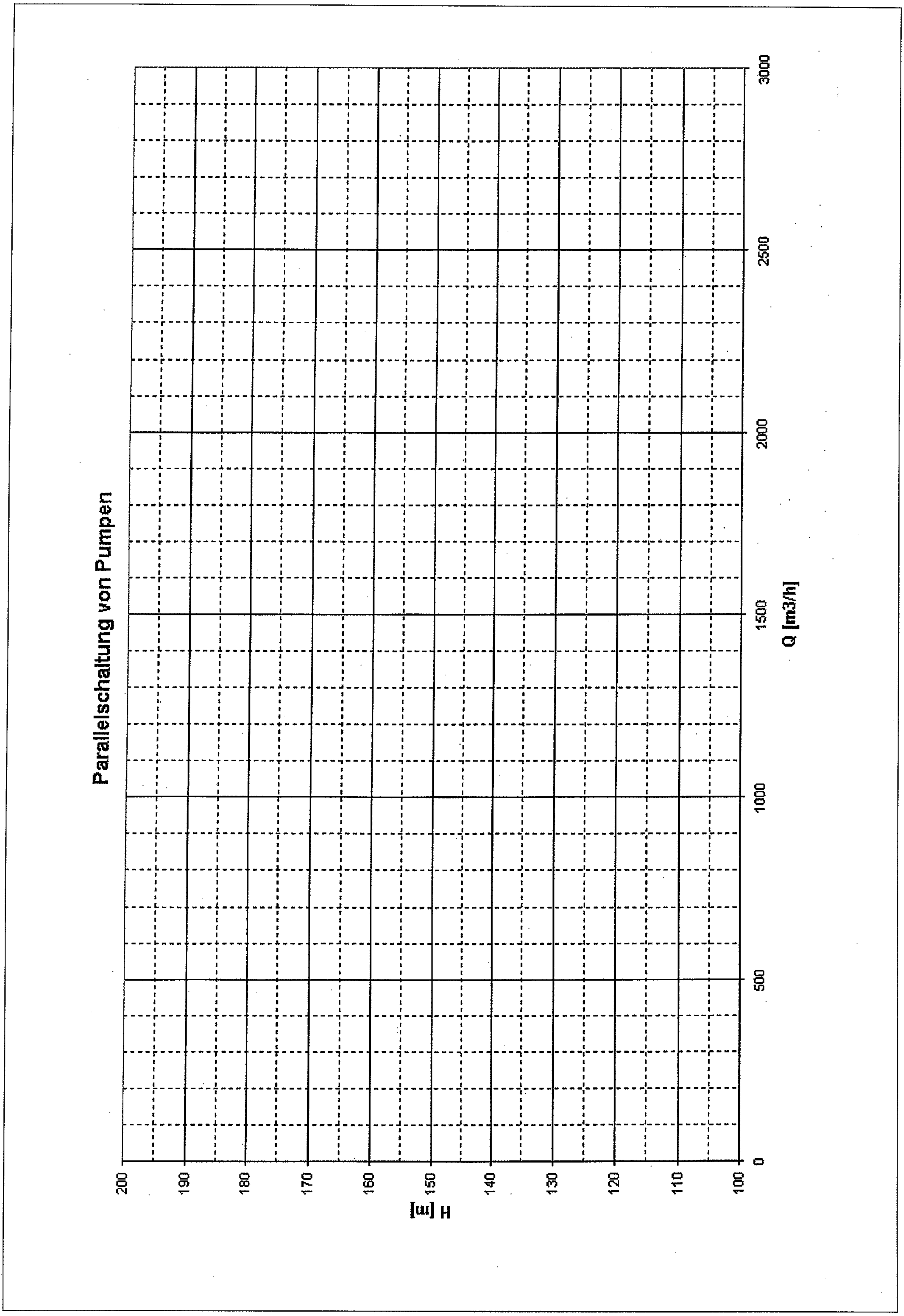


Abb. 2: Prandtl-Colebrook Diagramm


Parallelschaltung von Pumpen
H [m]
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
Q [m3/h]
0
500
1000
1500
2000
2500
3000

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG KOPERNIKUSGASSE 24 A-8010 Graz **Prüfung: 17 November 2006**	Name: Matr.-Nr.: Studienkennzahl: E-Mail: Tel.:

meu

Bsp2: **Wirtschaftlichster Rohrdurchmesser (10 Punkte)**

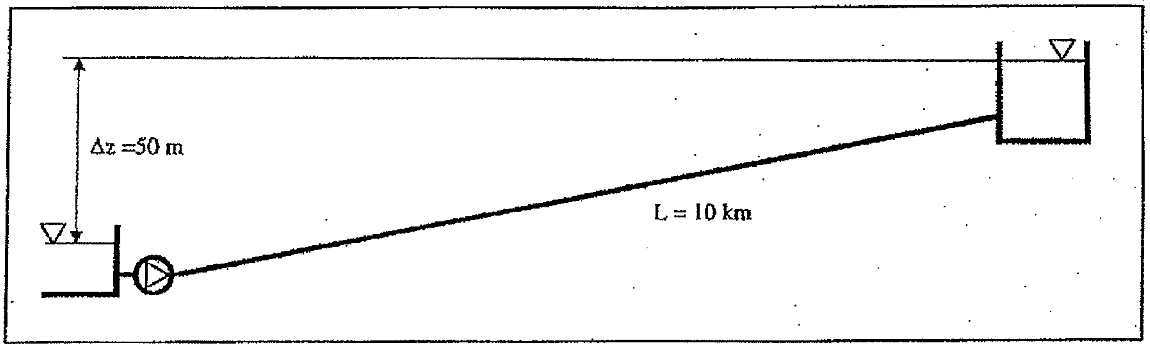


Abb. 1: Systemskizze

Für eine Wassertransportleitung soll der wirtschaftlich günstigste Rohrdurchmesser ermittelt werden. In der projektierten Anlage fördert eine Pumpe 100 [l/s] vom Saugbecken durch eine 10 [km] lange Rohrleitung in den höher gelegenen Speicherbehälter. Der geodätische Höhenunterschied zwischen dem Ober- und Unterwasserspiegel beträgt im Mittel 50 [m] und kann für diese Untersuchung als konstant angenommen werden. Über den beiden Wasserspiegeln herrscht Atmosphärendruck. Der Verlustbeiwert aller Formstücke und Armaturen in der Leitung beträgt $\Sigma\zeta = 40$. Die Rohrrauhigkeit beträgt k = 0,1 [mm].

Folgende Rohre stehen zur Auswahl:

$Ø_{innen}$ [mm]	200	250	300	350	400	450	500
Kosten [€/km]	123.600,-	174.500,-	225.300,-	276.200,-	327.100,-	378.000,-	428.800,-

Verlustbeiwert für die Rohrreibung:
(nach Colebrook-White)

$$\lambda = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{k}{3.7 \cdot D} + \frac{5.74}{\mathrm{Re}^{0.9}}\right)\right]^2}$$

Kinematische Zähigkeit des Wassers: $\nu = 1{,}3 \cdot 10^{-6}$ [m²/s].

Für die Pumpe ist ein Wirkungsgrad von $\eta_{Pumpe} = 0{,}75$ und für den elektrischen Antriebsmotor ein solcher von $\eta_{Motor} = 0{,}9$ anzunehmen. Die Stromkosten betragen 0,07267 [€/kWh].

Die Untersuchung soll für einen Zeitraum von 20 Jahren mit einer durchschnittlichen Betriebsdauer von 8000 [h/a] durchgeführt werden. Eine Verzinsung ist nicht zu berücksichtigen.

Bei welchem Rohrdurchmesser ergeben sich die geringsten Gesamtkosten? Wie hoch sind diese?

Lösung Beispiel 1 : siehe auch 19.6.1998

Lösungsweg : Die Wirkung jeder einzelnen Pumpe an der Stelle M ermitteln
→ „ reduzierte " Kennlinien

Die beiden „auf M reduzierten" Pumpen parallelschalten
→ Gesamtkennlinie in M

Verbraucherkennlinie M bis Kessel ermitteln

Betriebspunkt ergibt sich als Schnittpunkt
Gesamtkennlinie - Verbraucherkennlinie

Wirkung PU_I in M :

$$h_{geod\,I\text{-}M} = 13{,}2 - 2{,}3 = 10{,}9\,\text{m}$$

$$h_{v\,I\text{-}M} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$$

Rohrreibungsbeiwert λ :

Annahme Q = 1000 m^3/h	→	c = 3,93 m/sec
Re = c.d / ν	→	Re = $1{,}18 \,.\, 10^6$
d/k = 300 / 0,86	→	d/k = 349
Prandtl – Colebrook	→	λ = 0,026

$$h_{v\,I\text{-}M} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} \quad \rightarrow \quad h_{v\,I\text{-}M} = 1{,}47 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2 \qquad Q\left[\frac{m^3}{h}\right]$$

$$H_{PU\,I\text{-}M} = H_{PU\,I} - h_{geod\,I\text{-}M} - h_{v\,I\text{-}M}$$

$$H_{PU\,I\text{-}M} = 197 - 3{,}166 \cdot 10^{-2} \cdot Q - 10{,}9 - 1{,}47 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2$$

$$H_{PU\,I\text{-}M} = 186{,}1 - 3{,}166 \cdot 10^{-2} \cdot Q - 1{,}47 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2 \;\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{Kennlinie } PU_1 \text{ in M}$$

Wirkung PU_{II} in M :

$$h_{geod\,II\text{-}M} = 13{,}2 - 6{,}8 = 6{,}4\,\text{m}$$

$$h_{v\,II\text{-}M} = h_{v\,I\text{-}M} \cdot \left(\frac{31{,}07}{215{,}52}\right) = 2{,}1195 \cdot 10^{-6} \cdot Q^2 \qquad Q\left[\frac{m^3}{h}\right]$$

$$H_{PU\,II\text{-}M} = H_{PU\,II} - 6{,}4 - 2{,}1195 \cdot 10^{-6} \cdot Q^2$$

$$H_{PU\,II\text{-}M} = 140 - 1{,}111 \cdot 10^{-2} \cdot Q - 6{,}4 - 2{,}1195 \cdot 10^{-6} \cdot Q^2$$

$$H_{PU\,II\text{-}M} = 133{,}6 - 1{,}111 \cdot 10^{-2} \cdot Q - 2{,}1195 \cdot 10^{-6} \cdot Q^2 \;\;\ldots\ldots\ldots\text{Kennlinie } PU_2 \text{ in M}$$

Parallelschalten der beiden " auf M reduzierten Pumpen "

Verbraucher M → Kessel :

$$h_{Verbr} = h_{geod} + h_{Druck} + h_{v\ Austritt} + h_{v\ Rohr\ M-Kessel}$$

$$h_{geod\ M-Kessel} = 4{,}3 - 13{,}2 = -8{,}9\ m$$

$$h_{Druck} = \frac{12{,}3 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9{,}81} = 125{,}38\ m$$

$$h_{v\ Austritt} = \frac{c_a^{\ 2}}{2 \cdot g} = 2{,}49 \cdot 10^{-7} \cdot Q^2$$

$$h_{v\ Rohr} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot h_{v\ Austritt} \quad , \quad \text{da} \quad c_a = c_R$$

Rohrreibungsbeiwert λ :	Annahme $Q = 2000\ m^3/h$	→	$c = 4{,}42$ m/sec
	$Re = c.d / \nu$	→	$Re = 1{,}77 \cdot 10^6$
	$d/k = 400 / 0{,}86$	→	$d/k = 465$
	Prandtl – Colebrook	→	$\lambda = 0.024$

$$h_{v\ Rohr} = 4{,}71 \cdot 10^{-7} \cdot Q^2$$

$$h_{v\ Rohr} + h_{v\ Austritt} = 7{,}197 \cdot 10^{-7} \cdot Q^2$$

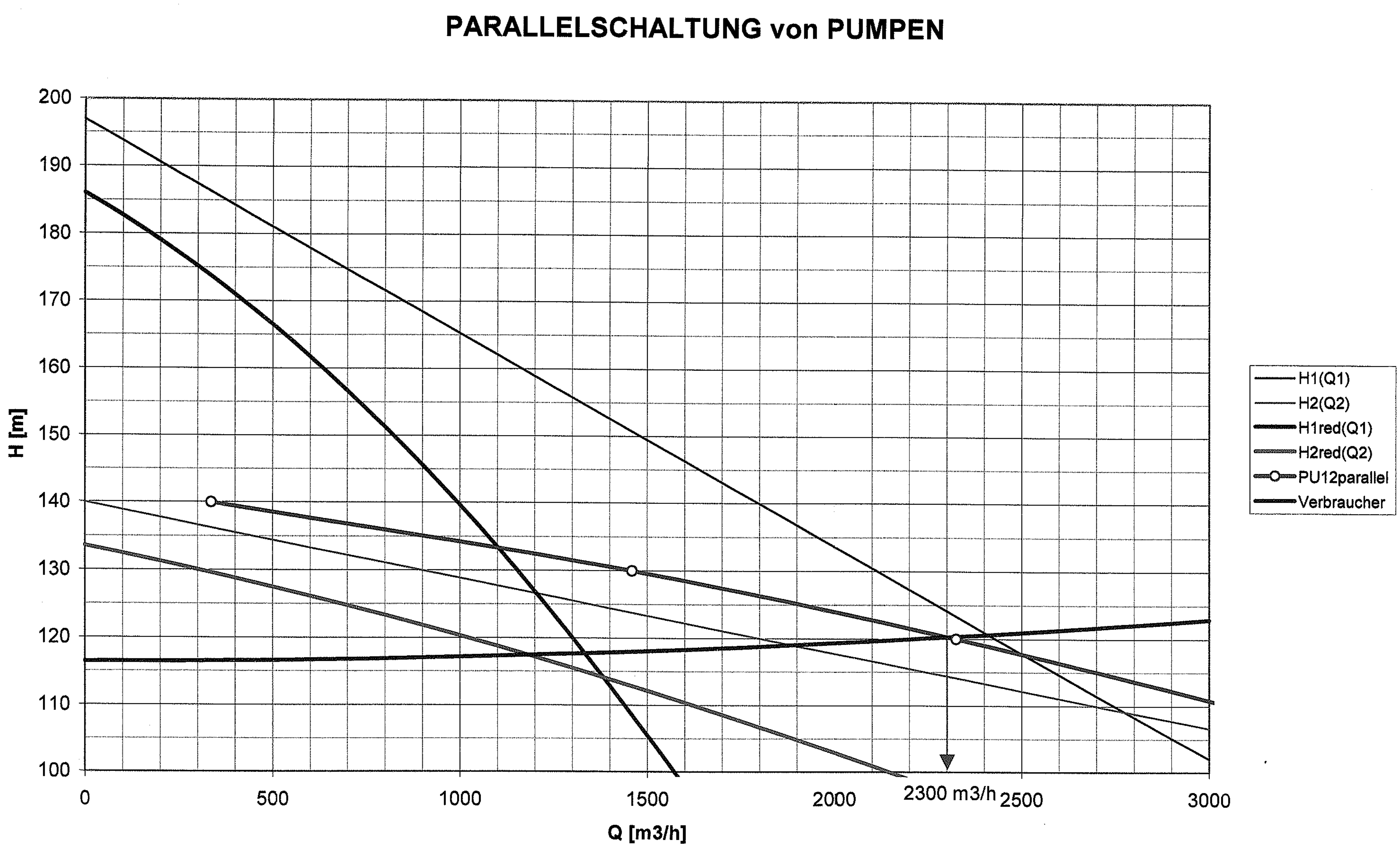
$$h_{Verbr} = -8{,}9 + 125{,}38 + 7{,}197 \cdot 10^{-7} \cdot Q^2$$

Schnitt Verbraucherkennlinie – Pumpenkennlinie liefert :→ $Q = 2300\ m^3 / h$

Die Annahmen $Q = 1000$ bzw. $Q = 2000\ m^3 / h$ zur Bestimmung von Re müssen nicht nachkorrigiert werden, da λ im Bereich $\lambda(Re)$ = konst.

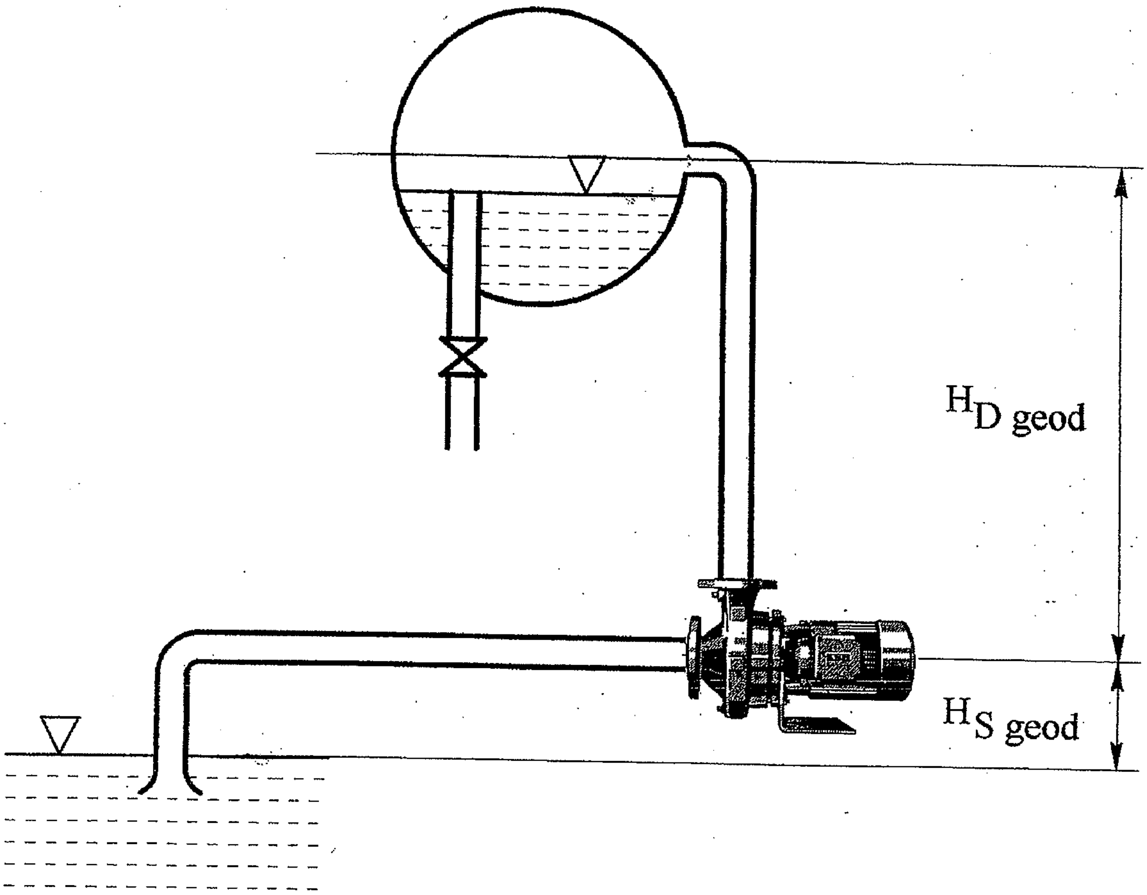
Lösung Beispiel 2 :

Siehe 30.6.2000 , S 1 3


PARALLELSCHALTUNG von PUMPEN
H [m]
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
0
500
1000
1500
2000
2300 m3/h
2500
3000
Q [m3/h]
H1(Q1)
H2(Q2)
H1red(Q1)
H2red(Q2)
PU12parallel
Verbraucher

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

Gegeben ist ein Verbraucher laut Skizze:



Von einer Flüssigkeit mit der Dichte ρ = 1000kg/m^3 und der kinematischen Zähigkeit $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$m^2/s sind aus einem offenen Becken (Luftdruck = 1bar) stündlich 3250m^3 in einen Kessel mit einem Innendruck von 7,5bar absolut zu fördern. Der Flüssigkeitsspiegel im Kessel wird über die eingezeichneten Abflußleitung konstant gehalten. Die lichte Weite der Rohrleitung ist d = 500mm, die relative Rauhigkeit d/k = 500. Der Druckverlust der Rohrleitung mit einer Gesamtlänge 139m ist mit Hilfe des beigelegten Diagrammes zu ermitteln.

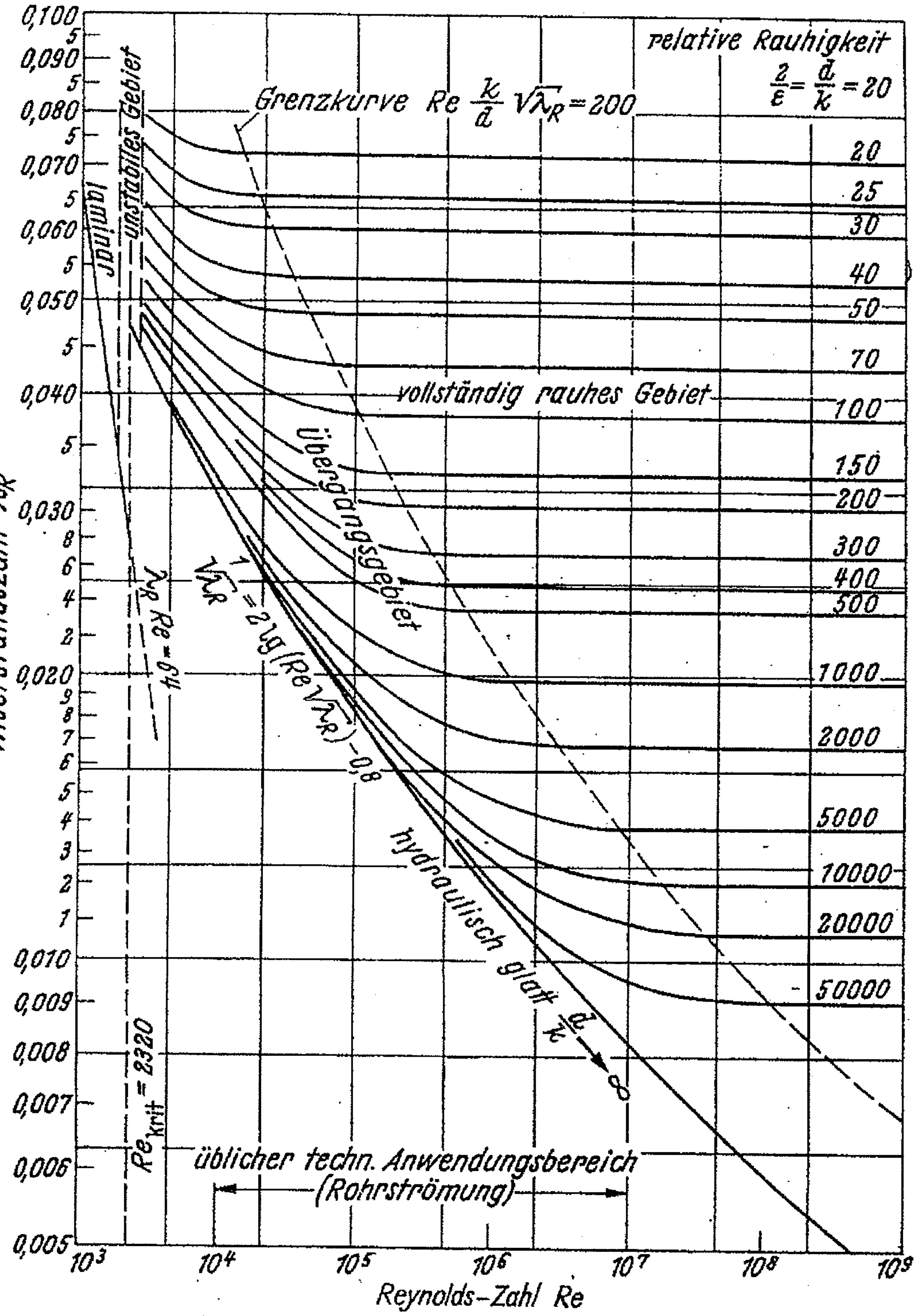
Die geodätischen Höhen betragen: $H_{D\ geod.}$ = 27m; $H_{S\ geod.}$ = 3m

<u>Gefragt sind:</u>

1. Die Pumpenförderhöhe in m Flüssigkeitssäule.

2. Die Drehzahl (beliebig) und der Laufraddurchmesser der Pumpe, die den Verbraucher bei η_{opt} versorgt. Die Druckziffer und die Förderziffer der zu verwendeden Radgeometrie beträgt bei η_{opt}:
   ψ = 0,86 φ = 0,056 ηopt = 0,75 .

3. Die Antriebsleistung der Pumpe.

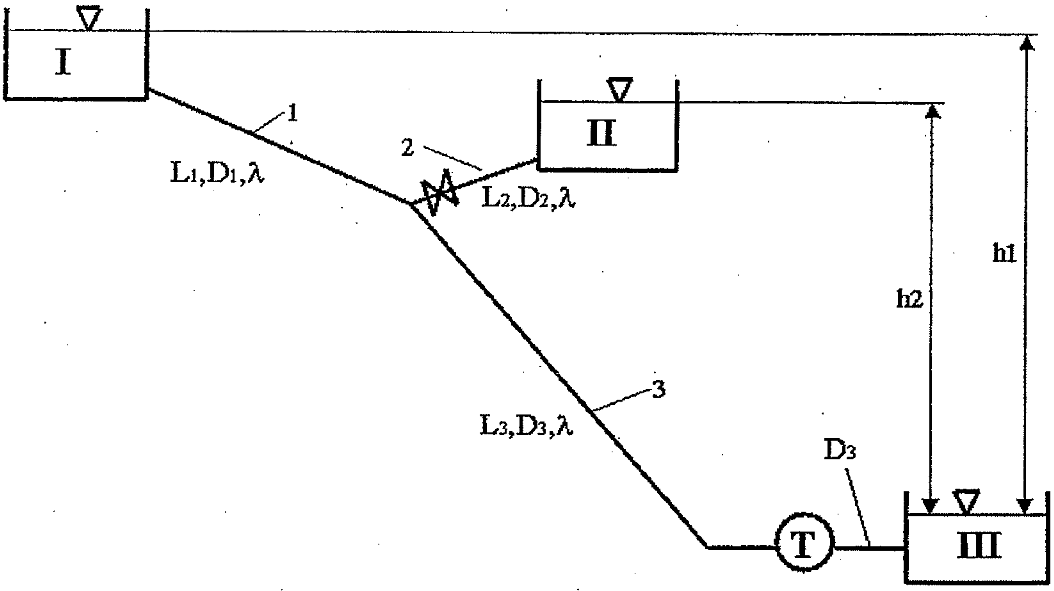


<u>Widerstandsformel nach Prantl-Colebrook</u>
(aus Richter, Rohrhydraulik)

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG KOPERNIKUSGASSE 24 A-8010 Graz **Prüfung: Jänner 2002**	Name: Matr.-Nr.: Studienkennzahl: E-Mail: Tel.:

Bsp1: Eine Turbine wird mit zwei Oberwasserbecken (I, II) und einem Unterwasserbecken (III) betrieben. Die Leitungen 1 und 2 speisen die Leitung 3, an deren Ende die Turbine installiert ist. Das Oberwasserbecken II lässt sich durch eine Armatur in Leitung 2 zu- bzw. abschalten.

a. Die Turbine wird nur mit dem Oberwasserbecken I betrieben. Die Armatur in Leitung 2 ist geschlossen. Berechnen Sie die Leistung der Turbine bei einem Durchfluss von $Q=30 m^3/s$ (Wirkungsgrad der Turbine $\eta_T=0{,}9$)
b. Die Armatur in der Leitung 2 wird geöffnet. Welche Durchflüsse Q_1 und Q_2 stellen sich in den Leitungen 1 und 2 ein, wenn der Durchfluss $Q_3=30 m^3/s$ in Leitung 3 beträgt?
c. Sind die Strömungen in den einzelnen Rohrleitungen laminar oder turbulent?
d. Welcher maximale Durchfluss Q_2 ist in der Leitung 2 erlaubt, wenn die Armatur schlagartig geschlossen werden soll und in der Leitung 2 eine Druckänderung von $\Delta p=10 bar$ nicht überschritten werden darf (unter Vernachlässigung der Reibung)?



$L_1 = 8000$ m	$L_3 = 1500$ m	$\lambda = 0{,}01$	$\rho = 1000$ kg/m³
$D_1 = 3{,}0$ m	$D_3 = 4{,}0$ m	$Q_3 = 30 m^3/s$	$\nu = 1 \cdot 10^{-6} m^2/s$
$L_2 = 2000$ m	$H_1 = 260$ m	$\eta_T = 0{,}9$	$a = 1000$ m/s
$D_2 = 2{,}0$ m	$H_2 = 250$ m	$g = 9{,}81 m/s^2$	$\Delta p = 10$ bar

Bemerkungen: Geschwindigkeit in allen Becken ist v=0. Die Einlaufverluste sowie die Energiehöhenverluste durch die geöffnete Armatur und die Querschnittserweiterung der Rohrleitungen (1-3, 2-3) sind zu vernachlässigen.

Tip zu Frage b.: Fassen Sie die Koeffizienten rechtzeitig zusammen.

Lösung Beispiel 1 :

Siehe 15.1.1997 S. 1 3

Lösung Beispiel 2 :

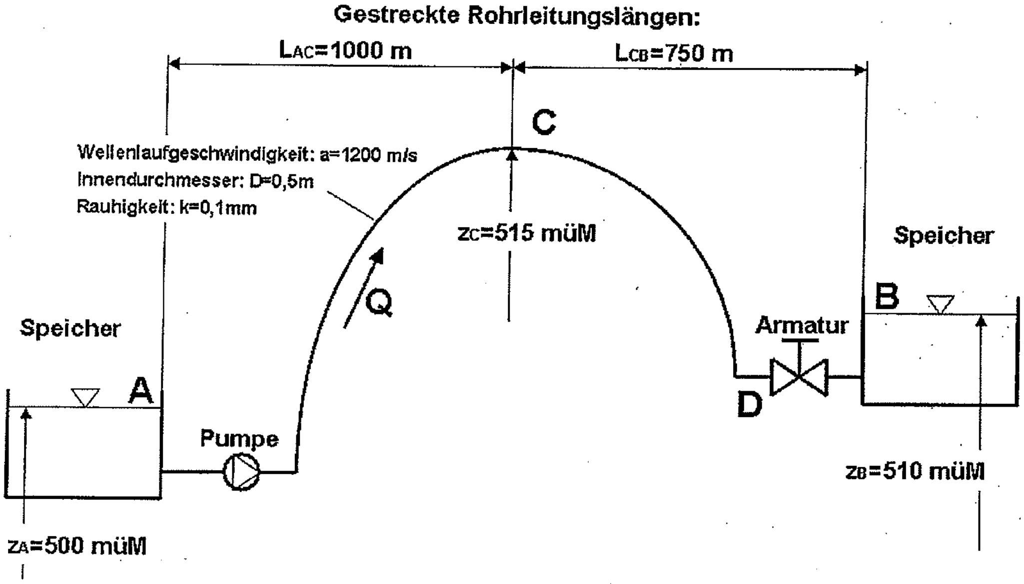
Siehe 14.1.2002 S. 1 2

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Prüfung:

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

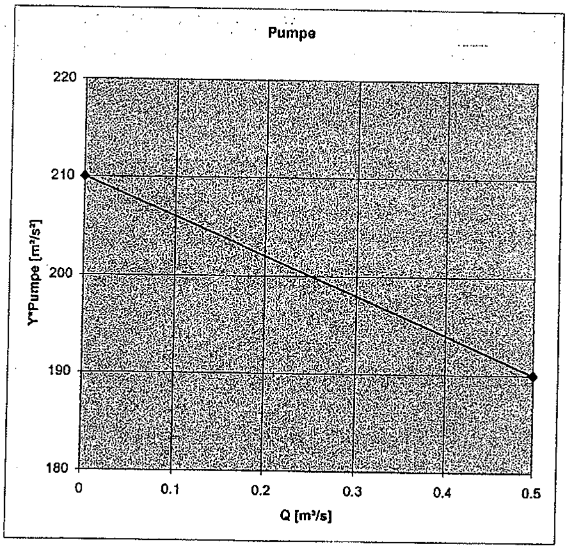
Bsp. 1: Das Bild zeigt die vereinfachte Skizze einer Pumpanlage, die Wasser vom unteren Speicher A zum Speicher B über den wegen eines dazwischen stehenden Hügels vorhandenen Hochpunkt C fördert. Der gewünschte Durchfluss wird durch die Verstellung der Armatur eingestellt.



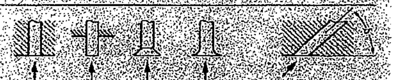
Gegeben sind die in der Skizze angegebenen Daten der Anlage inklusive Pumpenkennline und Armaturenkennlinie. Die Rohrleitungsdaten sind über die gesamte Länge konstant. Die Dichte des Wassers beträgt ρ=1000 kg/m³, die kinematische Viskosität $\nu=1{,}1*10^{-6}$ m²/s, die Erdbeschleunigung ist 9,81 m/s², der Atmosphärendruck $p_{atmosphäre}$=1 bar. Spezifische Förderenergie $Y^*_{Pumpe}=H*g$.

Der stationäre Betriebsdurchfluss beträgt Q=0,25 m³/s.

a. Ermitteln Sie den Rohrreibungsbeiwert und wählen Sie geeignete Verlustbeiwerte für den Rohrleitungseinlauf und –auslauf (beide scharfkantig) und für die direkt nach der Pumpe und vor der Armatur eingebauten 90°-Knie-Krümmer (Krümmungsradius R=d, rauh). Ist die Strömung laminar oder turbulent?
b. Bestimmen Sie die relative Armaturstellung φ.
c. Bestimmen Sie die für den Pumpenantrieb notwendige Wellenleistung, wenn der Gesamtwirkungsgrad der Pumpe η=85 % beträgt. Welche Leistung sollte der Motor haben?
d. Wie groß darf maximal der stationäre Durchfluss werden, damit der Wasserdruck im Hochpunkt C den Atmosphärendruck nicht unterschreitet? Tip.: Setzen sie eine Energiebilanz von A nach C an.
e. Wie groß wäre die Druckerhöhung am Punkt D, wenn die Armatur schlagartig vollständig geschlossen würde? Nur für diesen Aufgabenteil ist die Reibung zu vernachlässigen.



Einlaufstücke:

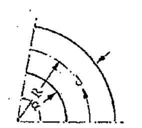
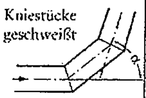


Einlaufkante						
scharf	$\zeta =$	0,5	3			für δ = 75° 60° 45°
gebrochen	$\zeta =$	0,25	0,55	0,20	0,05	ζ = 0,6 0,7 0,8

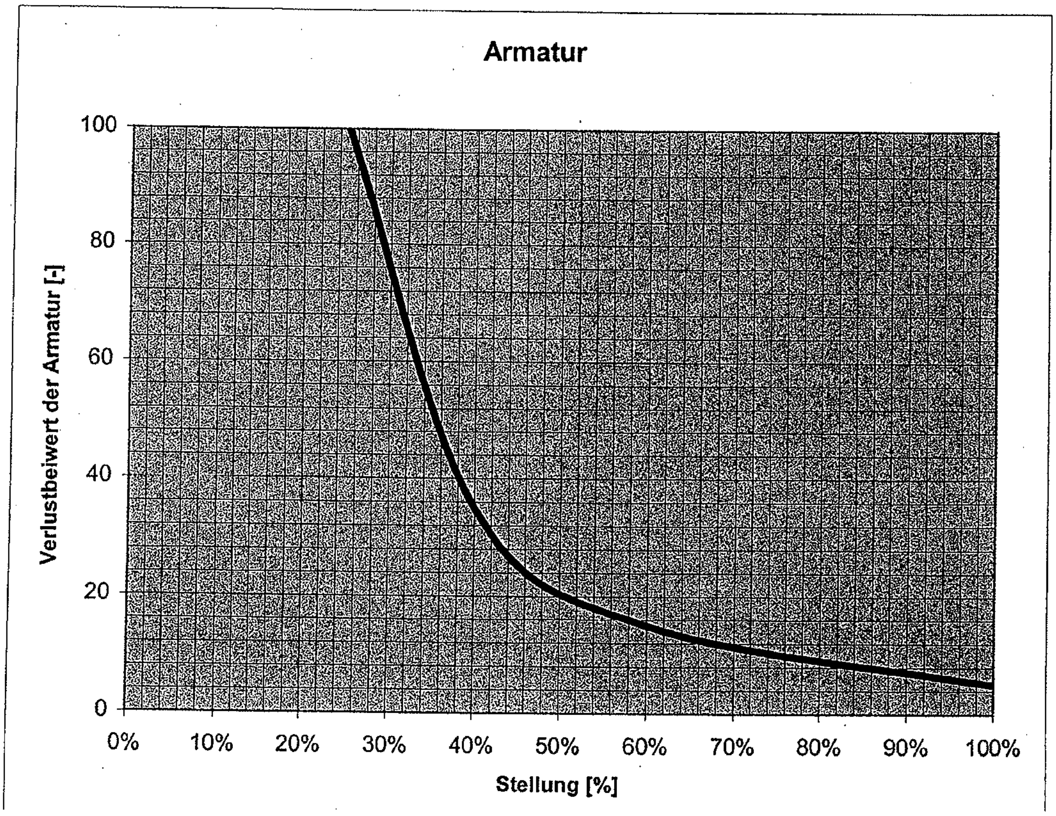
Auslaufstücke:

$\zeta = 1$ nach einem genügend langen geraden Rohrstück bei annähernd gleichförmiger Geschwindigkeit im Austrittsquerschnitt.
$\zeta = 2$ bei stark ungleichförmiger Geschwindigkeit z. B. unmittelbar nach Krümmer, Armatur usw.

Tabelle 6: Verlustbeiwerte ζ in Krümmern und Kniestücken

Krümmer gebogen	α		15°		30°		45°		60°		90°	
			Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh	Oberfläche glatt	rauh
	ζ für	R = 0	0,07	0,10	0,14	0,20	0,25	0,35	0,50	0,70	1,15	1,30
	ζ für	R = d	0,03	–	0,07	–	0,14	0,34	0,19	0,46	0,21	0,51
	ζ für	R = 2 d	0,03	–	0,06	–	0,09	0,19	0,12	0,26	0,14	0,30
	ζ für	R ≥ 5 d	0,03	–	0,06	–	0,08	0,16	0,10	0,20	0,10	0,20
Kniestücke geschweißt	Anzahl der Rundnähte		–	–	–	–	2	–	3	–	3	–
	ζ		–	–	–	–	0,15	–	0,20	–	0,25	–



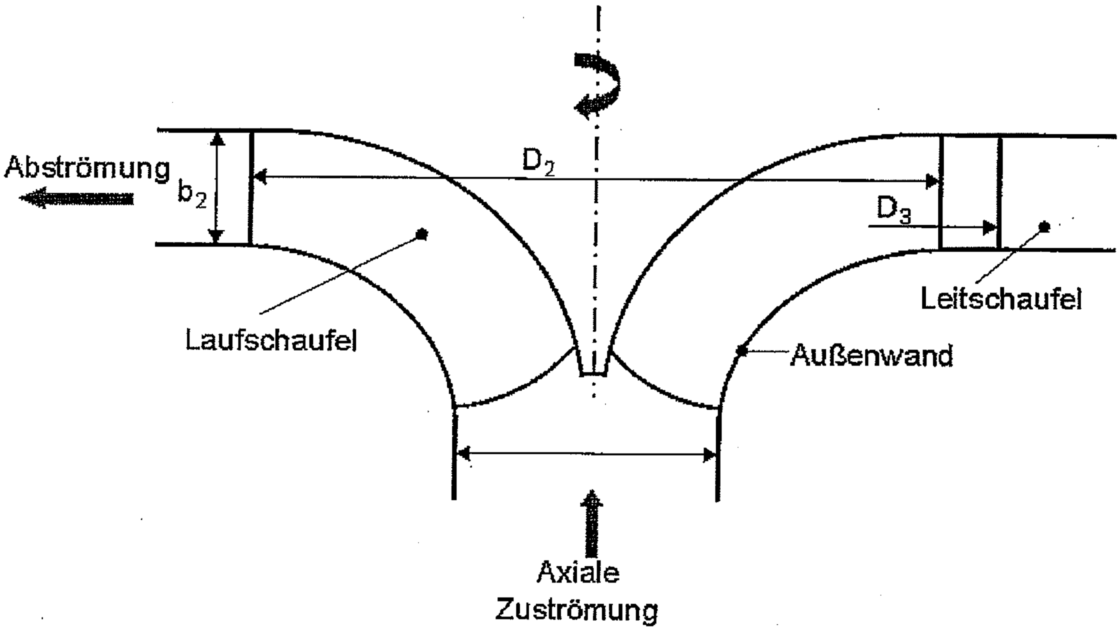
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

Bsp.1 Radialpumpe

Eine Radialpumpe soll den Volumenstrom Q eines Mediums mit der Dichte ρ über eine Förderhöhe H fördern. Der Durchmesser beträgt am Laufradeintritt D_1 und am Laufradaustritt D_2. Die Breite des Kanals ist b_2. Die Pumpe hat den Wirkungsgrad η und rotiert mit der Drehzahl n. (Ann.: konstante Geschwindigkeitsverteilung).



Q= 0,188 m³/s	**ρ=1000 kg/m³**	**B_2 =0,047 m**
H=14 m	**D_2=0,632 m**	**η=0,9**
N=500 1/min	**D_1=0,252 m**	**g=9,81 m²/s**

a. Welche Leistung P muss zur Förderung des Volumenstromes aufgebracht werden, Welches Drehmoment M wird vom Laufrad übertragen?
b. Bestimmen Sie die Schaufelwinkel β_1 am Laufradeintritt an der Außenwand und β_2 am Laufradaustritt bei schaufelkongruenter Zu- und Abströmung Strömungs-winkel=Schaufelwinkel). Zeichnen Sie die dazugehörigen Geschwindigkeitsdreiecke.

Zur günstigeren Abströmung wird hinter dem Laufrad ein Leitrad mit stehendem Schaufelgitter angebracht. Die Eintrittskanten der Leitschaufeln befinden sich auf dem Durchmesser D_3=1,15 D_2. In der Strömung im Zwischenraum zwischen Laufrad und Leitrad bleibt der Drall vollständig erhalten.

c. Bestimmen Sie am Leitradeintritt die Umfangsgeschwindigkeit, die Geschwindigkeit in radialer Richtung und den Strömungswinkel α_3.
d. Warum wurde bei dieser Förderhöhe und Durchsatz ein Radialrad gewählt?

Lösung Beispiel 1 :

Siehe 15.11.2002 S. 1 4

Lösung Beispiel 2 :

Siehe 15.6.2003 S. 1 2

Erzherzog-Johann-University Graz
University of Technology

TUG

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY

O.UNIV.-PROF.
DR.-ING. HELMUT JABERG

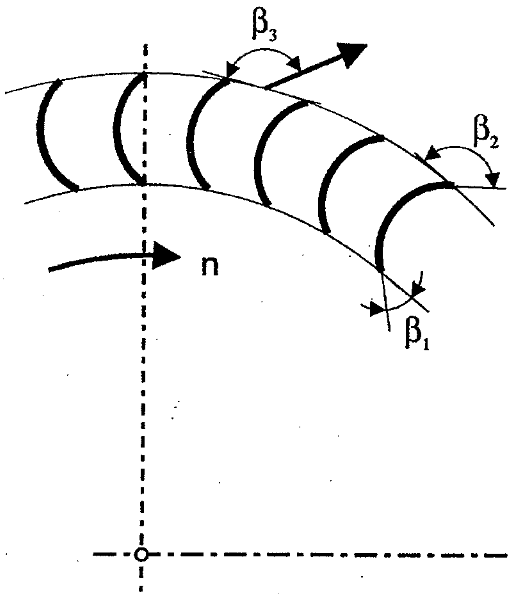
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 GRAZ

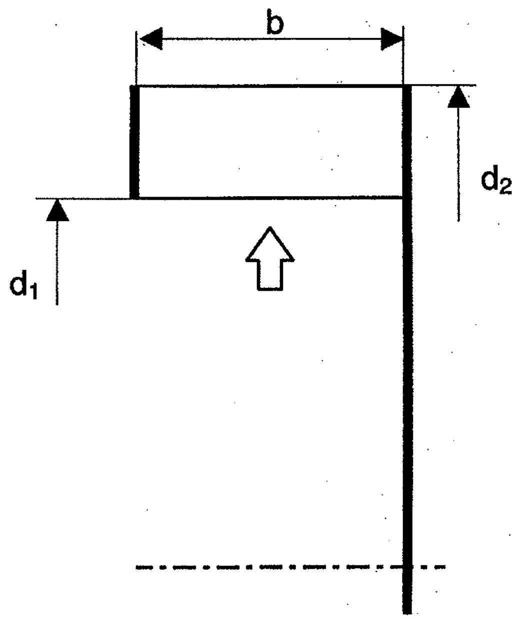
Tel. +43(0)316 873-7570
Fax +43(0)316 873-7577

EMail: Sekretariat@hfm.tu-graz.ac.a
http://www.hfm.tu-graz.ac.at

Beispiel 1: "Sirocco Läufer"

Kleinste Abmessungen und Geräuscharmut sind Forderungen, welche verschiedene Anwendungsgebiete der Ventilatoren beherrschen. Diese Anforderungen werden durch den abgebildeten Trommelläufer erfüllt. Ständig wegen seines schlechten Wirkungsgrades getadelt, wird er dennoch seit über 80 Jahren in Stückzahlen gebaut, die keine andere Strömungsmaschine aufweisen kann.





Luft (Dichte 1,2 kg/m^3) strömt drallfrei und stoßfrei der Eintrittskante (d1) zu. Es findet eine rein radiale Durchströmung der Schaufeln statt, die Versperrung kann vernachlässigt werden.

d_1 = 200 mm d_1/d_2 = 0,875 b/d_1 = 0,6
β_1 = 64 ° (Schaufel) β_2 = 140° (Schaufel) β_3 = 125° (Strömung)
n = 3000 U/min η_u = 0,54

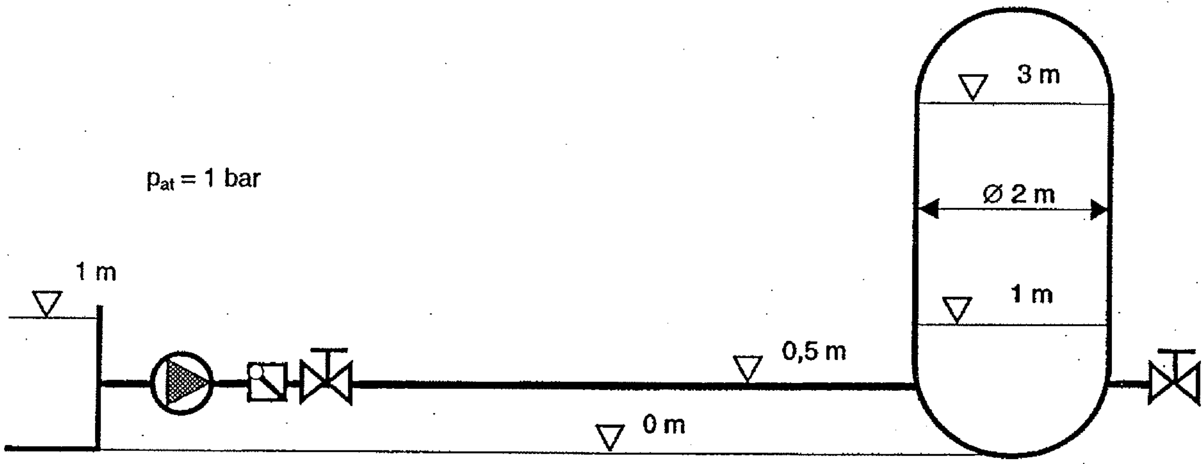
Verluste: Scheibenreibung 5,5 W; Lagerreibung 14 W; Spaltmenge Q_{spalt}=0,05 x Q

Für den Auslegepunkt sind gesucht:

1. Berechnung und Skizzierung der Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Laufrades
2. Fördervolumen, Förderhöhe und Totaldruckdifferenz am Laufrad
3. Wirkungsgrad und Antriebsleistung

INSTITUT FÜR	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftl. Prüfung: 16.2.2007

2. Beispiel: Füllen eines Druckwasserspeichers

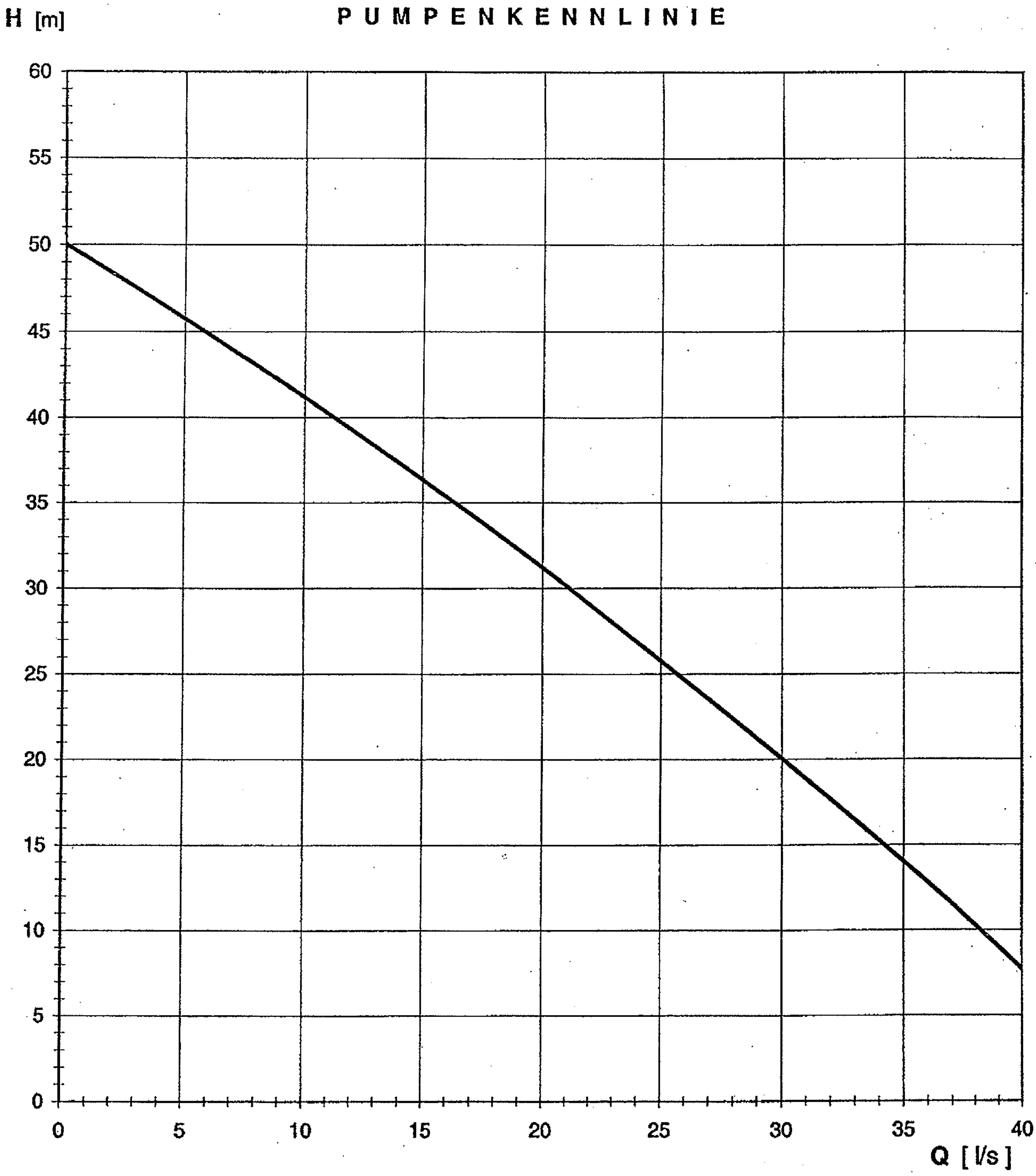


In der skizzierten Anlage fördert eine Pumpe Wasser aus einem Becken mit konstantem Spiegel in einen Druckwasserspeicher.
Zu Förderbeginn befindet sich der Wasserspiegel im Speicher auf einer Höhe von 1m. Im Luftraum ober dem Wasserspiegel herrscht ein Druck von 1 bar absolut und das Luftvolumen beträgt 8 m³. Durch das einströmende Wasser wird die Luft isotherm komprimiert: $p \cdot V = \text{konst.}$
Der Druckwasserspeicher wird bis auf eine Höhe von 3 m gefüllt.

Anlagedaten: Pumpenkennlinie siehe Beilage, Saugleitung verlustfrei.
Druckleitung: $d = 100$ mm, $L = 100$ m, $\lambda = 0{,}02$
Rückschlagventil: $\zeta = 1{,}2$, Absperrventil: $\zeta = 0{,}3$

Gesucht:

1. Betriebspunkt Q, H für den Förderbeginn.
2. Betriebspunkt Q, H für das Förderende.
3. Füllzeit.


H [m]
PUMPENKENNLINIE
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40
Q [l/s]

Lösung Beispiel 1, 2 :

Siehe 7.3.2003

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

PUMPENAEHNLICHKEIT

Gegeben:

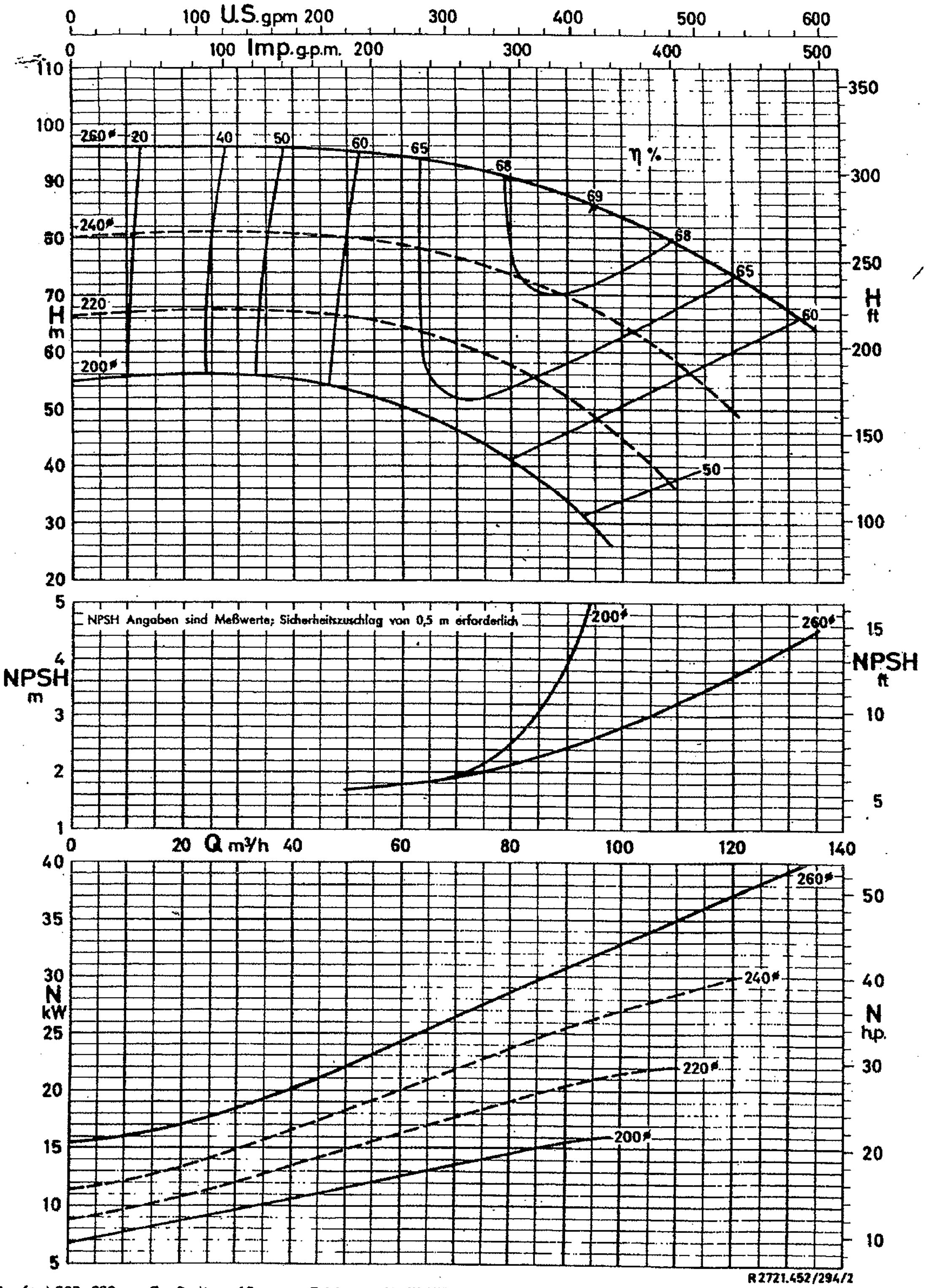
Durchmesser D, Drehzahl n und das Kennliniendiagramm einer Industriepumpe. (HPK, CPK 65-250)

D = 0,260m n = 2900 U/min (Asynchronmotor)

a) Gesucht ist die Drehzahl der Pumpe, die einen bestimmten Betriebspunkt $Q = 70m^3/h$, $H = 70m$ erreicht.
Welcher Wirkungsgrad wird erreicht?

b) Der Asynchronmotor aus a) hat einen Defekt. Als Ersatz steht nur ein Synchronmotor mit der Drehzahl 3000rpm zur Verfügung. Dieser Motor wird an die Pumpe angeflanscht. Da der gleiche Betriebspunkt ($Q = 70m^3/h$, $H = 70m$) unbedingt eingehalten werden muss, ist das Laufrad abzudrehen.
Um wieviel Millimeter muss das Laufrad (D = 0,260m) abgedreht werden und welcher Wirkungsgrad stellt sich ein.?

HPK, CPK 65-250 — 2900 U/min - RPM - tr/min - r.p.m.



Laufrad	260–200 mm Ø	Breite	13 mm	Zeichnungs-Nr.	W 150 171	Modell-Nr.	Z 38 106	Kennlinien Nr.	K 18 124
Impeller	260–200 mm Ø	Width	13 mm	Drawing No.	W 150 171	Design No.	Z 38 106	Performance curve No.	K 18 124
Roue	260–200 mm Ø	Largeur	13 mm	Dessin Nr.	W 150 171	Modele-Nr	Z 38 106	Courbes caractéristiques Nr.	K 18 124
Rodete	260–200 mm Ø	Anchura	13 mm	Dibujo nº	W 150 171	Modelo nº	Z 38 106	Curvas caracteristicas nº	K 18 124

KSB R 2721.452/294/2

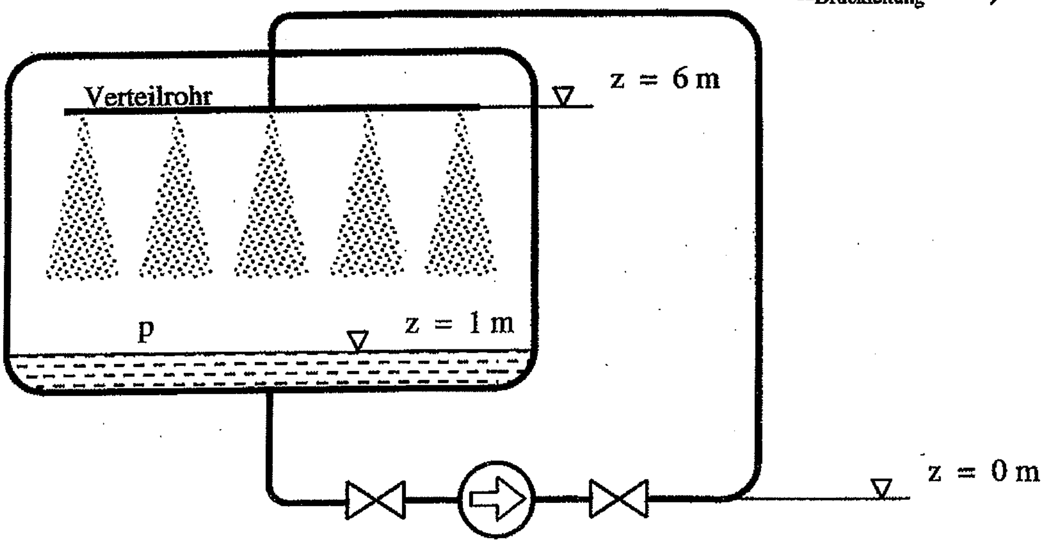
I N S T I T U T F Ü R HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum:
	Matrikelnummer:

2. Beispiel: WASCHANLAGE

In der dargestellten Waschanlage saugt die Pumpe Heißwasser vom Behälterboden an und fördert es in das Verteilrohr. Von dort strömt das Wasser durch Düsen wieder in den Waschbehälter aus. Die Geschwindigkeitshöhe des durch die Düsen austretenden Wasserstrahles ist im angegebenen Verlustbeiwert der Druckleitung enthalten. Im Waschbehälter herrscht Atmosphärendruck $p = p_{at} = 1$ bar. Das Wasser hat eine Temperatur von 60°C.

Die Verluste in Saug und Druckleitung betragen:

$$h_V\,[\text{m}] = \mathbf{k \cdot Q^2}, \quad Q \text{ in } [\text{m}^3/\text{h}]$$
$$k_{Saugleitung} = \mathbf{3 \cdot 10^{-4}}$$
$$k_{Druckleitung} = \mathbf{7{,}8 \cdot 10^{-4}}\,.$$



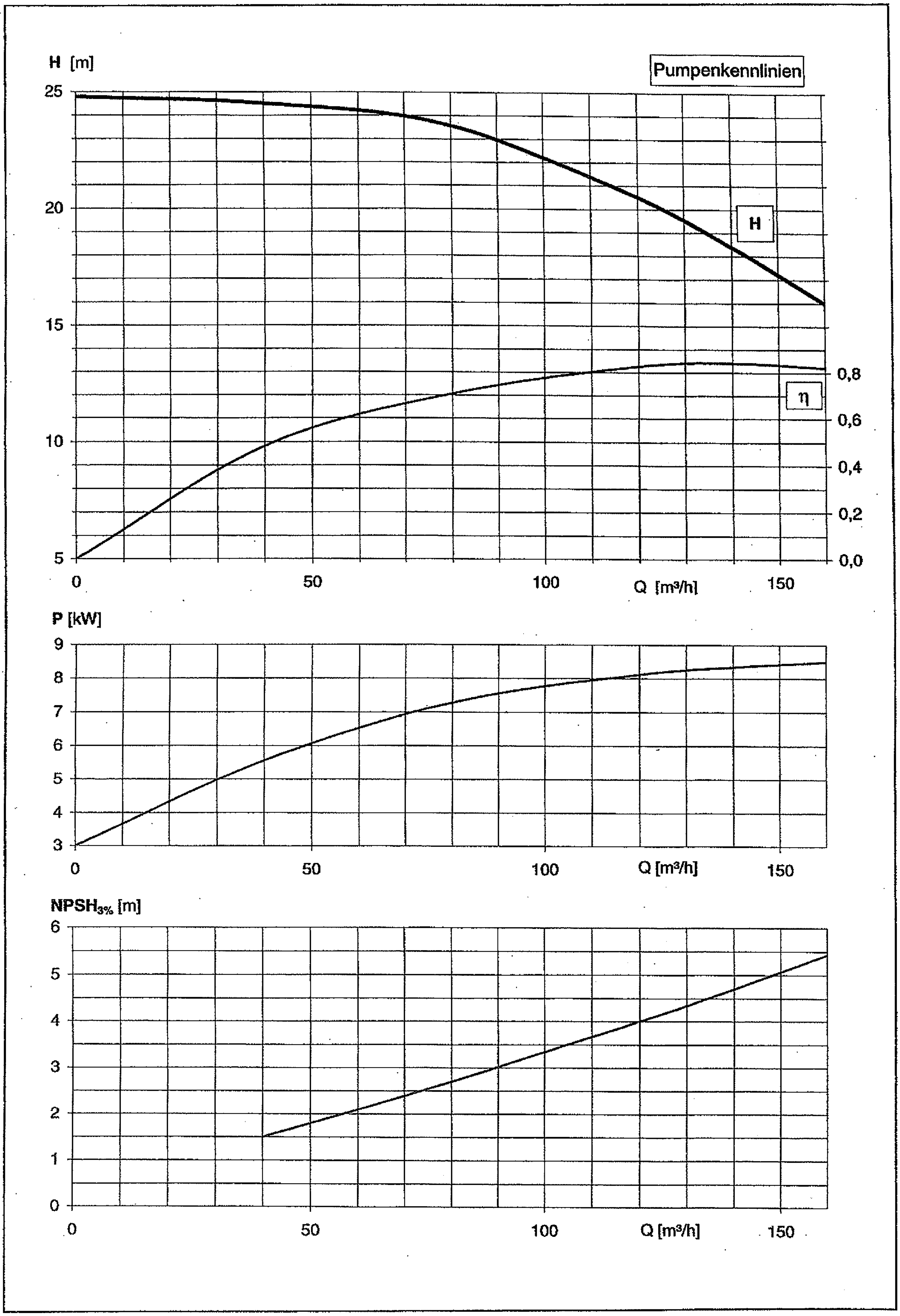
Die Kavitationsgefährdung der Pumpe ist mit dem Kriterium 3% Förderhöhenabfall zu beurteilen.

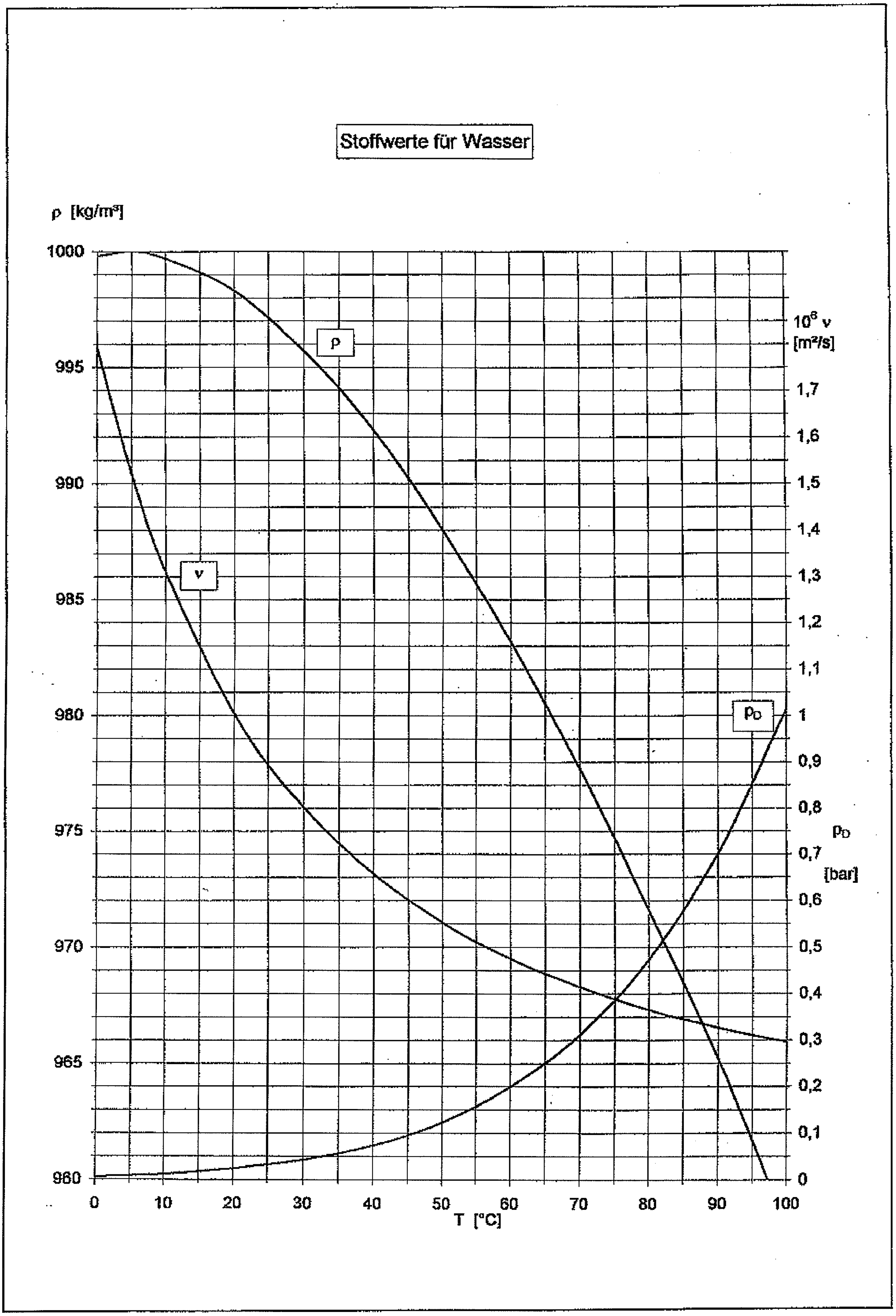
Gesucht:

1. Es ist zu prüfen, ob die Pumpe im Betriebspunkt kavitationsgefährdet ist.
2. Welche Wassertemperatur ist maximal möglich, ohne die Pumpe durch Kavitation zu gefährden. Dabei ist ein Sicherheitsabstand von 0,5 m zur zulässigen Saughöhe der Pumpe einzuhalten.

Die Wassertemperatur soll auf 80°C erhöht werden. Die folgenden Maßnahmen sind dahingehend zu untersuchen, ob bzw. unter welchen Umständen die Pumpe mit 0,5 m Sicherheit gegenüber der zulässigen Saughöhe betrieben werden kann.

3. Veränderung des Behälterdruckes.
4. Reduktion der saugseitigen Verluste: $k_{Saugleitung} = \mathbf{1 \cdot 10^{-4}}$.


H [m]
Pumpenkennlinien
25
20
15
10
5
H
η
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
0
50
100
Q [m³/h]
150
P [kW]
9
8
7
6
5
4
3
0
50
100
Q [m³/h]
150
NPSH3% [m]
6
5
4
3
2
1
0
0
50
100
Q [m³/h]
150


Stoffwerte für Wasser
ρ [kg/m³]
1000
995
990
985
980
975
970
965
960
ρ
ν
pD
10⁶ ν [m²/s]
1,7
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
pD [bar]
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
T [°C]

Lösung Beispiel 1 :

Siehe 5.2.1999 S. 1 4

Lösung Beispiel 2 :

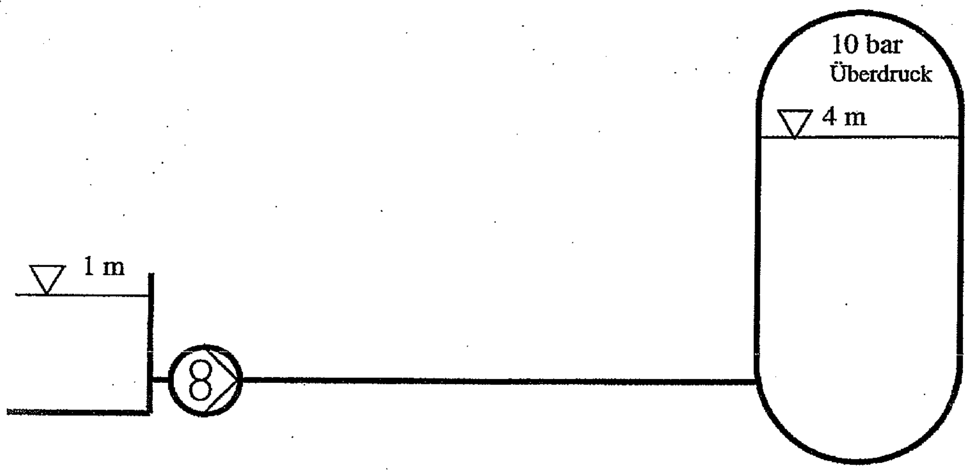
Siehe 13.11.1998 S. 4 9

I N S T I T U T F Ü R	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftliche Prüfung: 3. März 2000

1. Beispiel: ZAHNRADPUMPE

Eine Zahnradpumpe fördert aus einem Vorratsbehälter in einen Druckkessel.

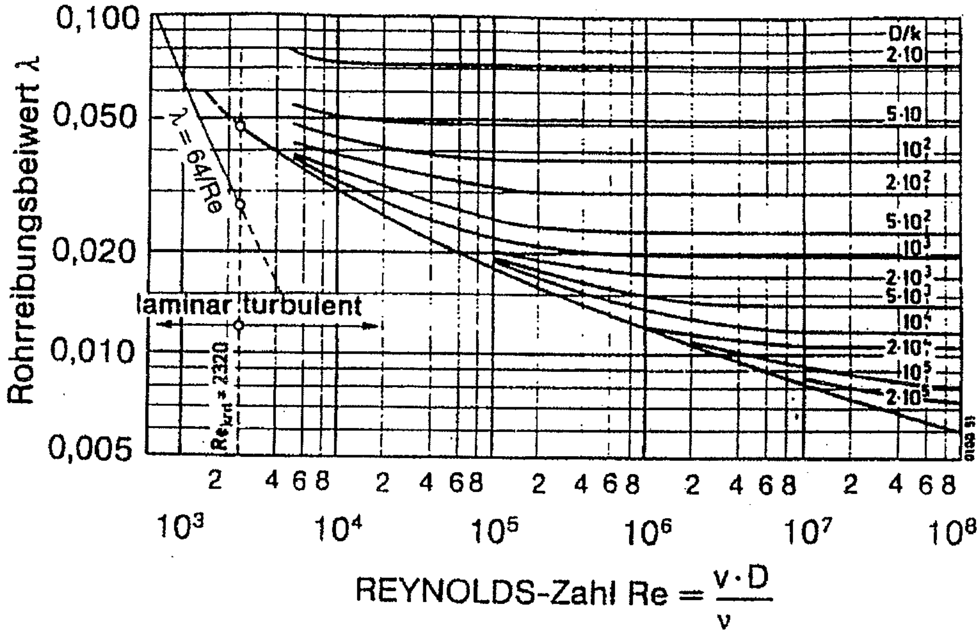
Förderflüssigkeit:	hochviskoses Öl	
	$\rho = 900$ kg/m³	Dichte
	$\nu = 200 \cdot 10^{-6}$ m²/s	kinematische Zähigkeit
Druckleitung:	$L = 25$ m	Länge
	$D = 20$ mm	Innendurchmesser
	$k = 0{,}1$ mm	Rohrrauhigkeit

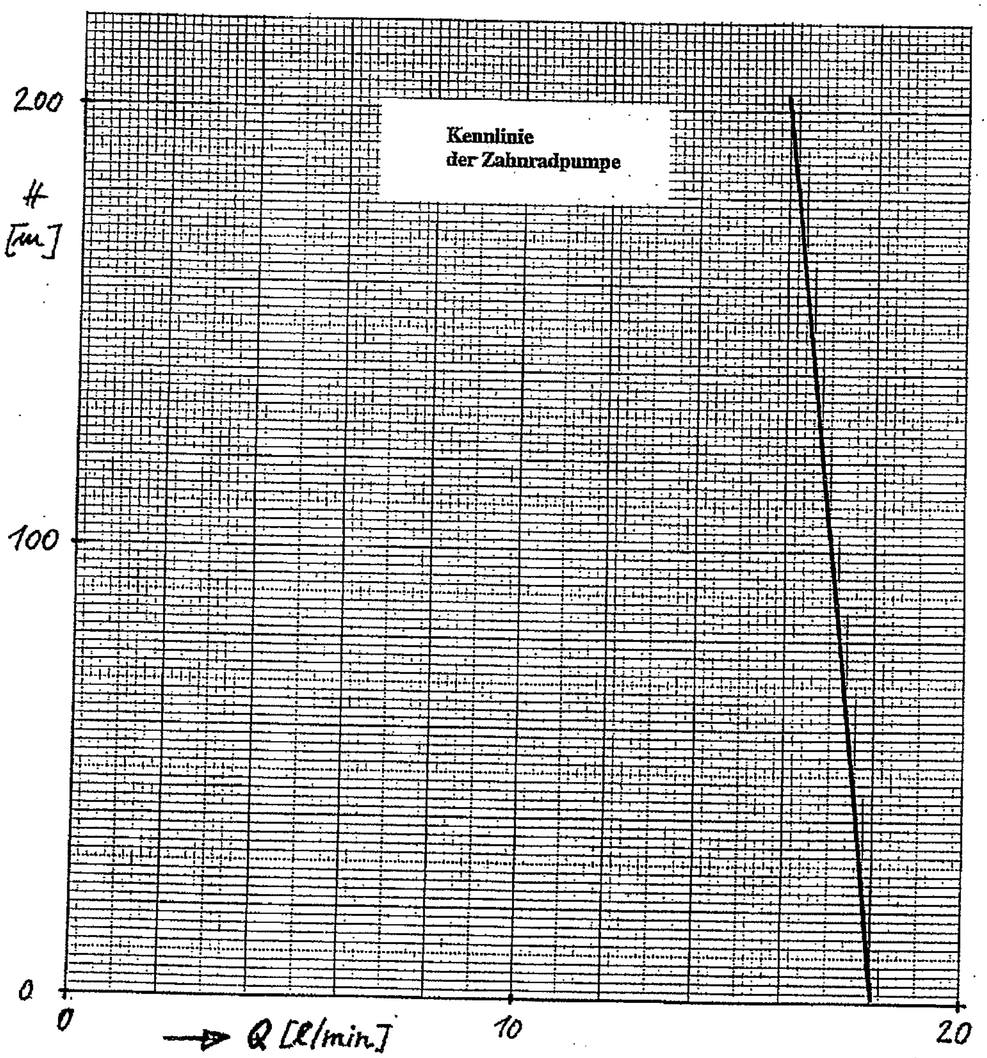


Gesucht:

1. Verbraucherkennlinie **H(Q)**
2. Betriebspunkt **Q, H**
3. Erforderliche Antriebsleistung **P**
   bei einem Pumpenwirkungsgrad von 80%.

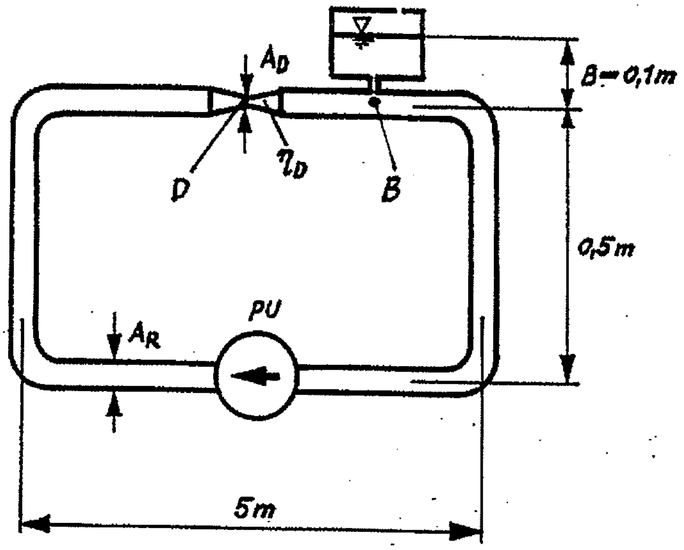
Beilage: Pumpenkennlinie, Diagramm Rohrreibungsbeiwert


Rohrreibungsbeiwert λ
0,100
0,050
0,020
0,010
0,005
λ = 64/Re
laminar
turbulent
$Re_{krit} = 2320$
D/k
2·10
5·10
10²
2·10²
5·10²
10³
2·10³
5·10³
10⁴
2·10⁴
10⁵
2·10⁵
10³
10⁴
10⁵
10⁶
10⁷
10⁸
REYNOLDS-Zahl Re = v·D / ν


Kennlinie
der Zahnradpumpe
200
H
[m]
100
0
0
10
20
→ Q [ℓ/min]

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
	Datum: 19. 6. 1998
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Matrikelnummer:

KLEINPRÜFSTAND



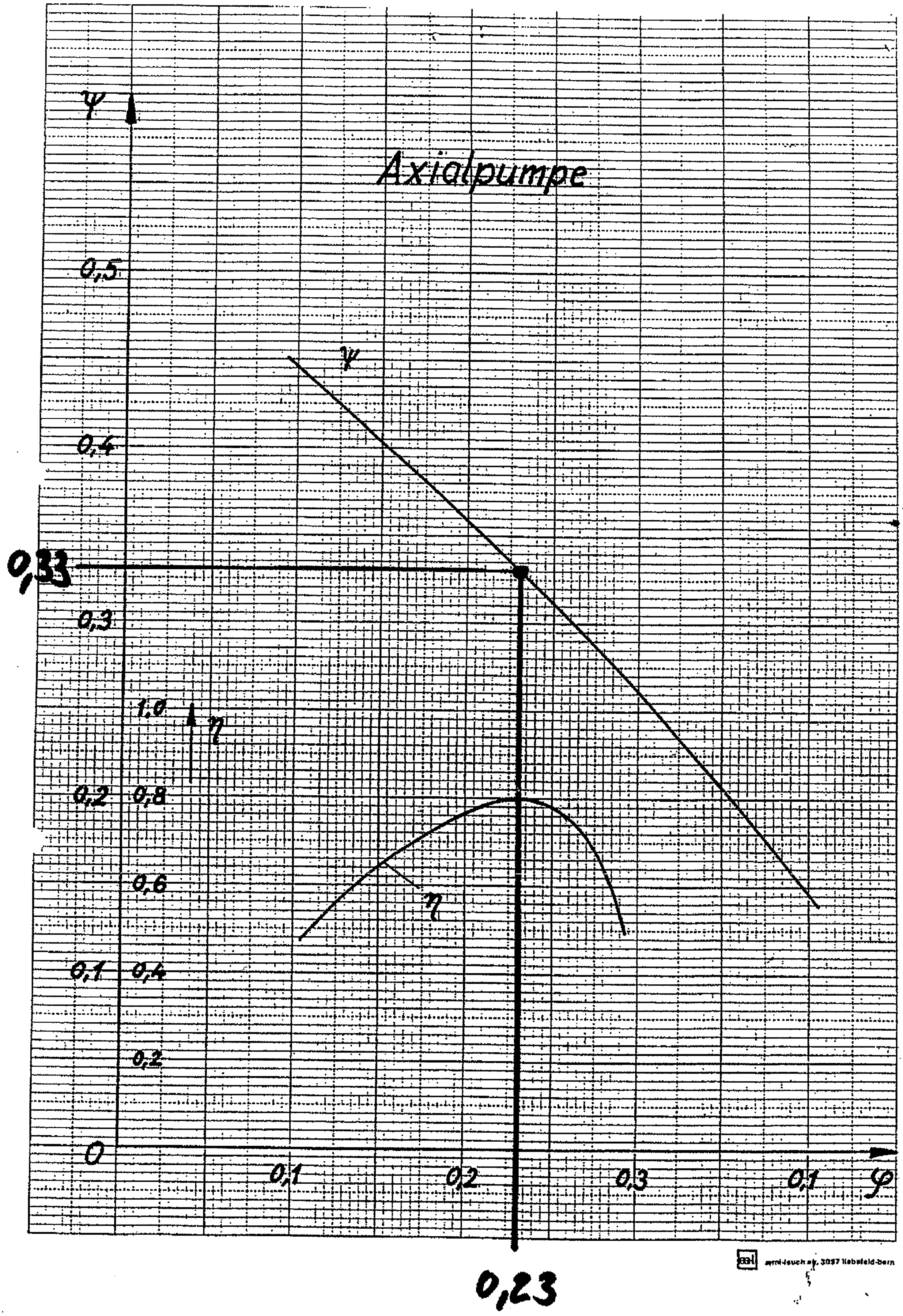
In einem Kleinprüfstand (Standort: Meeresniveau) soll eine Axialpumpe mit Drehzahlregelung zum Einsatz kommen. Die Pumpe soll im Punkt besten Wirkungsgrades Q = 20 l/s fördern. Fördermedium: Wasser, 20°C. Die Hydraulik liegt in Form eines φ - ψ Diagrammes vor. Zur Mengenmessung ist ein Venturirohr vorgesehen.

$A_D = 0{,}00375\ m^2$	engster Querschnitt des Venturirohrs
$A_R = 0{,}0225\ m^2$	größter Querschnitt des Venturirohrs = Leitungsquerschnitt
$\eta_D = 0{,}82$	Gütegrad der Druckumsetzung im Diffusorteil des Venturirohrs
$h_v = 616.Q^2$	Gesamtverlusthöhe [m] der 4 Krümmer. (Q in [m^3/s])

Die Verluste in den geraden Rohrleitungsteilen, im Düsenteil des Venturirohres und in den Übergangsstücken sind vernachlässigbar klein.

Weitere Angaben sind der Skizze zu entnehmen.

Gesucht ist : 1) Förderhöhe der Pumpe im Auslegepunkt
2) Drehzahl n, Laufraddurchmesser D der Pumpe
3) Ab welcher Drehzahl ist Kavitation im Venturirohr zu erwarten ?



Axialpumpe
ψ
η
0,5
0,4
0,33
0,3
1,0
0,2
0,8
0,6
0,1
0,4
0,2
0
0,1
0,2
0,3
0,4
φ
0,23

Lösung Beispiel 1 :

Siehe 3.3.2000 S. 1 5

Lösung Beispiel 2 :

Siehe 19.6.1998 S. 5 7

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

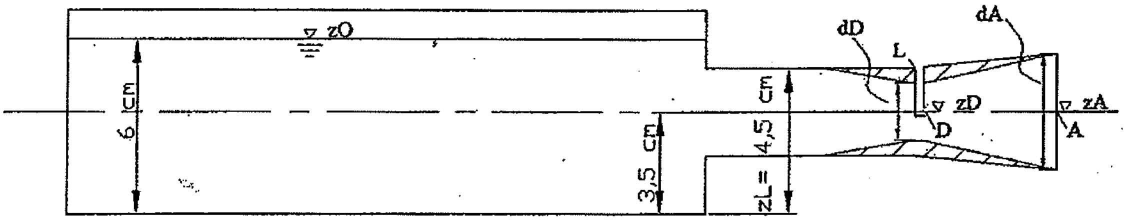
Prüfung: Juni 2007

Name:	
Matr.-Nr.:	
Studienkennzahl:	
E-Mail:	
Tel.:	

ben

Bsp. 1 Dekantierausgießer

Viele Weine brauchen unbedingt Luft, um ihr Aroma zu entfalten. Das vorsichtige Umfüllen aus der Flasche in eine Karaffe nennt man Dekantieren und nimmt sehr viel Zeit in Anspruch. Für den spontanen Weingenuß mit vollem Geschmack wurde ein spezieller Dekantierausgießer entwickelt mit den Vorteilen, daß man nicht mehr 2 - 4 Stunden warten muss und außerdem nur so viel Wein belüftet, wie man trinken möchte. Bei dieser Erfindung kommt der köstliche Tropfen bereits beim Ausgießen mit der nötigen Luft in Kontakt. Herzstück des Dekantierausgießens ist ein Venturi-Rohr, welches die Fließgeschwindigkeit des Weines erhöht und dadurch einen Unterdruck erzeugt, der Luft in das Rohr einsaugt.



Im System strömt Wein (Bordeaux mit einer Dichte ρ = 994 kg/m^3) aus der Flasche durch das Venturirohr. Zur Berechnung kann angenommen werden, dass der Flüssigkeitsspiegel in der Flasche konstant ist (z_0 = konst.). Bis zur Stelle D soll die Strömung als verlustfrei angenommen werden. Weiters wird vorausgesetzt, dass der komplette Flaschenhals mit Wein gefüllt ist und der beim Entleeren der Flasche entstehende Unterdruck in der Flasche vernachlässigt (p_0 = 1 bar) wird.

1) Bestimmen Sie Geschwindigkeit und Druck an der Stelle „D" und die Austrittsgeschwindigkeit aus dem Dekantierausgießen unter Vernachlässigung der Luftzufuhr.

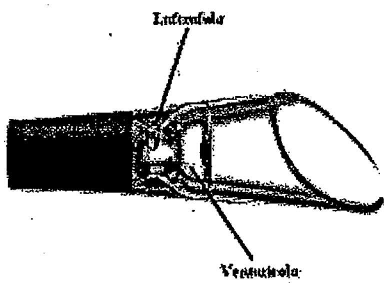
2) Bestimmen Sie den vorhandenen Durchfluss Q in [l/s].

3) Welche Menge Luft (ρ = 1,15 kg/m^3)wird angesaugt, wenn sich der in 1) berechnete Unterdruck einstellt und das Luftrohr bei einem Durchmesser von 2 mm ein Zeta von ζ=750 besitzt. Direkt am Eintritt (Punkt L) herrscht der Atmosphärendruck, Ein- und Austrittsverluste sind hier zu vernachlässigen.

Angaben:

$\eta_D = 0{,}7$
$d_D = 1cm$
$d_A = 3cm$

$$h_{v-Diff} = (1-\eta_D) * \frac{c_{Eintritt}^2 - c_{Austritt}^2}{2*g}$$



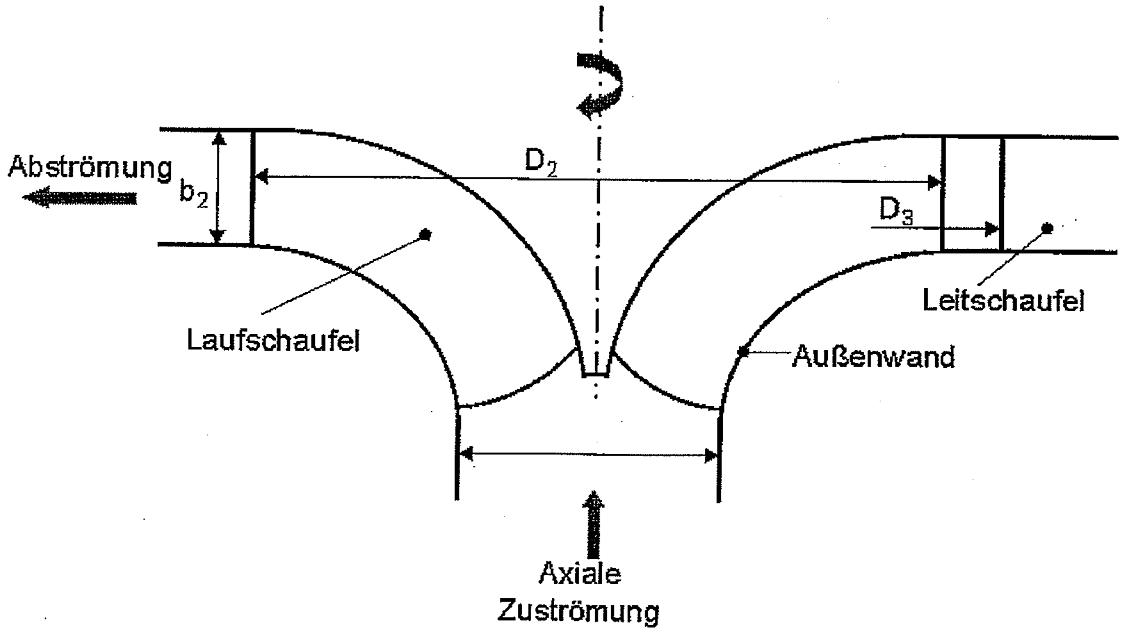
INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN
INSTITUTE FOR HYDRAULIC FLUIDMACHINERY
O.UNIV.-PROF. DR.-ING. HELMUT JABERG
KOPERNIKUSGASSE 24
A-8010 Graz

Name:
Matr.-Nr.:
Studienkennzahl:
E-Mail:
Tel.:

ben

Bsp.2 Radialpumpe

Eine Radialpumpe soll den Volumenstrom Q eines Mediums mit der Dichte ρ über eine Förderhöhe H fördern. Der Durchmesser beträgt am Laufradeintritt D_1 und am Laufradaustritt D_2. Die Breite des Kanals ist b_2. Die Pumpe hat den Wirkungsgrad η und rotiert mit der Drehzahl n. (Ann.: konstante Geschwindigkeitsverteilung).



Q= 0,188 m³/s	**ρ=1000 kg/m³**	**B_2 =0,047 m**
H=14 m	**D_2=0,632 m**	**η=0,9**
N=500 1/min	**D_1=0,252 m**	**g=9,81 m²/s**

a. Welche Leistung P muss zur Förderung des Volumenstromes aufgebracht werden, Welches Drehmoment M wird vom Laufrad übertragen?
b. Bestimmen Sie die Schaufelwinkel β_1 am Laufradeintritt an der Außenwand und β_2 am Laufradaustritt bei schaufelkongruenter Zu- und Abströmung Strömungswinkel=Schaufelwinkel). Zeichnen Sie die dazugehörigen Geschwindigkeitsdreiecke.

Zur günstigeren Abströmung wird hinter dem Laufrad ein Leitrad mit stehendem Schaufelgitter angebracht. Die Eintrittskanten der Leitschaufeln befinden sich auf dem Durchmesser D_3=1,15 D_2. In der Strömung im Zwischenraum zwischen Laufrad und Leitrad bleibt der Drall vollständig erhalten.

c. Bestimmen Sie am Leitradeintritt die Umfangsgeschwindigkeit, die Geschwindigkeit in radialer Richtung und den Strömungswinkel α_3.
d. Warum wurde bei dieser Förderhöhe und Durchsatz ein Radialrad gewählt?

Lösung 1. Beispiel : Dekantierausgießer

1) Bernoulli von „O“ nach „D“: $\frac{p_O}{\rho * g} + \frac{c_O^2}{2 * g} + z_O = \frac{p_D}{\rho * g} + \frac{c_D^2}{2 * g} + z_D$

Bernoulli von „O“ nach „A“: $\frac{p_O}{\rho * g} + \frac{c_O^2}{2 * g} + z_O = \frac{p_A}{\rho * g} + \frac{c_A^2}{2 * g} + z_A + h_{v-Diff}$

Kontinuitätsgleichung für Diffusor: $c_A = c_D * \frac{d_D^2}{d_A^2}$

einsetzen u. umformen:

$$c_D = \sqrt{\frac{2 * g * (z_O - z_A)}{1 + \eta_D \left(\left(\frac{d_D}{d_A} \right)^4 - 1 \right)}} \qquad p_D = \rho * g * \left(\frac{p_{at}}{\rho * g} + z_O - \frac{c_D^2}{2 * g} - z_D \right)$$

2) $Q = c_D * A_D$

3) Bernoulli von „L“nach „D“: $\frac{p_L}{\rho * g} + \frac{c_{Rohr,L}^2}{2 * g} + z_L = \frac{p_D}{\rho * g} + \frac{c_{Rohr,D}^2}{2 * g} + z_D + h_{v,Luftrohr}$

da $\frac{c_{Rohr,L}^2}{2 * g} = \frac{c_{Rohr,D}^2}{2 * g}$ $\rightarrow$ $h_{v,Luftrohr} = \frac{(p_L - p_D)}{\rho_L * g} + (z_L - z_D)$

$$h_{v,Luftrohr} = \zeta \frac{c^2}{2 * g} \rightarrow c = \sqrt{\frac{2 * g * h_{v,Luftrohr}}{\zeta}} \quad ; Q = A * c = \frac{D_{Luftrohr}^2 * \pi}{4}$$

z0	6 cm	(0.06 m)
zA	3.5 cm	(0.035 m)
zL	4.5 cm	(0.045 m)
dD	1 cm	(0.01 m)
dA	3 cm	(0.03 m)
Erdbeschl.	9.81 m/s^-2	
Diffusorgütegı	0.7 [-]	
rho_Wasser	994 kg/m³	
p_at	1 bar	(100000 Pa)
rho_Luft	1.15 kg/m³	
zeta_Luftrohr	750 [-]	
d_Luftrohr	0.002 m	

c_D	1.260642693 m/s	
c_A	0.14007141 m/s	
p_D	99453.93616 Pa	
Q	9.90106E-05 m³/s	(0.099010646 l/s)
hv_Luftrohr	48.41347826 mLS	
c_Luft	1.125387307 m/s	
Q	3.53551E-06 m³/s	(0.003535508 l/s)

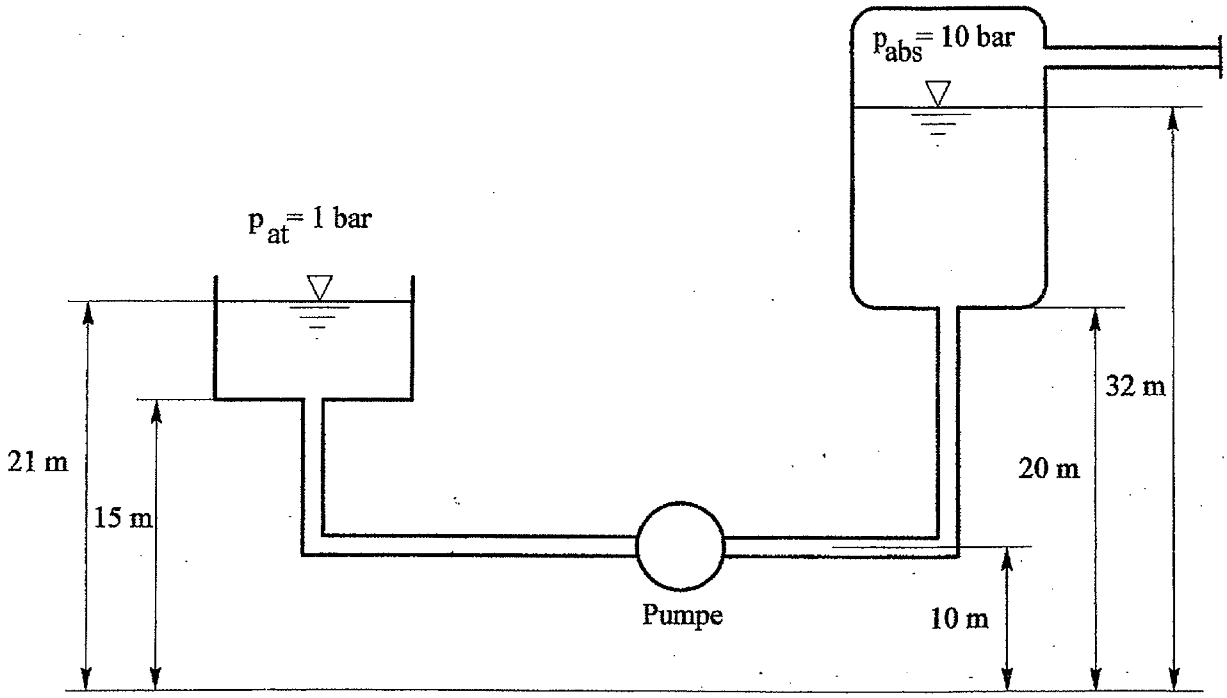
Lösung Beispiel 2 :

Siehe 15.6.2003 S. 1 2

INSTITUT FÜR HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Name:
Vorstand: o. Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Datum:
	Matrikelnummer:

PUMPENAUSLEGUNG MIT ÄHNLICHKEITSBEZIEHUNGEN

Gegeben ist ein Verbraucher laut Skizze



Das spezifische Gewicht des Fördermediums beträgt ρ = **900 kg/m³**. Die Rohrleitungs- ,Einlauf- und Austrittsverluste sind vernachlässigbar. Die Fördermenge der Pumpe beträgt **Q = 2322 m³/h.** Die Behälter können in ihren Durchmessern als unendlich groß angesehen werden.

a) Bestimmen Sie die Pumpenförderhöhe.

b) Es ist der Durchmesser und die Drehzahl (beliebig) einer Pumpe gefragt, die den Verbraucher bei η_{opt} versorgt. Die Förderziffer und die Druckziffer der zu verwendeten Laufradgeometrie beträgt bei **ηopt = 81% φ = 0,05** und **ψ = 1,05.**

c) Bestimmen Sie die Pumpenleistung.

d) Zeichnen Sie schematisch das Zustandekommen des Betriebspunktes dieser Anlage (unter Vernachlässigung der Verluste) aus Anlagenkennlinie und Pumpenkennlinie.

I N S T I T U T F Ü R	Name:
HYDRAULISCHE STRÖMUNGSMASCHINEN	Matrikelnummer:
Vorstand: O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Jaberg	Schriftliche Prüfung:

2. Beispiel: Trinkwasser-Transportleitung

Eine Trinkwasser-Transportleitung ist im Laufe des langjährigen Betriebes innen stark korrodiert und verkrustet. Die Lieferfähigkeit ist soweit zurückgegangen, daß ein Austausch der Leitung erforderlich wird.
Die Leitung wird ohne Pumpe im freien Gefälle mit konstanter Fallhöhe betrieben. Wegen der großen Leitungslänge sind die Verluste am Ein- und Austritt sowie in den Armaturen und Formstücken gegenüber den Rohrreibungsverlusten klein, sodaß sie für erste Überlegungen vernachlässigt werden sollen.

Derzeitige maximale Lieferfähigkeit	$Q = 100\ m^3/h$
Rohrinnendurchmesser	$D = 150\ mm$
Fallhöhe	$\Delta z = 160\ m$
Leitungslänge	$L = 5000\ m$
Kinematische Zähigkeit des Wassers	$\nu = 1{,}3 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$

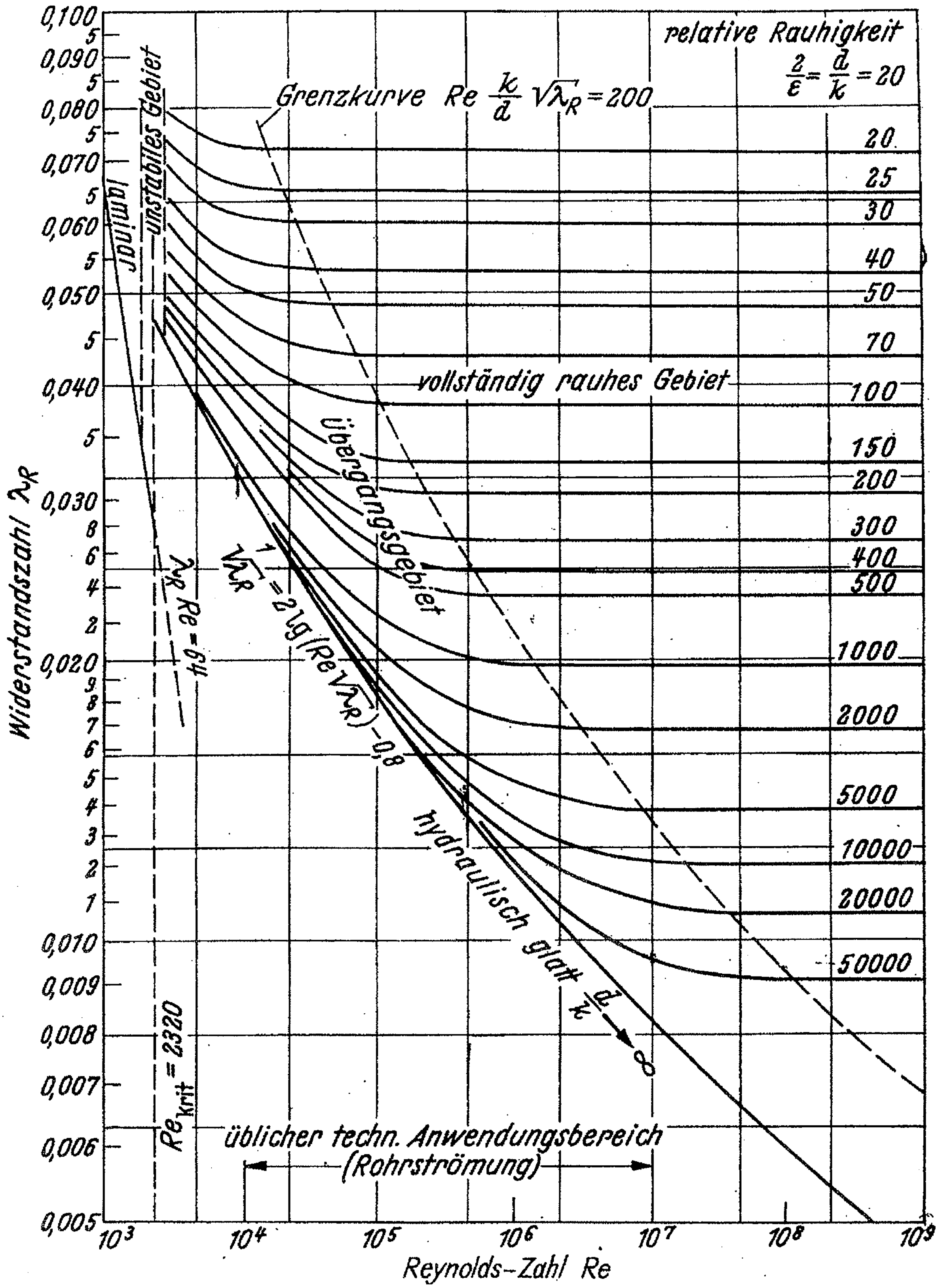
Gesucht:

1. Welche maximale Lieferfähigkeit kann mit einer neuen Rohrleitung gleichen Durchmessers bestenfalls erreicht werden?
   Welche Forderung muß die Rohrbeschaffenheit erfüllen?

2. Welcher Rohrinnendurchmesser ist für eine neue Leitung zu wählen, damit sie auch nach langjährigem Betrieb mit einer Rauigkeit von 1,5 mm eine Lieferfähigkeit von $Q = 200\ m^3/h$ behält?

3. Welche Pumpenförderhöhe bzw. Pumpenantriebsleistung ($\eta_{PU}=0{,}8$) wäre erforderlich, um mit der alten verkrusteten Rohrleitung $Q = 200\ m^3/h$ zu erreichen?

FÜR GENAUES EINTRAGEN BZW. ABLESEN
LOGARITHMISCHE ACHSENTEILUNGEN BEACHTEN



Lösung Beispiel 1 :

Siehe 9.2.1998 S. 5 6

Lösung Beispiel 2 :

Siehe 15.3.1999 S. 5 8